

## 2-입력 2-출력을 갖는 자전 안정화 플랫폼 모델

### Spin-Stabilized Platform Model with Two Input and Two Output

°유 인억, 이 상정

충남대학교 전자공학과 제어시스템 연구실(Tel:042-825-3991;Fax:042-823-4494;E-mail:eesjl@cslab.chungnam.ac.kr)

**Abstracts** In this paper, a new model of TDF(two degree of freedom) spin-stabilized platform has been suggested. The platform driving signal modulated in the spinning frequency is described in demodulated form keeping its precession angular velocity. When a strong spinning torque exists, the cross-axis spring constant cannot be neglected in modelling of the platform precession dynamics. A linearized dynamic model of spin-stabilized platform pointing loop is derived and validated through the comparison between simulation and experimental results.

**Keywords** Spin-stabilized Platform, Precession, Cross-axis Spring Constant, Pointing Loop

#### 1. 서론

자전 안정화 플랫폼(spun-stabilized platform)은 움직이는 비행물체의 관성공간에 대한 자세를 측정하고 그 측정치를 근거로 필요시 비행체의 자세를 수정하는 데 주로 응용된다. 자전 안정화 플랫폼의 구조는 일정한 주파수로 자전하는 회전체가 플랫폼위에 얹혀 있고, 이 플랫폼은 다시 1개의 축 혹은 2개 이상의 축으로 구성된 짐발(gimbal)위에서 필요한 갯수만큼의 자유도(degree of freedom)를 가지고 있다. 따라서 짐발이 장착된 외부의 구조물이 어떤 형태의 운동을 하더라도 이 플랫폼은 관성공간내에서 항상 일정한 자전축을 유지하고 있다. 이러한 구조를 일반적으로 자유 회전의(free gyro)라고 부르며, 외부의 구조물이 움직이게 되면 구조물과 자전하고 있는 자이로의 짐발사이의 각도변화가 생기게 되고, 변화된 각도를 측정하면 외부 구조물의 관성공간에 대한 각도변위가 된다. 또한, 짐발의 회전 중심에 대해서 강한 스프링계수를 갖는 장치가 장착된 경우에는 비례 회전(rate gyro)라고 부르며, 외부의 구조물이 일정한 각속도로 움직일 경우에는 그 자전축이 외부 구조물에 대해 스프링 상수로 비기는 토오크 양만큼 일정한 각도를 유지하게 된다. 이때 측정되는 짐발각도의 변위는 외부 구조물의 관성공간에 대한 각속도에 비례한다.

본 논문에서 사용된 자전 안정화 플랫폼은, 2방향(yaw, pitch)의 짐발 플랫폼 위에 영구자석 자전체가 솔레노이드형 코일속에 위치하고, 코일에서 유기되는 전자기적인 구동에 의해 자전 및 세차운동을 하는 구조로 되어 있으며, 이에 의한 자전축의 초기정렬(caging) 및 2방향 위치제어루프를 형성하는 자전 안정화 플랫폼이다. 소개되는 회전체는 2방향의 자유도를 갖는 자유 회전의이지만, 자전축의 자세교정을 위해 자전축의 위치를 감지하여 이를 바탕으로 위치를 조정하는 type I 서어보 루우프를 형성하면, 개방회로의 이득을 스프링상수로 하는 비례 회전의가 되는 특징이 있다.

2방향의 자유도를 갖는 솔레노이드 코일 구동형 회전체에 대한 운동역학은 S.A. White[3]에 의해 짐발이 장착된 외부구조물의 운동역학을 포함하여 자세히 소개되어 있으며, 이를 응용한 위치제어 루프구성 및 각속제어기의 설계에 관한 연구가 있었다 [1][2][4][5]. 상기의 여러 연구결과는 제어대상을 모델링하는

과정에서 플랫폼의 위치제어용 개방회로가 출력축에 적분기를 갖고 있다고 가정하였기 때문에 개방회로의 측정결과를 바탕으로 하는 모델링이 불가능하였다. 따라서 위치제어를 위한 비례제어를 적용한 폐회로를 구성하여 측정된 결과를 근거로 제어대상을 모델링하였다. 이는 자전하고 있는 영구자석 회전자를 일정한 주파수로 유지하기 위한 토오크에 의한 운동역학은 무시하여 이에 의한 대향축 스프링상수(cross-axis spring constant)와 자축 스프링상수(direct-axis spring constant)값을 '0'로 가정하므로써 자전축의 각도측정시 나타나는 적분효과를 적용하였기 때문이다. 그러나, 플랫폼의 자전유지구동기능이 강할 때에는 그에 의한 대향축 스프링상수에 의한 효과가 발생되어 자전축을 일정한 방향으로 유지하고자 하더라도 자전축은 항상 중심으로 향하게 된다. 즉, 자전축의 각도측정시 나타나는 적분효과가 없어져 비례제어를 이용한 폐회로를 구성하더라도 type 0 서어보 루우프가 된다.

2장에서는 위치제어 루프 구성에 대하여 소개하였으며, 3장에서는 이의 모델을 유도하였다. 4장에서는 개방회로에 대한 실험결과를 바탕으로 스프링계수 측정결과를 검토하고, 이를 근거로 모델에 대한 파라메타 값을 추정하여 2방향 위치제어용 폐회로를 구성한 실험결과와 비교분석하였고, 마지막으로 5장에서는 결론에 대해 논하였다.

#### 2. 자전 안정화 플랫폼의 위치제어 루프

자전 안정화 플랫폼은 그림 1 에서 보는 바와 같이 영구자석으로 된 회전자가 4개의 자전 구동용 코일속에 위치하여 일정한 각속도로 자전하고 있으며, 그 주위에 90(deg)가 어긋나게 자전코일과 같은 모양과 방향으로 4개의 기준코일이 장착되어 회전자가 자전하는 방향으로 N-S극 위치를 감지한다. 이 기준코일의 출력신호는 상/하 및 좌/우의 구형파로 성형되어 회전자의 자전구동용 기준신호로 사용된다. 그리고, 이 2종류의 코일과 수직을 이루면서 회전자의 N-S극과 나란하게 감겨진 다른 2종류의 선회코일과 감지코일이 있다. 선회코일은 회전자의 회전 중심축을 이동시키기 위해 자전주파수로 변조된 전류를 흘리며, 감지코일에서는 자전축이 기울어진 방향과 크기에 비례하는 전기신호가 발생한다. 감지코일의 출력신호는 자전주파수로 변조되어 있으며, 2개의 축방향(yaw, pitch)으로 분해하기 위해서

기준신호를 이용하여 복조한다.

회전자의 중심축을 움직이거나 위치를 측정하는 전기신호는 회전자의 자전주파수로 극좌표 변조되어 있으므로 2방향에 대한 위치 제어루프를 구성하기 위해 다음과 같은 과정이 필요하다. 즉, 감지코일에서 측정된 자전축의 위치신호를 직교좌표로 복조 ( $\widehat{\psi}_g, \widehat{\theta}_g$ )하고, 위치입력명령 ( $R_\psi, R_\theta$ )에 대한 2개의 방향입력의 위치교정 신호를 만들고 제어기를 거쳐 위치이동용 제어입력 신호 ( $E_\psi, E_\theta$ )를 만든다. 이를 식으로 표현하면,

$$\begin{bmatrix} E_\psi \\ E_\theta \end{bmatrix} = K_c \cdot \begin{bmatrix} R_\psi - \widehat{\psi}_g \\ R_\theta - \widehat{\theta}_g \end{bmatrix} \quad (1)$$

로 되며,  $K_c$ 는 제어기이다. 이 신호를 자전주파수로 변조하여 이에 비례하는 전류를 선회코일에 흐르게 하면 회전자는 위치입력명령에 해당하는 곳으로 선회한다.

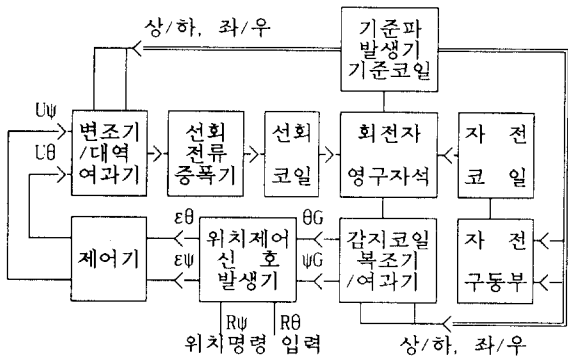


그림 1 자전 안정화 플랫폼의 위치제어 루프  
Figure 1. Spin-Stabilized Platform Pointing Loop

### 3. 플랫폼 모델

자전 안정화 플랫폼의 위치제어를 위한 회전자의 선회구동은 자전주파수로 변조되어 인가되지만 시뮬레이션 모델을 구하는 측면에서는 직류로 복조된 상태의 모델을 구하는 것이 바람직하다. 이는 2방향의 위치명령에 대한 신호가 직류성분으로 인가되고 회전자의 자전중심축의 위치측정신호가 직류로 복조되어 나타나기 때문에 입력력 신호를 상호 비교하기가 비교적 수월하기 때문이다.

위치이동용 제어입력신호는 극좌표로 변조되어 선회코일에 인가되고, 플랫폼의 선회운동에 의한 자전축의 위치측정신호도 자전주파수로 변조되어 있으므로 입력력 신호를 포함하는 시뮬레이션 모델을 유도하는 과정에서 자전주파수를 갖는 교류신호 모델을 직류신호 모델로 바꾸어야 한다. 예를 들어,  $2\pi\Delta f$ 의 대역폭을 갖는 대역여과기(bandpass filter)는  $\Delta f$ 의 대역폭을 갖는 저역통과회로로 변환되며, 선회코일에 인가되는 정현파 전류신호는 전류궤환이 되는 과정에서 전파정류되므로 입력전압과 출력전류사이에는  $(2/\pi)$ 만큼의 직류이득이 발생한다.

자전 안정화 플랫폼의 모델을 포함하여 신호처리부의 변조기, 대역여과기, 선회증폭기, 감지코일, 복조기 및 저역여과기 등에 대한 모델링은 참고문헌 [4], [5]에 나타나 있으나, 자전 안정화 플랫폼의 모델을 구하는 과정에서 자전 안정화를 위한 자전구동부의 유지구동부가 강화되었을 경우에는 이 자전유지용 토오크에 의한 대향축 스프링상수를 무시할 수 없게 된다[3].

따라서 이를 반영한 모델은

$$(IS^2 + DS + K) \theta(S) = (HS + T_M) \psi(S) - T_b E_1 \quad (2)$$

$$(IS^2 + DS + K) \psi(S) = -(HS + T_M) \theta(S) + T_b E_2 \quad (3)$$

으로 되고, 여기에서 'K'와 'T<sub>M</sub>'을 '0'로 두면 참고문헌 [4], [5]와 같은 모델로 된다. 이를 자전 안정화 플랫폼의 위치제어루프의 상태 방정식에 반영하여 정리하면

$$\dot{x}_1 = -a_1 x_1 + a_1 g_1 u_1 \quad (4)$$

$$\dot{x}_2 = x_3 \quad (5)$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{T_b Y_b}{I} x_1 - \frac{K}{I} x_2 - \frac{D}{I} x_3 + \frac{T_M}{I} x_7 + \frac{H}{I} x_8 \quad (6)$$

$$\dot{x}_4 = x_5 \quad (7)$$

$$\dot{x}_5 = a_2 a_3 x_2 - a_2 a_3 x_4 - (a_2 + a_3) x_5 + a_2 a_3 K_{cg} x_8 \quad (8)$$

$$\dot{x}_6 = -a_1 x_6 + a_1 g_1 u_2 \quad (9)$$

$$\dot{x}_7 = x_8 \quad (10)$$

$$\dot{x}_8 = -\frac{T_M}{I} x_2 - \frac{H}{I} x_3 + \frac{T_b Y_b}{I} x_6 - \frac{K}{I} x_7 - \frac{D}{I} x_8 \quad (11)$$

$$\dot{x}_9 = x_{10} \quad (12)$$

$$\dot{x}_{10} = -a_2 a_3 K_{cg} x_3 + a_2 a_3 x_7 - a_2 a_3 x_9 - (a_2 + a_3) x_{10} \quad (13)$$

$$y_1 = \frac{180}{\pi} K_b x_9 \quad (14)$$

$$y_2 = \frac{180}{\pi} K_b x_4 \quad (15)$$

와 같으며, 각 상수는

$a_1$  : 대역여과기 시정수

$g_1$  : 변조기 이득 \*  $\left(\frac{2}{\pi}\right)$

$T_b$  : 선회 토오크 상수

$Y_b$  : 전류궤환 이득

$I$  : Pitch, Yaw 방향의 회전자 관성질량

$D$  : Pitch, Yaw 방향의 점성감쇠 상수

$K$  : Pitch, Yaw 축방향 스프링 상수

$H$  : 회전자 각운동량

$T_M$  : 대향축 스프링 상수(자전구동 토오크)

$a_2$  : 복조여과기 시정수

$a_3$  : 저역여과기 시정수

$K_{cg}$  : 감지기 결합 상수

$K_b$  : 감지기 감도 상수

이며, 입력변수는  $u_1, u_2$ 로서 식(1)의  $E_\psi, E_\theta$  에 해당되고, 출력변수  $y_1, y_2$ 는  $\hat{\psi}_g, \hat{\theta}_g$ 에 해당한다.

#### 4. 실험 및 파라미터 측정

앞절의 식(4) - (15)에서 나타난 파라미터중 신호처리기에 포함되어 있는  $a_1, a_2, a_3, g_1, Y_f$ 의 값은 회로설계시 주어지는 고정값이며, 회전자의  $I, H$ 등은 설계제작시 결정되는 것으로서 비교적 확인이 용이한 파라미터들이다. 또한,  $K_b$ 는 회전자의 중심축의 위치에 비례하는 복조기의 출력전압을 측정하여 구할 수 있다.  $T_M$ 은 플랫폼 위치제어루프의 개방회로 특성을 이용하여 측정한다. 즉, 회전자에 선회토포크를 인가하여 임의의 위치로 이동시킨 후, 이 토포크를 제거하면 회전자의 중심축은 자전 유지구동용 토포크에 의해 자전축의 중심이 가운데로 움직인다. 이 때의 회전자의 이동시정수는 다음의 관계식과 같다 [1].

$$H \ddot{\theta} + T_M \sin \theta = 0 \quad (16)$$

선형화하여  $\theta$ 에 대하여 다시 구하면

$$\theta(t) = \theta(0) \exp\left(-\frac{T_M}{H} t\right) \quad (17)$$

로 되고,  $T_M$ 에 대하여 다시 정리하면

$$T_M = \frac{H}{\Delta t} \log \left\{ \frac{\theta(i \Delta t) - \theta[(i+1) \Delta t]}{\theta[(i+1) \Delta t] - \theta[(i+2) \Delta t]} \right\} \quad (18)$$

로 주어진다.

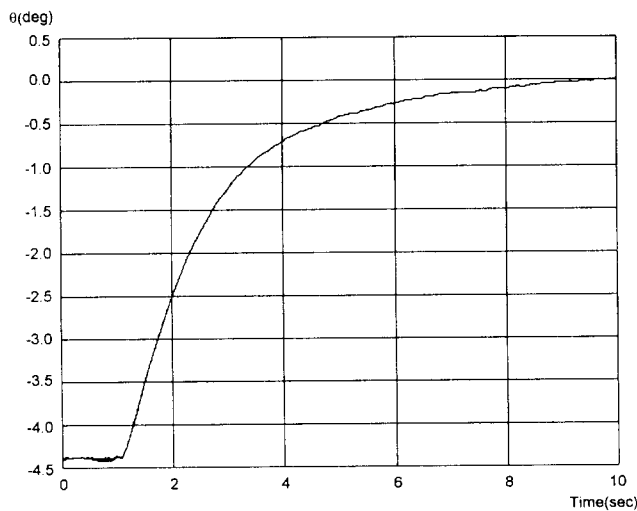


그림 2. 개방회로에서의 회전자 궤적

Figure 2. Rotor Trajectory in Open Loop

일정한 시간간격으로 측정된  $\theta$ 의 값으로부터 알고 있는  $H$ 의 크기를 이용하여  $T_M$ 의 크기를 계산한다. 그림 2는 실제 측정

된  $\theta$ 의 궤적을 나타내고 있다. 그리고, 식(2), (3)에서 일정한 크기의  $E_1, E_2$ 를 인가한 후 정상상태에서의 결과는

$$T_p E_1 + K \theta - T_M \psi = 0 \quad (19)$$

$$T_p E_2 - K \psi - T_M \theta = 0 \quad (20)$$

로 주어지고,  $\psi$ 와  $\theta$ 에 대해 다시 쓰면,

$$\psi = \frac{T_p}{K^2 + T_M^2} (T_M E_1 + K E_2) \quad (21)$$

$$\theta = \frac{T_p}{K^2 + T_M^2} (-K E_1 + T_M E_2) \quad (22)$$

로 된다.

식(21), (22)에서는 일정한 크기의  $E_1, E_2$ 가 각각 인가될 경우,  $\psi_g$ 와  $\theta_g$ 의 정상상태에서의 크기는  $T_p$ 에 비례하면서  $T_M$ 과  $K$ 의 상대적인 비로 나타난다. 따라서 식(18)에서 구한  $T_M$ 를 대입하면 정상상태에서의  $\psi_g$ 와  $\theta_g$ 값에 따른  $K$ 와  $T_p$ 를 추정할 수 있다. 그림 3에서는 여러 크기의  $E_1, E_2$ 에 대한 정상상태에서의  $\psi_g$ 와  $\theta_g$ 값을 측정한 것이다.

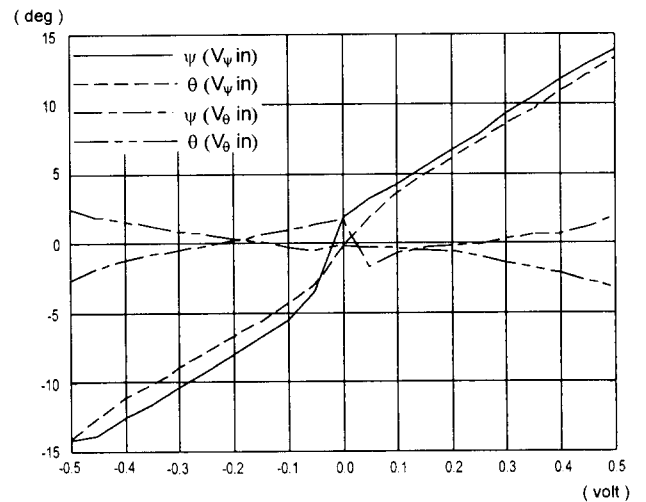


그림 3. 입력전압에 대한 정상상태에서의  $\psi_g$ 와  $\theta_g$

Figure 3. Steady-state  $\psi_g$  and  $\theta_g$  for input voltage

폐회로의 정상상태를 살펴보기 위하여 개방회로에 대한 입력 신호인  $E_1, E_2$  대신에  $(R_\psi - \psi_g), (R_\theta - \theta_g)$ 를 인가하여 식(21), (22)를 다시 정리하면,

$$\begin{bmatrix} \psi_g \\ \theta_g \end{bmatrix} = \frac{1}{(1 + CT_M)^2 + C^2 K^2} \begin{bmatrix} \alpha & CK \\ -CK & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_\psi \\ R_\theta \end{bmatrix} \quad (23)$$

와 같고, 여기에서  $C$ 와  $\alpha$ 는

$$C = \frac{T_p}{K^2 + T_M^2} \quad (24)$$

$$\alpha = CT_M + C^2(K^2 + T_M^2) \quad (25)$$

이다. 따라서 위치입력에 대한 출력신호는,

$$\frac{\psi_g}{R_\psi} = \frac{\theta_g}{R_\theta} = \frac{\alpha}{1 + CT_M + \alpha} (\approx 1), \quad (26)$$

$$\alpha \gg (1 + CT_M)$$

$$\frac{\psi_g}{R_\theta} = -\frac{\theta_g}{R_\psi} = \frac{CK}{1 + CT_M + \alpha} (\approx 0) \quad (27)$$

가 된다. 식(26)과 (27)의 결과로 보아 개방회로의 이득이 충분히 크기 때문에 비례제어를 이용한 폐루프를 형성하였을 때, 직접-축 방향의 계단입력에 대한 정상상태 오차는 충분히 감소될 수 있으며, 상대-축 방향에 대한 정상상태의 최종치도 '0'로 접근함을 알 수 있다.

지금까지 구해진 각종 파라미터들은 자전 안정화 플랫폼의 정상상태 거동과 깊은 관련이 있었으나, 외부의 입력이 인가되고 난 직후 초기거동에 관련된 파라미터들은  $D$ 와  $K_{cg}$ 가 있다.

이들은 시뮬레이션으로 계산된 개방회로와 폐회로에 대한 계단 응답특성 결과와 실제 실험결과와 비교하여 그 값을 추정할 수 있다. 그림 4와 그림 5는 개방회로와 폐회로의 계단응답특성에 대한 실험 및 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다.

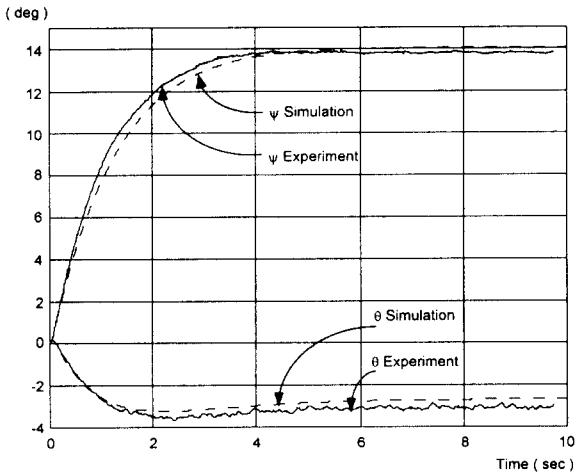


그림 4. 개방회로의 계단응답특성  
Figure 4. Open Loop Step response

## 5. 결론

본 논문에서는 2-입력, 2-출력을 갖는 자전 안정화 플랫폼의 모델을 구하였다. 자전 유지구동 토크가 커서 이에 의한 대향축 스프링 상수가 무시할 수 없게 되면 출력축의 적분효과가 없어져 폐회로를 구성할 경우 Type 0의 서어보 루프가 되었다. 그러나, 개방회로의 이득이 충분히 크기 때문에 폐회로를 구성하더라도 계단응답에 대한 출력축의 오차와 대향축 방향의

정상상태 값은 일정량 이하로 감소하였다.

폐회로와 함께 개방회로의 출력특성을 이용하여 각종 파라미터를 추정하므로써 비례제어를 이용한 폐회로만으로 파라미터를 추정하는 기존의 방법에 비해 모델의 불확실성이 감소하였다. 따라서 각종제어기 설계시 제어기의 강인성 및 안정도 여유를 더욱 향상시킬 것으로 예측된다.

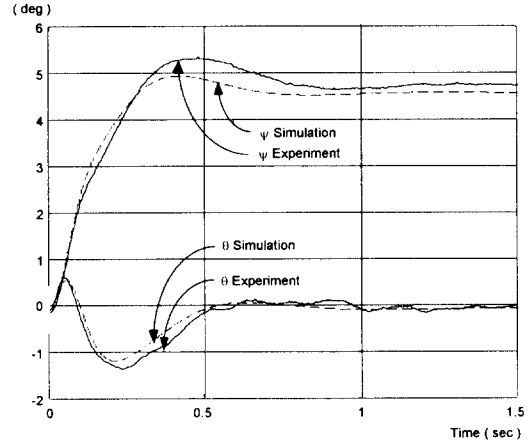


그림 5. 폐회로의 계단응답특성  
Figure 5. Closed Loop Step Response

## 참고문헌

- [1] H.Y.Hwang, W.E.Schmitendorf, "Robust  $H_\infty$  stabilizing controllers for a seeker scan loop system," *Proceedings of the ASME, DSC-Vol.57-1*, pp 307 - 313, Sanfrancisco, CA, 1995.
- [2] H.P.Lee, H.Y.Hwang, "Two-degree-of-freedom robust control of a seeker scan loop system," *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, AIAA-96-CP-3911, San Diego, CA, 1996.
- [3] S.A.White, "Dynamics of a solenoidal-torqued gyro-stabilized seeker assembly for guidance and tracking," *IEEE Tr. Aerospace and Elec. Syst.*, vol.AES-10, no.1, pp.113 - 122, 1974.
- [4] 유 인억, 김 병연, 이 상정, "자전안정화 플랫폼의 위치 제어용 퍼지논리제어기 설계," 대한전자공학회 논문지, 제 30권 B편 제4호, pp 56 - 66, 1993.
- [5] 황 흥연, 이 호평, "탐색기의 주사루프 모델링과 LQG/LTR보상기 설계," 대한기계학회논문집 제 17권 제11호, pp. 2730 -2741, 1993.