

강인한 제어를 위한 가변 구조 제어기의 고찰 및 로봇매니플레이터의 적용

Considerations of Variable Structure Controller for Robust Control and Its Application to Robot Manipulator

°남경태, 박정일, 이석규

영남대학교 전기전자공학부(Tel:810-2498; Fax: 813-8230; E-mail:jipak@ynuucc.yeungnam.ac.kr)

Abstracts This paper presents a continuous time varying sliding surface that allows faster tracking and really guarantees robust control and smooths control inputs. And this method is evaluated by applying to robot manipulator.

Keywords Continuous time-varying sliding surfaces; Robust control; Reaching time; Sliding time; Smoothing

1. 서론

최근 비선형 시스템에 대한 많은 연구논문이 발표되고 있으며, 그 중 매니플레이터와 같은 비선형성이 매우 강한 시스템에 대하여 모델링 오차 및 미지의 외란에 강인한 제어법으로 가변 구조 제어법[5],[6]에 대한 연구가 매우 활발히 진행되고 있다.

그러나 이러한 제어법에 있어서 근본적인 문제점 중의 하나는 제어 입력의 불연속에 의한 떨림 현상이다.[8] 떨림 현상을 효과적으로 줄이는 기존의 방법은 슬라이딩면 주위에 경계 층을 도입하여, 경계층안에서 스위칭 제어를 연속제어로 근사화하는 것이다. 그러나 제어입력이 클 경우, 슬라이딩면에 도달할 때 경계 층의 두께와 강인성의 배타적 관계에 의해서 제어입력에 갑작스런 변화를 초래하게 된다. 그리고 오차 위상 평면에서 초기 상태에서 슬라이딩면에 이르기까지의 reaching phase 동안은 거의 슬라이딩 이득(K)에 의해서 좌우되며 슬라이딩면에 도달시간이 결정된다. 그래서 높은 이득은 짧은 reaching time이 일어나 그 만큼 떨림 현상도 심해지고 sliding time도 커지게 된다.[3]

본 논문에서는 구조가 간단하며 제어에 장점이 있어 조립 공정 등에 많이 사용이 되고 있는 SCARA 로봇에 대해서 단계적 시변 슬라이딩 평면(stepwise Time-Varying Sliding surface: TVSS)[2],[7]을 향상시킨 연속적 시변 슬라이딩 평면(continuous TVSS)[1]을 제어기 설계에 이용하여 떨림 현상의 제거와 reaching time의 선택적 결정과 sliding time의 감소를 시도해 보았다. 그리고, 새로운 연속적 시변 슬라이딩 평면 알고리즘을 도입하여 좀더 부드러운 제어입력의 생성과 sliding time을 줄이는데 노력하였다.

2. 연속적 시변슬라이딩 평면

2.1 기존의 슬라이딩 평면

본 연구의 제어 대상인 SCARA 로봇은 2 자유도 평면 매니플레이터로 표현될 수 있으며 이를 운동 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) = \tau \quad (1)$$

위의 식(1)에서 $q = [\theta_1 \ \theta_2]^T$, $\tau = [\tau_1 \ \tau_2]^T$ 이고, $M(q)$ 은 관성행렬이고, $V(q, \dot{q})$ 은 Coriolis의 힘, 원심력 및 동적 마찰력을 나타내고, SCARA 로봇은 중력행렬 $G(q) = 0$ 이 되며, τ 는 입력 제어 토크 벡터이다.

위의 식(1)과 같은 운동 방정식에 대하여 시스템이 점근 안정되는 스위칭 평면을 설계하기 위하여 먼저 각각 관절의 목표 각도, 각속도, 각가속도를 $\theta_a, \dot{\theta}_a, \ddot{\theta}_a$ 측정된 각도, 각속도, 각가속도를 $\theta_r, \dot{\theta}_r, \ddot{\theta}_r$ 이라고 두면 그에 따른 오차와 오차 속도, 오차 가속도는 다음과 같이 주어진다.

$$e = \theta_a - \theta_r, \quad \dot{e} = \dot{\theta}_a - \dot{\theta}_r, \quad \ddot{e} = \ddot{\theta}_a - \ddot{\theta}_r \quad (2)$$

일반적으로 상태공간상에서의 슬라이딩 평면을 다음과 같이 설정한다.

$$r = \Lambda e + \dot{e} \quad (3)$$

이에 대한 제어 입력은 다음과 같다.

$$\tau = \hat{M}\ddot{q}_r + \hat{V}_m\dot{q}_r + Ksgn(r) \quad (4)$$

$$\ddot{q}_r = \Lambda \dot{e} + \ddot{\theta}_a$$

$$sgn(r_i) = +1 \quad \text{if } r_i > 0$$

$$sgn(r_i) = -1 \quad \text{if } r_i < 0,$$

여기서 “^”는 추정값을 나타낸다. 안정한 영역 내에 있을 K의 조건은 다음과 같다.

$$k_i \geq [|\hat{M}\ddot{q}_r + \hat{V}_m\dot{q}_r|_i] + \eta_i \quad (5)$$

다음의 Lyapunov함수는

$$V(r) = \frac{1}{2} r^T M(q)r \quad (6)$$

$$\dot{V}(r) = r^T [\hat{M}\ddot{q}_r + \hat{V}_m\dot{q}_r] - \sum_{i=1}^n k_i |r_i|$$

$$\dot{V}(r) \leq - \sum_{i=1}^n \eta_i |r_i|$$

$$\text{단, } \hat{M} = M - \tilde{M}, \hat{V}_m = V_m - \tilde{V}_m$$

여기서 “~”는 추정 오차를 나타낸다. 이와 같은 형태로 떨림 현상을 줄이기 위해 포화(saturation) 함수를 사용한 경우의 제어 입력은 다음과 같다.

$$\tau = \hat{M}\ddot{q}_r + \hat{V}_m\dot{q}_r + K \text{sat}(r/\epsilon) \quad (7)$$

$$\text{단, } \text{sat}(r_i/\epsilon) = +1 \quad \text{if } r_i/\epsilon > 1$$

$$\text{sat}(r_i/\epsilon) = -1 \quad \text{if } r_i/\epsilon < -1$$

$$\text{sat}(r_i/\epsilon) = r_i/\epsilon \quad \text{if } -1 < r_i/\epsilon < 1$$

2.2 연속적 시변 슬라이딩 평면

연속적 시변 슬라이딩 평면에서는 식(3)을 다음과 같은 식으로 바꾼다.

$$r = \Lambda(t)e + \dot{e} + \alpha(t) \quad (8)$$

위 식(8)에서 $\Lambda(t) = At + B$ 이고, $\alpha(t) = Ct + D$ 이며 A, B, C, D는 일정한 상수이다. 이에 대한 새로운 제어입력은 다음과 같다.

$$\tau = \hat{M}\ddot{q}_r + \hat{V}_m\dot{q}_r + K \text{sgn}(r) \quad (9)$$

$$\ddot{q}_r = Ae + \Lambda\dot{e} + \ddot{q}_d + C$$

여기에서 식(9)에서 단계적 시변 슬라이딩 평면에서 보여줄 수 없었던 제어입력에 $\Lambda(t)$, $\alpha(t)$ 의 관계식으로 표현됨을 알 수 있다. 이것은 슬라이딩면의 회전(rotation)과 이동(shifting)의 비(rate)가 제어 입력에 영향을 주어 오차 상태변수가 항상 슬라이딩면에 존재하도록 해준다.

2.3 연속적 시변 슬라이딩 평면의 성격

기존의 슬라이딩 평면에서는 K값에 의해서 초기치에서 고정된 슬라이딩면까지 도달하는데 걸리는 시간인 reaching time과 슬라이딩 면에서 오차가 정상상태까지 도달하는데 걸

리는 시간인 sliding time을 좌우하고 chattering 정도에도 영향을 미친다. 즉 큰 K의 값은 reaching time을 줄여주나 sliding time과 chattering을 크게 한다. 식(9)의 제어기를 사용할 경우 고정된 K값에서 슬라이딩 변수 A, C에 의해서 마지막 슬라이딩면까지 도달하는 reaching time이 결정되며 또, 슬라이딩면상에서 회전과 이동을 하기 때문에 sliding time도 줄어든다.

가변구조 제어의 난점인 떨림 현상을 줄이기 위해서 시스템의 강인성은 떨어지지만 포화함수를 이용한다. 그렇지만 reaching phase에서 슬라이딩면에 도달할 때는 높은 attractive manifold에 의해서 제어입력의 급격한 변화가 발생해 시스템에 나쁜 영향을 미친다. 연속적 시변 슬라이딩 평면에서는 마지막 슬라이딩면에 도달하기 전에 peak 속도 오차가 발생해서 오차 궤적이 마지막 슬라이딩면 기울기에 가깝게 도달하기때문에 제어입력의 갑작스런 변화가 줄어든다.

3. 모의 실험 및 결과 고찰

이상에서 제안한 제어법칙의 타당성을 확인하기 위해서 SCARA로봇의 두 관절에 대해서 실험해보았다.

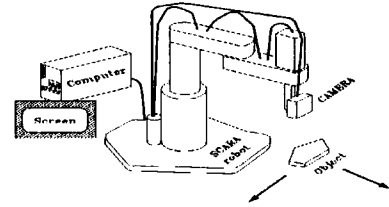


그림 1. SCARA 로봇의 전체적 외형
Fig. 1. SCARA robot system

제어기의 각 매개변수는 다음과 같다.

$$M(q) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)a_1^2 + m_2a_2^2 + 2m_2a_1a_2\cos\theta_2 + J & m_2a_2^2 + m_2a_1a_2\cos\theta_2 \\ m_2a_2^2 + m_2a_1a_2\cos\theta_2 & m_2a_2^2 + J \end{bmatrix}$$

$$V_m(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -\dot{\theta}_2 m_2 a_1 a_2 \sin\theta_2 & (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) m_2 a_1 a_2 \sin\theta_2 \\ \dot{\theta}_1 m_2 a_1 a_2 \sin\theta_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_1 = 1\text{m}, a_2 = 1\text{m}, m_1 = 1\text{kg}, m_2 = 1\text{kg}, J = 5\text{kg}\cdot\text{m}^2$$

각 관절 궤적의 목표궤적과 초기치는 다음과 같다.

$$\theta_{d1} = \sin t, \theta_{d2} = \cos t$$

$$\theta_{d1}(0) = 0, \theta_{d2}(0) = 1$$

$$\dot{\theta}_{d1}(0) = 1, \dot{\theta}_{d2}(0) = 0$$

기존의 슬라이딩 제어기에서 K=85, A=7로 두고, 채터링을 고려하여 $\epsilon = 0.1$ 을 둔다.

시변 슬라이딩 제어기는 초기상태에서 제 1,3 사분면에 있

으면 속도오차가 제로가 될때까지 $A=A_1-5t$ 로 고정시키고 $C=5$, $D=-A_1 \cdot e(t_0) - \dot{e}(t_0)$ 로 두고 이동한다. 속도오차가 제로가 되는 시점 T1이 되면 그 때부터 $\alpha=0$ 로 두어 이동은 중단시키고 $A=30$, $B=-A \cdot T1$ 로 두어 $A=7$ 이 되는 시점 T2까지 회전시킨다. T2가 되면 오차가 제로에 근접하는 시점 T3까지 슬라이딩면의 운동을 고정시킨다.

T1에서 T3까지 계속 회전시키는 새로운 연속 시변 슬라이딩 평면을 이용해보았다.

그림 2를 보면 기존의 슬라이딩면보다 연속 시변 슬라이딩 평면이 reaching time이 더 짧고 새로운 연속 시변 슬라이딩 평면은 sliding time도 더 짧은 것을 알 수 있다.

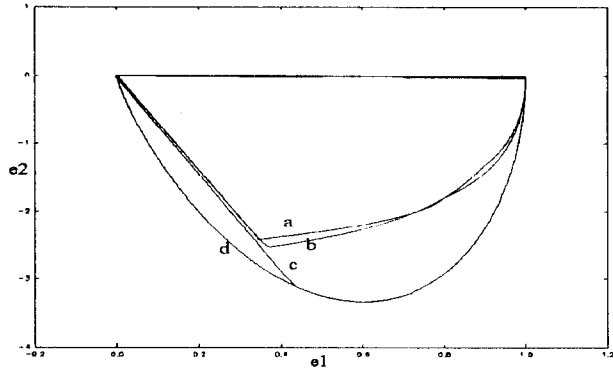


그림 2. 위상 궤적 (a)기존의 슬라이딩면(b)단계적 TVSS (Time-Varying Sliding Surface) (c)연속적 TVSS (d) 새로운 연속적 TVSS

Fig. 2. Phase portrait (a)conventional sliding surface, (b) stepwise TVSS,(c) continuous TVSS,(d) new continuous TVSS

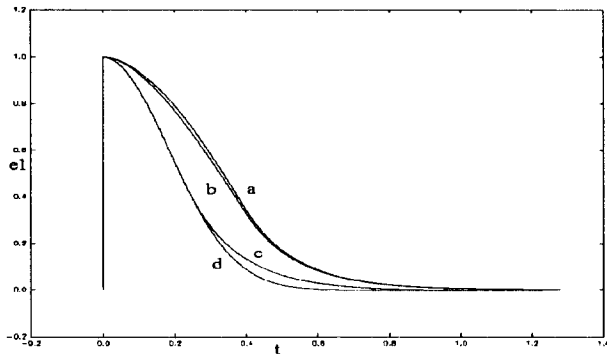


그림 3. 관절각 추적 오차 (a)기존의 슬라이딩면 (b)단계적 TVSS (c)연속적 TVSS (d)새로운 연속적 TVSS

Fig. 3. Position tracking error (a) conventional sliding surface (b) stepwise TVSS (c)continuous TVSS (d) new continuous TVSS

그림 3에서 (b)는 (a)보다 reaching time을 향상시켰고, (c)는 더욱 향상시켰으며, (d)는 sliding time도 많이 개선됨을 알 수 있다. 이처럼 시변 슬라이딩 평면을 사용하면 오차의 수렴정도가 더 빨라짐을 알 수 있다.

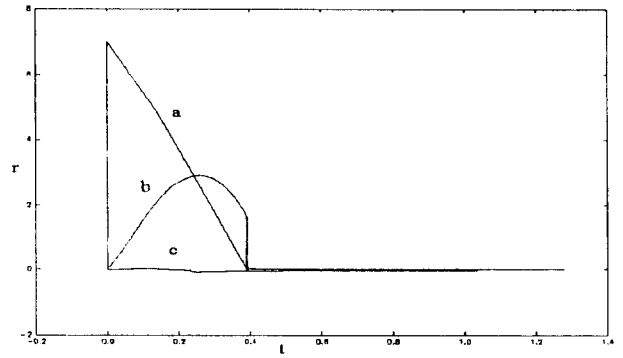


그림 4. 슬라이딩면과의 거리 (a)기존의 슬라이딩면 (b)단계적 TVSS (c)연속적 TVSS

Fig. 4. Distance between error state and sliding surface (a)conventional sliding surface (b)stepwise TVSS (c)continuous TVSS

그림 4는 단계적 시변 슬라이딩면은 포물선의 reaching phase인 반면, 시변 슬라이딩 모드는 오차 궤적이 처음 부터 슬라이딩면에서 이동과 회전을 한다. 이 사실은 불확실한 파라미터나 외란에 처음부터 강인하게 제어됨을 나타낸다.

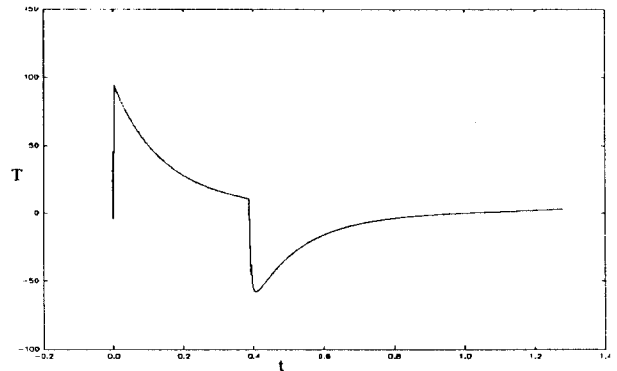


그림 5. 기존의 슬라이딩면의 제어입력

Fig.5 Control input of conventional sliding surface

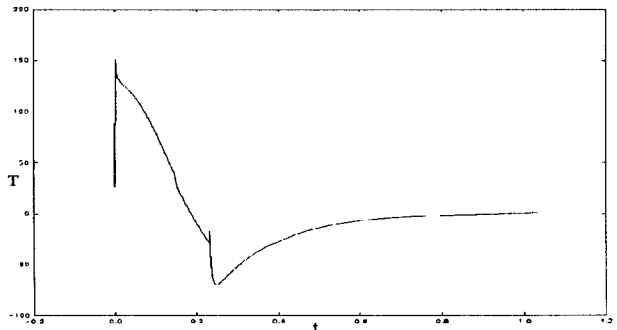


그림 6. 연속적 가변 슬라이딩면의 제어입력
Fig. 6. Control input of continuous TVSS

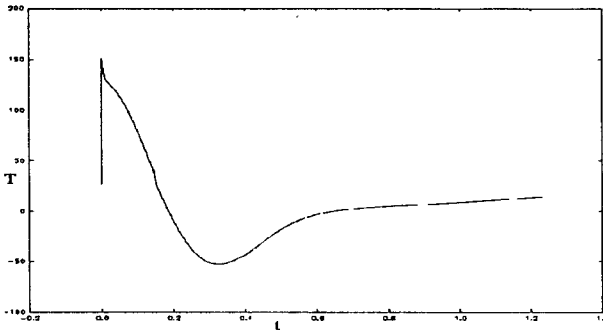


그림 7. 새로운 연속적 가변 슬라이딩면의 제어입력
Fig. 7. Control input of new continuous TVSS

그림 5.6.7을 보면 기존의 슬라이딩 평면보다 연속적 시변 슬라이딩 평면의 제어입력이 더 부드럽고, 그 보다 새로운 연속적 시변 슬라이딩 평면의 제어 입력이 더 부드러움을 알 수 있다. 이것은 그림2에서 보는 바와같이 슬라이딩면에 도달할 때 궤적의 기울기가 같을수록 제어입력이 부드러워지기 때문이다.

4. 결론

본 논문에서 연속적 시변 슬라이딩 평면과 새로운 연속적 시변 슬라이딩 평면을 이용해 제어를 설계해서 강인성, 오차의 수렴 시간, 제어 입력의 부드러움을 개선했다. 이를 검증하기 위하여 2 자유도 SCARA 로봇에 적용하여 그 결과를 확인하였다.

참고문헌

- [1] A. Bartoszewicz, "A Comment on 'A Time-varying Sliding Surface for Fast and Robust Tracking Control of second-order Uncertain Systems'," *Automatica*, vol. 31, no. 12, pp. 1893-1895, 1995
- [2] S. B. Choi, D. W. Park and S. Jayasuriya, "A Time-varying Sliding Surface for Fast and Robust Tracking Control of Second-order Uncertain Systems," *Automatica*, vol. 30, no. 5, pp. 899-904, 1994
- [3] W. Gao, "Variable Structure Control of Nonlinear Systems: A New Approach," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 40, no. 1, pp. 45-55, 1993
- [4] F. L. Lewis, *Control of robot manipulators*, New York: Macmillan Press, 1993.
- [5] J. J. Slotine, "The robust control of robot manipulators," *Int. J. Rob. Res.*, vol. 4, no. 4, pp.49-64, 1985
- [6] V. I. Utkin, "Variable Structure Systems With Sliding Modes," *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, vol. AC-22, pp. 212-222, 1977
- [7] 손유석, 박진배, "시변 슬라이딩 평면을 이용한 로봇 팔의 신속하고 강인한 제어," '95 KACC, 제 1 권, pp. 430-433
- [8] 홍동기, 남경태, "Sliding mode를 이용한 SCARA 로봇의 궤적 제어에 관한 연구," '95 대한전기학회 논문집, 제 B 권, pp. 773-776