Proceedings of the 11th
KACC, October 1996

2관성 시스템의 속도 제어를 위한 강건 제어기의 설계

The Design of a Robust Controller for the Speed Control of a Two-mass System

이 상 효*, °이 상 철*, 황 영 빈*

*광운대학교 제어계측공학과 (Tel: 940-5153; Fax: 909-3255)

Abstracts A H_∞ control theory was applied to motor speed control of two-mass system to get controller which acts effectively with control object including uncertainties. The H_∞ control problem was composed and solved. After that, numerical simulation were executed to confirm ability of the contoller which compared with PI controller.

Keywords H_∞ control, Weighting function, Robust control, Uncertainty, Sensitivity function

1. 서론

2관성 시스템(two-mess)에서 부하의 변화와 축의 비틀림(torsion)은 제어 시스템에서 큰 영향을 미치기 때문에 중요한 요소로써 작용한다[5]. 그러나 이것은 시스템에서 고차 모드(mode), 비선형성과 불확실성으로 나타나고, 제어 대상에서 정확히 적용할 수 없는 경우가 많다. 2관성 시스템의 PI제어의 경우, 이 불확실성 때문에 실제 제어 대상에서 진동이 발생하기도 한다. 따라서, 이 논문에서는 강건 제어(robust control) 설계 방법을 적용한다.

강건 제어기 설계는 H_∞ 제어 이론으로 다루게 된다[2]. H_∞ 제어기는 혼합 감도 조건과 강건 안정 조건을 만족하도록, 하중함수(weighting function)를 설정하여 얻을 수 있다. 여기서는, 제어 대상에 불확실성(uncertainty)을 포함하는 2관성 시스템의 속도 제어에 대해서, H_∞ 제어 이론을 적용하여 강건 제어기를 구한다.

2. 2관성 시스템

본 논문에서 고려한 2관성 시스템은 구동측 전동기, 부하측 전동기, 그리고 두 전동기 사이에 탄성계수를 가지는 결합기(coupler)로 구성된다. 마찰을 제외한 전동기 2관성 회전 시스템의 제어 대상은 그림1과 같다.

여기서, J_m [kgm²]은 구동측 전동기의 관성모멘트, J_L [kgm²]은 부하측 전동기의 관성모멘트이고, T_m [Nm]은 입력전압 V [V]를 가했을 때의 구동측 전동기의 토크이다. 그리고, R [Ω]과 L [H]는 각각 구동측 전동기의 전기자 저항과 전기자 인덕턴스이다. 구동측 전동기가 ω_m [rad/sec]의 속도로 회전할 때, 결합기의 탄성계수 k [Nm/rad]로 인해 부하측 전동기는 ω_L [rad/sec]의 속도로 회전하게 된다. 이때 발생하는 각속도의 차가 $\dot{\theta}$ [rad/sec]이다.

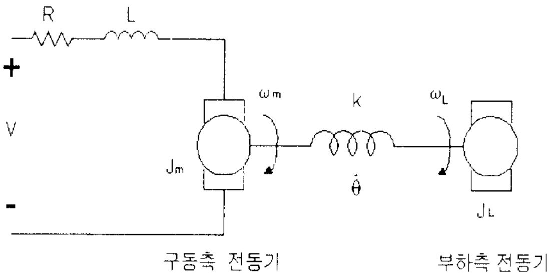

그림 1. 2관성 시스템의 모델
Fig. 1. Modelling of 2-mass system

그림 1의 2관성 시스템의 상태 방정식과 실제 제어 대상의 전달 함수는 각각 식 (1)과 식 (2)와 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad y = Cx \tag{1}$$

여기서,

$$x = \begin{bmatrix} \omega_m \\ \dot{\theta} \\ \omega_L \end{bmatrix}, \qquad A = \begin{bmatrix} -\dfrac{K_T K_E}{J_m R} & -\dfrac{k}{J_m} & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \dfrac{k}{J_L} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \dfrac{K_T}{J_m R} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

K_T : 구동측 전동기의 토크상수 [Nm/A]
K_E : 구동측 전동기의 전압상수 [V/rad/s]

$$P_{real} = \frac{\omega_m}{V} = \frac{s^2 + \dfrac{k}{J_L}}{\dfrac{RJ_m}{K_T} s^3 + K_E s^2 + \dfrac{2kR}{K_T} s + \dfrac{kK_E}{J_L}} \tag{2}$$

이 시스템의 블록 선도(block diagram)는 그림2와 같다.

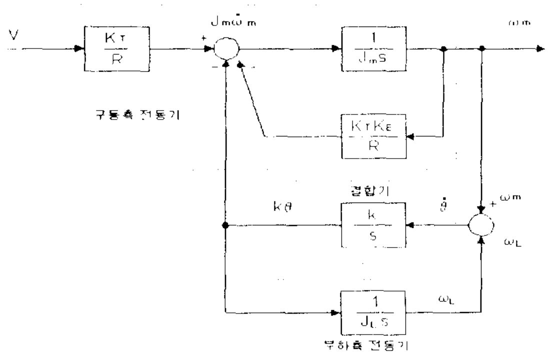

그림 2. 2관성 시스템의 블록 선도

Fig. 2. Block diagram of 2 mass system

전동기 속도 제어 시스템에서 보통 구동측 전동기의 정보만을 알 수 있고, 부하의 정보 및 축의 탄성계수 등은 알 수 없는 경우가 많다. 따라서, 구동측 전동기를 공칭 제어 대상(nominal plant)로, 부하측 전동기와 결합기의 탄성계수로 인한 구동측 전동기의 파라메타 변화를 구동측 전동기의 승법 불확실성으로 나타낼 수 있다. 따라서, 그림 2를 그림3과 같이 공칭 제어 대상과 승법 불확실성으로 표현할 수 있다[1, 4].

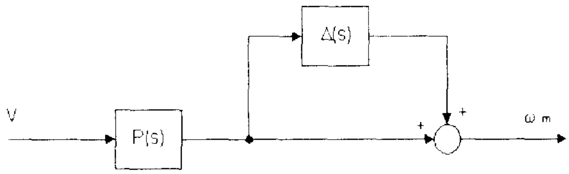

그림 3. 2관성 시스템의 공칭 제어 대상과 승법 불확실성

Fig. 3. Nominal plant and multiplicative uncertainty for 2 mass system

여기서, P(s)는 구동측 전동기의 전달함수이고, $\Delta(s)$는 부하측 전동기와 결합기로 이루어진 구동측 전동기의 승법 불확실성으로 식 (3)와 (4)로 표현된다.

$$P(s) = \frac{\frac{K_T}{J_m R}}{s + \frac{K_T K_E}{J_m R}} \tag{3}$$

$$\Delta(s) = \frac{\frac{k J_m - 2k J_L}{J_L J_m} s}{s^3 + \frac{K_T K_E}{J_m R} s^2 + \frac{2k}{J_m} s + \frac{k K_T K_E}{J_m J_L R}} \tag{4}$$

3. H∞ 제어 시스템

기준 입력에 추종하고 외란을 억제하는 제어기에 대한, 성능 조건을 그림 4와 같은 시스템으로 고려한다[1, 3].

여기서, r은 기준 입력, d는 외란 입력, y는 출력, W_e는 오차 하중함수, z_e는 하중을 가한 시스템 오차이다.

제어기 K(s)에 의해, 입력 r에 추종하고 외란 d를 억제하기 위해, r에서 y, d에서 y로의 전달함수의 크기를 최소화 할 필요가 있다. 이는 감도함수 S(s)에 의해 주어진다.

$$S(s) = \frac{1}{1+P(s)K(s)} \tag{5}$$

따라서, 제어기 K(s)가 식 (5)을 만족하도록 설계되면, 하중 $W_e(s)$의 선택에 의해 감도함수 S(s)의 주파수 응답과 제어 시스템의 성능은 최적화 될 수 있다.

$$|W_e(s)\ S(s)| < 1 \quad \forall\omega \tag{6}$$

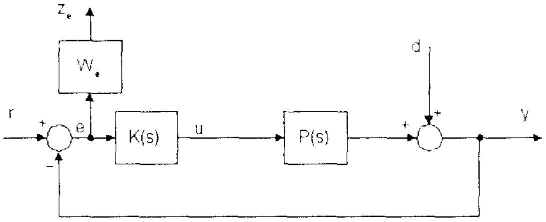

그림 4. 감도함수 S와 하중함수 W_e에 대한 제어 시스템

Fig. 4. Control system for sensitivity function S and weighting function W_e

또, 불확실성에 대한 안정한 폐루프 시스템을 얻기 위해서, 그림 5와 같은 구성을 고려한다.

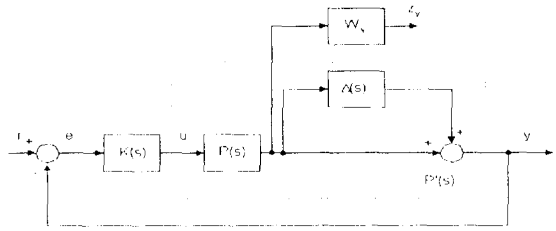

그림 5. 승법 불확실성과 하중 함수 W_y에 대한 제어 시스템

Fig. 5. Control system for multiplicative uncertainty and weighting function W_y

여기서, z_y는 공칭 제어 대상 P(s)의 출력인 y에 하중을 가한 출력이다. $\Delta(s)=0$ 일 때 기준입력 r에서 출력 y로의 전달함수인, 상보감도함수 T(s)는 식 (7)과 같다.

$$T(s) = \frac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} \tag{7}$$

이때 폐루프 시스템의 강건 안정성을 이루기 위한 충분 조건은 식 (8)과 같다.

$$|W_y(s)\ T(s)| < 1 \quad \forall\omega \tag{8}$$

또, 승법 불확실성 $\Delta(s)$을 정확히 알기는 어려우므로, 하중함수 $W_y(s)$를 승법 불확실성 $\Delta(s)$의 상계로 정의한다. 따라서, 제어기 K(s)는 식 (9)을 만족하도록 설계되어야 한다.

$$|\Delta(s)| < |W_y(s)| \quad \forall\omega \tag{9}$$

결국, 강건성을 이루기 위해서는 식 (10), (11)을 만족하는 제어기 K(s)를 구하는 것이다[2, 4].

$$\left\| \begin{matrix} W_e(1+PK) \\ W_y PK(1+PK) \end{matrix} \right\|_\infty < 1 \quad \forall\omega \tag{10}$$

$$|\Delta(s)| < |W_y(s)| \quad \forall\omega \tag{11}$$

이를 위해 그림 6과 같은 시스템에 대해서, MATLAB의 robust control toolbox를 이용하여, 제어기 K(s)를 구한다 [4].

그림 6에서, w는 외란 입력, z는 제어량, u는 제어 입력, y는 관측량이다. 하중의 설정은 식 (10), (11)을 만족하는 하중 함수 W_e, W_y를 설정한 후 제어기 K를 구한다.

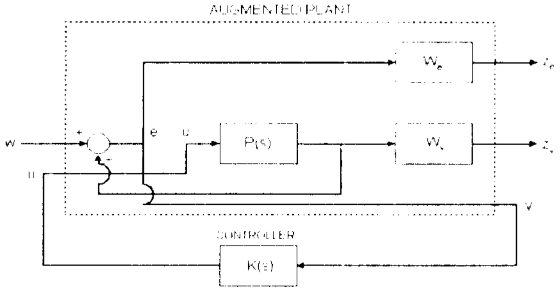

그림 6. 표준 H_∞ 제어 문제
Fig. 6. Standard H_∞ control problem

4. 실험장치에 대한 제어기 설계

본 실험장치에서 구동축 전동기와 부하축 전동기는 30W TAMAGAWA사의 DC servo 전동기인 TRE-시리즈를 사용하고, 두 전동기 사이의 결합기는 NBK사 제품의 MFB 시리즈를 사용하였다. 각 파라메타 값은 표 1과 같다.

표 1. 실험 장치의 파라메타
Table 1. Parameters of experimental instrument

J_m	4.9×10^{-6} [kgm²]
J_L	4.9×10^{-6} [kgm²]
k	25 [Nm/rad]
R	2.7 [Ω]
L	1.4×10^{-3} [H]
K_T	0.0535 [Nm/A]
K_E	0.0535 [V/rad/s]

식 (3), (4)의 공칭 제어 대상 P(s)와 섭동 $\Delta(s)$은 식 (12)와 (13)이 된다.

$$P(s) = \frac{4.0438\times10^{3}}{s + 2.1635\times10^{6}} \tag{12}$$

$$\Delta(s) = \frac{-5.102\times10^{6}s}{s^{3}+2.1635\times10^{2}s^{2}+1.0201\times10^{7}s+1.1038\times10^{9}} \tag{13}$$

식 (11)에 따라 보드 선도에서 W_y는 $\Delta(s)$의 크기보다 커야 한다. 따라서, W_y는 그림 7의 $\Delta(s)$의 보드 선도를 참조하여 식 (14)과 같이 설정하였다.

$$W_y = \frac{0.15s^{2}+210s+73500}{s+100000} \tag{14}$$

또, W_e를 식 (14)로 놓으면, $|W_e|^{-1}$가 저주파수에서 $A \leq 1$, 고주파수에서 $M_s \geq 1$, 대역폭 ω_b에서 $|W_e|^{-1}$가 근사적으로 0[dB]되도록 설정할 수 있다.

$$W_e = \frac{s/M_s+\omega_b}{s+\omega_b A} \tag{15}$$

여기서, $\omega_b = 2500$, $M_s = 2$, $A = 0.001$로 놓으면, W_e는 식 (16)과 같다.

$$W_e = \frac{0.5s+2500}{s+2.5} \tag{16}$$

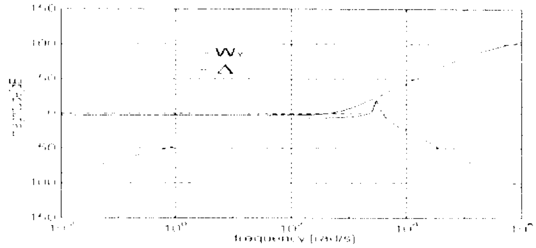

그림 7. W_y와 Δ의 보드 선도
Fig. 7. Bode diagram of W_y and Δ

결과적으로 얻어진 제어기는 식 (17과 같다.

$$K = \frac{5.2929\times10^{2}s^{2}+5.3043\times10^{7}s+1.1451\times10^{11}}{s^{3}+1.0855\times10^{5}s^{2}+2.559\times10^{8}s+6.3906\times10^{8}} \tag{17}$$

제어대상이 실제시스템인 식(2)와 공칭 제어 대상인 식(3)에 대해서, 공칭 제어 대상인 P(s)에 대한 정보만을 이용한 PI 제어기 K_{PI}와 공칭 제어 대상 P(s)와 승법 불확실성 $\Delta(s)$을 고려하여 얻어진 제어기 K_{robust}의 제어시스템의 특성을 아래에 비교해 보았다.

그림 8은 공칭 제어 대상에 대해, 상승 시간이 2[ms]로 제어기를 설정하였다.

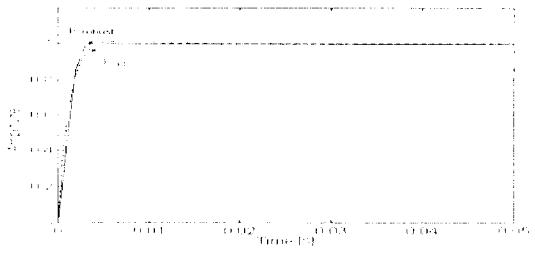

그림 8. 제어기 + 공칭 제어 대상의 단위 계단응답
Fig. 8. Step response for nominal plant

그림 9는 실제 제어 대상의 경우의 K_{PI}와 K_{robust}에 대해서 단위 계단 응답을 나타내었다. 상승 시간의 경우는 별 차이가 없지만, K_{robust}에 대해서는 진동 모드가 상쇄되었다.

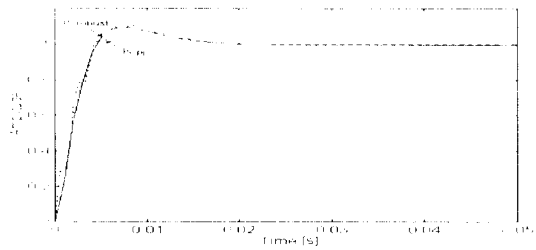

그림 9. 제어기 + 실제 제어 대상의 단위 계단 응답
Fig. 9. Step response for real plant

제어대상이 실제시스템인 식(2)와 공칭 제어 대상인 식(3)에 대해서, K_{PI}와 K_{robust}를 이용한 경우의 보드 선도를 그림 10과 그림 11에 각각 나타내었다.

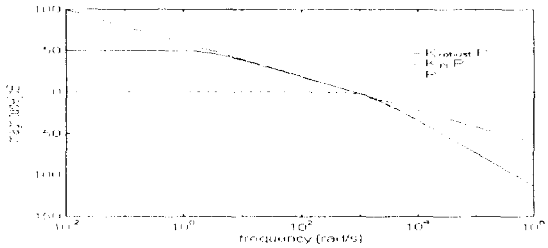

그림 10. 제어기 + 공칭 제어 대상의 보드 선도
Fig. 10. Bode diagram for nominal plant

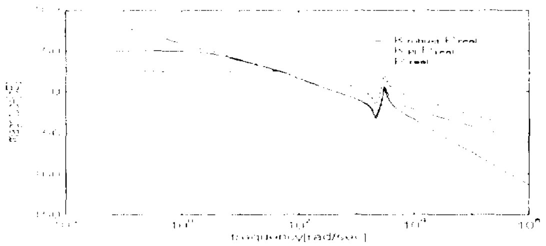

그림 11. 제어기 + 실제 제어 대상의 보드 선도
Fig. 11. Bode diagram for real plant

그림 11의 공진 모드 부분만을 확대하면 그림 12와 같다.

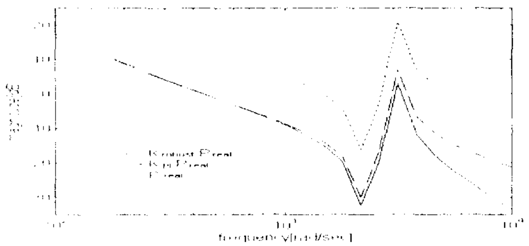

그림 12. 제어기 + 실제 제어 대상에 대한 공진 모드 부분의 보드 선도
Fig. 11. Bode diagram of resonance mode for real plant

5. 결론

2관성 시스템의 속도 제어에 대한 강건 제어기를 설계하였다. 이는 제어기 설계를 위해 사용되는 시스템 제어 대상이 실제 시스템과 차이가 있을 때, 고전 제어 기법으로 설계된 PI 제어기에 비하여 H_∞ 제어기가 강건한 성능을 나타냄을 알 수 있다. 다만, 단위 계단 외란 입력에 대한 고려 및 궤적 추종 성능 향상 등은 앞으로 더 연구해야 할 과제로 남아있다.

참고문헌

[1] Fusi-machi and Hino-shi, "Application of H_∞ Control to Motor Speed Control System." *IEEE Trans. on Automatic Control*, pp. 839-842, 1991
[2] J. C. Doyle, B.A. Francis, A.R. tannenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan, Singapore, 1992
[3] H. L. Trentleman, J. C. Willems, *Essays on Control: Perspective in the Theory and its applications*, Boston, Birkhauser, 1993
[4] Richard Y. Chiang and Michael G. Safonov, *Robust Control TOOLBOX*, The MathWorks, 1992
[5] Shigeo Morimoto, Masayuki Sanada and Yoji Takeda, "Vibration Control of Mechanical Resonance System." *IPEC Yokohama*, pp. 1446-1451, 1995