

상태 궤적을 이용한 퍼지 규칙 생성 및 도립진자의 제어

Fuzzy Rule Generation based on State Trajectory and the Control of Inverted Pendulum

°차 충렬, 박정일

영남대학교 전자공학과(Tel:053-810-2498; Fax:053-814-5713; E-mail: jipark@yucc.yeungnam.ac.kr)

Abstract In this paper, we introduced the fuzzy control rules based on state trajectory which is scheduled by man's insight in order to control the inverted pendulum. This method was evaluated by computer simulation. It was confirmed that the proposed fuzzy rules based on state trajectory method are effective for controlling inverted pendulum.

Keywords State trajectory; Inverted Pendulum; Fuzzy rules

1. 서론

도립진자는 구조가 복잡한 비선형시스템이다. 고전제어로서 도립진자를 스윙 업하여서 수레의 위치와 막대의 각도를 동시에 제어하기는 비선형성과 수레와 막대의 상태 커플링으로 인하여 아주 어렵다. 그리고 학습에 의하여 퍼지제어기의 제어규칙을 전체 상태공간에서 구현하는 것 역시 거의 불가능하다. 그래서 본 논문에서는 스윙 업, 수레의 위치, 진자의 각도, 수레의 제어입력과 진자의 제어입력의 합성에 대한 퍼지룰을 상태궤적을 고려하여 생성하는 방법을 제시하고 이를 이용하여 도립진자를 잘 제어할 수 있음을 시뮬레이션으로 검증하여 본다.

2. 도립진자의 상태궤적

도립진자를 스윙 업시킨 뒤 수레의 위치와 진자의 각도를 동시에 제어하는 경우는 4개의 상태 공간을 생각할 수 있다. 즉, 스윙 업, 수레, 진자, 수레의 제어입력과 진자의 제어입력 합성에 대하여 각각의 상태 공간을 고려할 수 있다. 이들 개개의 상태공간은 올바른 제어를 위해서는 저마다의 바람직한 상태 궤적이 존재하고 있으며 인간은 이 상태궤적을 그릴 수가 있다. 특히 수레의 제어입력과 진자의 제어입력의 합성에 대한 상태공간은 2차의 상태공간이 되는데 이는 퍼지의 2차 추론에 해당한다.

2.1 스윙 업 상태 궤적

다음의 그림 1은 도립진자의 스윙 업에 해당하는 상태 공간과 올바른 제어를 위한 상태 궤적을 나타내고 있다. 스윙 업은 진자

의 에너지 상태의 상승과 같다. 그래서, 아래의 화살표는 진자의 에너지의 변화 방향과 그 변화 폭을 나타내고 있다. 주목해서 볼 것은 화살표가 없는 ①, ② 영역은 에너지의 상승이 어려운 구간으로서 영 입력 영역이고 ③의 윗부분과 맞은 편의 빗금친 부분은 진자의 각도 제어 상태 공간이다. 그리고 ④의 다각형 점선은 우리가 원하는 에너지 상태를 나타내고 있다.

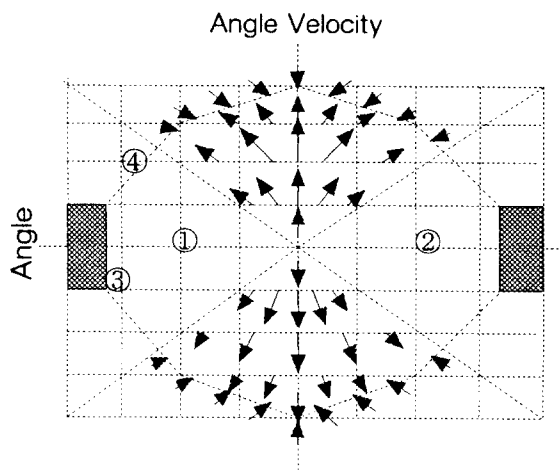


그림 1. 스윙 업 과정의 상태 궤적

Fig. 1. The state trajectory of swing up process

2.2 진자와 대차의 상태 궤적

진자와 수레의 상태 궤적은 동일한 모양을 한다. 그 이유는 진

자의 각도 제어와 대차의 위치제어가 동일한 위치 제어 문제이기 때문이다.

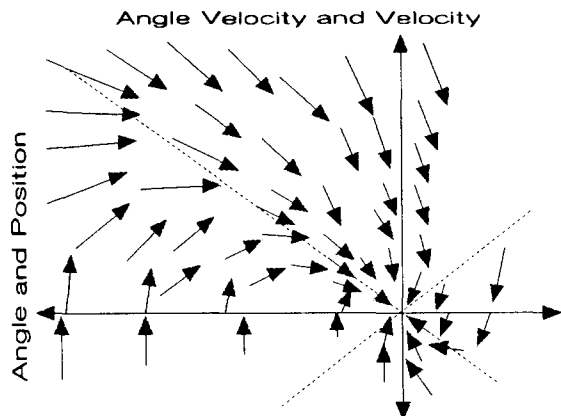


그림 2. 수레와 진자의 상태궤적

Fig 2. The state trajectory for the position and angle control of the cart and pole

위의 그림 2는 위치 제어 상태공간과 상태궤적을 나타내고 있다. 1, 3사분면과 2, 4사분면은 서로 대칭적인 모양을 하고 있다. 각각의 화살표는 바람직한 제어를 위한 상태의 변화 방향과 크기를 나타낸다.

2.3 수레와 진자의 제어입력 합성을 위한 상태궤적

일단 상태궤적을 그리면 퍼지 규칙은 쉽게 유도 된다. 그런데, 수레의 위치와 진자의 각도를 동시에 제어하기 위해서는 두 제어입력을 합성하는 것이 필요하다. 이를 합성하기 위해서 또 다른 상태 공간을 형성하는 데 이는 퍼지의 2차 추론 문제가 된다. 즉, 수레와 진자의 1차 추론의 결과가 2차 합성 상태공간의 상태입력이 된다. 그림 3은 수레와 진자의 제어입력을 합성하기 위한 2차 합성 상태궤적이다. 1, 3사분면은 1차추론의 입력이 동일 부호인 상보구간며 2, 4사분면은 1차추론의 입력 부호가 서로 반대인 상충구간이다. 그래서, 2, 4사분면의 상태는 가능하면 빨리 1, 3사분면으로 옮겨갈 필요성이 있다. 일단 상보 구간으로 상태가 옮겨왔을 경우는 빠르고 큰 입력 변화로 원점 상태로 옮겨간다. 다시 말하면, 상충구간은 입력의 변화는 없으나 큰 입력으로 구간 이동 영역이되고 상보구간은 급격한 입력변화로 인한 원점 상태로의 천이구간이 된다. 결국은 급격한 소용돌이를 일으키면서 두 상태의 합성이 이루어진다. 합성에서 중요한 가중치는 도립진자의 경우는 진자의 가중치가 수레보다 높다. 그래서 진자의 1차 입력이 강조되면서 회전을 하는 것이다.

3. 상태 궤적에 근거한 퍼지 규칙 생성

퍼지 제어 규칙은 상태 궤적을 보고서 쉽게 구성할 수가 있다. 아래 표들은 상태 궤적을 근거로 작성한 퍼지 규칙을 나타낸다.

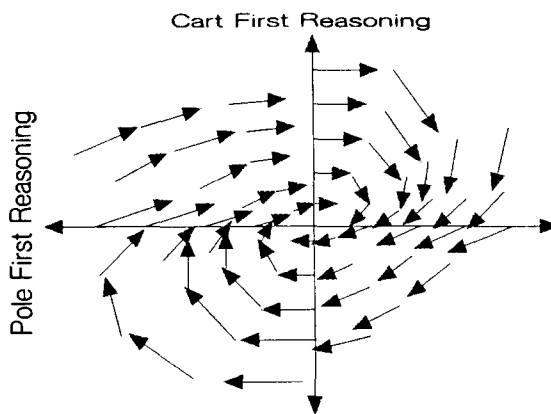


그림 3. 2차 합성을 위한 상태궤적

Fig 3. The state trajectory for secondary synthesis

표 1. 스윙 업의 퍼지 규칙

Table 1. The fuzzy rules for swing up

$\omega \setminus \theta$	N3	N2	N1	N0	ZE	P0	P1	P2	P3
P3	ZE	ZE	PS	PS	ZE	PS	PS	ZE	ZE
P2	ZE	ZE	ZE	N0	N0	N0	ZE	ZE	ZE
P1	ZE	ZE	ZE	N1	N1	N1	ZE	ZE	ZE
P0	ZE	ZE	ZE	ZE	N0	ZE	ZE	ZE	ZE
ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE	ZE
N0	ZE	ZE	ZE	ZE	P0	ZE	ZE	ZE	ZE
N1	ZE	ZE	ZE	P0	P1	P0	ZE	ZE	ZE
N2	ZE	ZE	ZE	P0	P0	P0	ZE	ZE	ZE
N3	ZE	ZE	NS	N0	ZE	N0	N0	ZE	ZE

표 2. 이차 합성시의 퍼지 규칙

Table 2. The fuzzy rules for secondary synthesis

P\C	N3	N2	N1	N0	ZE	P0	P1	P2	P3
P3	N3	N3	N3	N3	N3	N1	ZE	P1	P3
P2	N3	N3	N2	N2	N2	N0	P0	P2	P3
P1	N3	N2	N2	N1	N1	ZE	P1	P3	P3
P0	N3	N2	N1	N0	N0	P0	P2	P2	P3
ZE	N3	N2	N1	N0	ZE	P0	P1	P2	P3
N0	N3	N2	N2	N0	P0	P0	P1	P2	P3
N1	N3	N3	N1	ZE	P1	P1	P2	P2	P3
N2	N3	N2	N0	P0	P2	P2	P2	P3	P3
N3	N3	N1	ZE	P1	P3	P3	P3	P3	P3

위의 표 1과 표 2는 각각 스윙업과 2차 합성의 퍼지 제어 규칙을 나타내고 있다. 표 1에서 ZE의 영역은 에너지 상승이 어려운 구간이 된다. 표 2에서는, 2, 4사분면의 입력은 대부분이 가중치가 높은 진자의 입력을 따르고 있으며, 1, 3사분면에서는 입

력의 변화가 아주 심하다. 이 모두가 상태 궤적을 보고서 작성한 퍼지 제어규칙들이다. 그리고 대차와 진자에 대한 퍼지 위치제어 규칙은 많이 존재하므로 생략한다.

4. 시뮬레이션 및 결과

4.1 제어기의 구성

아래의 그림 4는 제어기의 2차 추론제어기의 구성도를 나타내고 있다. 먼저 스윙 업 제어에서부터 시작하여서 일정한 각도 이상이면 진자와 수레의 2차 추론제어기로 스위칭하게 된다.

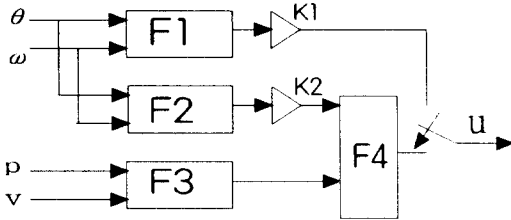


그림 4. 퍼지 제어기 구성도

Fig 4. Block diagram of fuzzy controller

위의 그림에서 F1은 스윙 업 퍼지 규칙, F2는 진자 퍼지 제어 규칙, F3는 대차 퍼지 위치제어 규칙, F4는 진자와 대차의 2차 합성 퍼지 제어 규칙이 된다.

4.2 플랜트 모델

플랜트 모델은 아래의 그림 5와 같다.

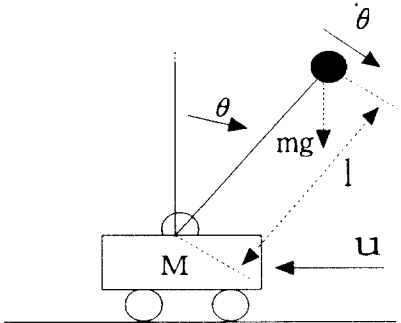


그림 5. 도립진자 모델

Fig 5. Inverted Pendulum Model

$$\ddot{x} = \frac{u + m \sin \theta \dot{\theta}^2 - mg \sin \theta \cos \theta}{(M + m \sin^2 \theta)}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{(M + m) g \sin \theta - u \cos \theta - m \sin \theta \cos \theta \dot{\theta}^2}{(M l + m l \sin^2 \theta)}$$

위의 두 수식은 도립진자의 운동 방정식이다.

4.3 시뮬레이션 결과

위의 도립진자 모델로 시뮬레이션을 하여 보았다. 그 결과를 아래의 그림들에 나타내었다.

4.3.1 전체 시간 영역

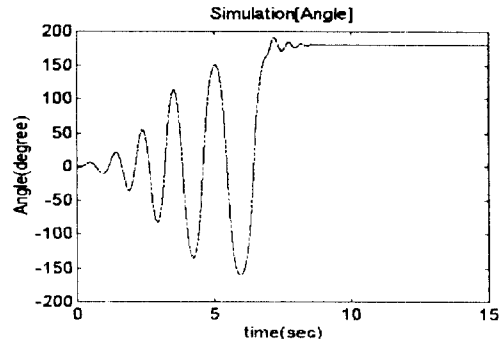


그림 6. 진자의 각도

Fig 6. Angle of pole

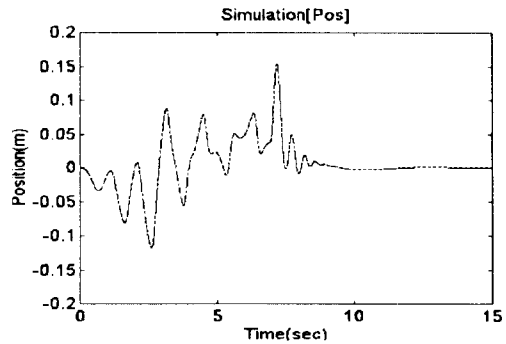


그림 7. 수레의 위치

Fig 7. Position of cart

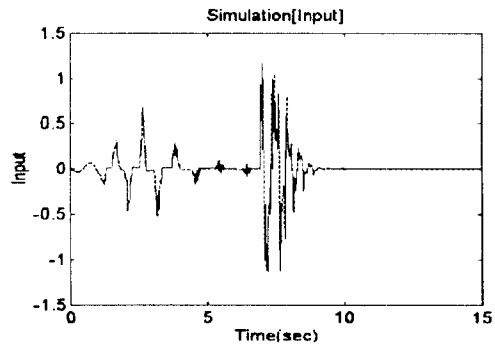


그림 8. 제어입력

Fig 8. Control input

4.3.2 스윙 업 부분

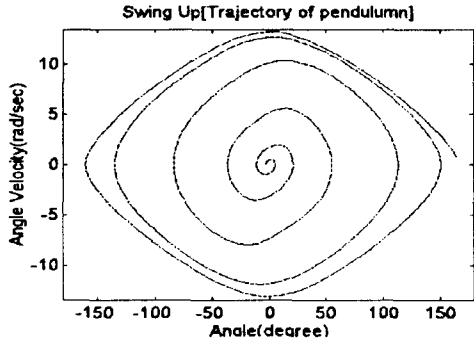


그림 9. 스윙 업 과정의 진자의 상태궤적
Fig. 9. State trajectory of pole during swing up process

4.3.3 합성 부분

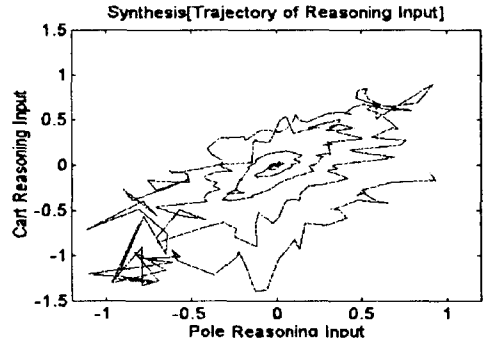


그림 12. 수레와 진자의 제어입력 궤적
Fig. 12. Control input trajectory of the cart and pole

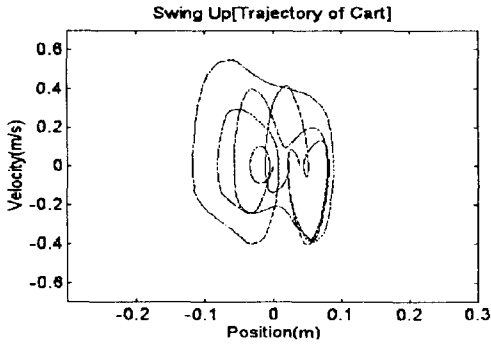


그림 10. 스윙업 과정동안의 수레에 대한 상태궤적
Fig. 10. State trajectory of cart during swing up process

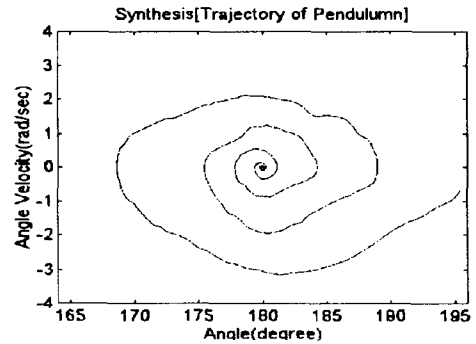


그림 13. 동시제어시의 진자의 상태궤적
Fig. 13. State trajectory of pole during simultaneous control

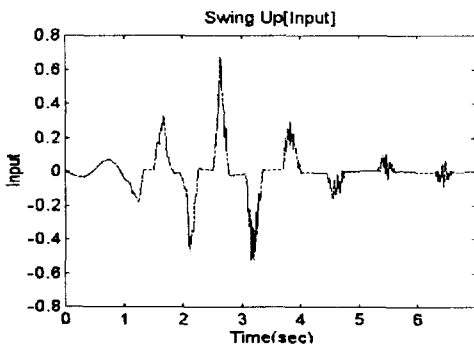


그림 11. 스윙 업 과정동안의 제어입력
Fig. 11. Control input during swing up process

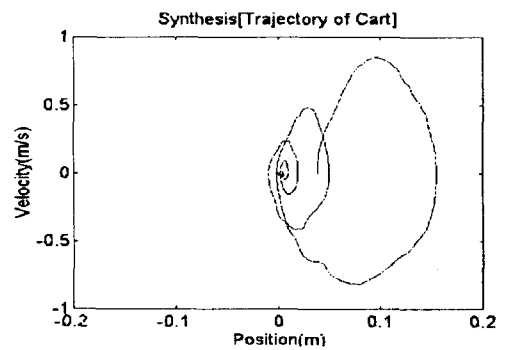


그림 14. 동시제어시의 수레 위치의 상태궤적
Fig. 14. State trajectory of the cart during simultaneous control

5. 결론

학습에 의하여 퍼지 제어 규칙을 자동으로 유도하기는 한계가 있다. 모든 제어영역을 탐색하여 퍼지규칙을 유도하기는 거의 불가능한 일이다. 그래서 본 논문에서는 인간이 생각하는 바람직한 상태 궤적을 그리고 그 궤적에 따라서 구성된 퍼지 규칙으로써 퍼지 제어기를 구현하였다. 그리고 성능을 시뮬레이션으로 검정해 본 결과, 본 논문에서 제시한 진자의 각도 제어입력과 수레의 위치 제어입력 합성에 관한 상태 궤적, 진자의 스윙 업의 상태 궤적, 진자의 각도 제어 상대궤적, 수레의 위치제어 상태 궤적을 이용하여 제어를 훌륭히 수행할 수 있었다. 이로써 상태 궤적을 이용하면 보다 강인한 퍼지 제어규칙을 유도할 수 있음을 알 수 있었다. 그러나 위의 상태 궤적이 최적인지는 증명할 수가 없다. 그리고, 생성된 퍼지룰도 최적인지는 증명할 수가 없다.

참고 문헌

- [1] Kandel and Langholz, *Fuzzy Control Systems, chapter 19*, CRC press, 1994.
- [2] M.Mori and S.Yasunobu, "Swing up control of an Inverted Pendulum based on Human Control Strategy", *SICE '96*, pp. 123-124, 1996.
- [3] C. Choo Chung and J Hauser, "Nonlinear Control of a Swinging Pendulum", *Automatica*, vol. 31, No.6, pp. 851-862, 1995.
- [4] B. Kosko, *Neural Networks and Fuzzy Systems*, Prentice Hall, 1992.
- [5] 이 상헌, 박 정일, 이 석규, "자동학습 퍼지제어기를 이용한 도립진자의 제어 및 성능 개선에 관한 연구", *KACC '95*, pp. 332-337, 1995.

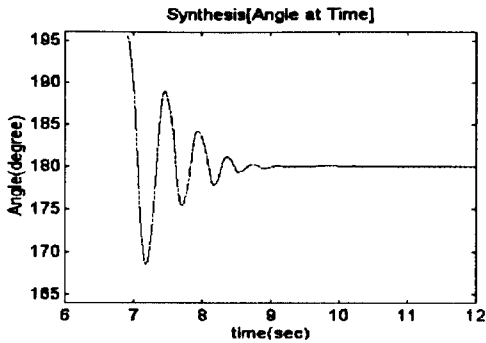


그림 15. 동시제어시의 진자의 각도 제어 결과
Fig. 15. Control result of the pole angle during simultaneous control

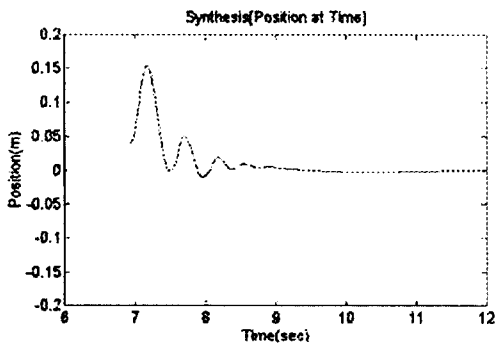


그림 16. 동시제어시의 수레의 위치 제어 결과
Fig. 16. Control result of the cart position during simultaneous control

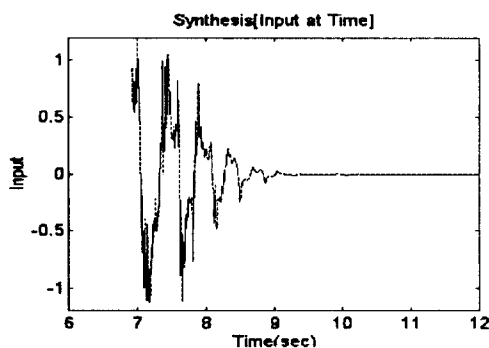


그림 17. 동시제어시의 합성된 제어입력
Fig. 17. Synthesized control input during simultaneous control