

비선형 계통에 대한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어

Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control for Nonlinear Systems

^{*)}서 삼준*, 서 호준*, 박 귀태*, 김 동식**

^{*)}고려대학교 전기공학과 (Tel:926-6448; Fax:920-1325; E-mail: ssj@eeserver.korea.ac.kr)

^{**}순천향대학교 제어계측공학과(Tel:(0418)530-1370; E-mail: dongsik@asan.sch.ac.kr)

Abstract In this paper, to overcome drawbacks of variable structure control system a self-tuning fuzzy sliding mode control algorithm using gradient descent method is proposed. The proposed method has the characteristics which are viewed in conventional VSC, e.g. insensitivity to a class of disturbance, parameter variations and uncertainties in the sliding mode. To demonstrate its performance, the proposed control algorithm is applied to a one-degree of freedom robot arm. The results show that both alleviation of chattering and performance are achieved.

Keywords Adaptive Control, Fuzzy Control, Sliding Mode Control, Nonlinear System

1. 서론

가변 구조 제어 이론은 불연속적인 제어 입력을 이용하여 시스템의 구조를 의도적으로 가변시킴으로써 강인한 제어 특성을 얻는 제어 기법으로 계통의 안정성과 함께 파라미터 및 외란에 대한 둔감성을 보장할 수 있으며, 슬라이딩 모드시 동특성 방정식의 차수가 감소되어 제어기의 설계 및 해석이 용이한 장점들을 가지고 있다.

가변 구조 제어 이론은 본질적으로 불연속 제어 입력을 인가함으로써 지연시간이 존재하는 실제 계통에 적용시에는 제어기 설계시 고려되지 않은 동특성이 여기되어 상태가 채터링하는 현상이 발생하고 도달 모드시에는 가변 구조가 발생되지 않는 순수한 상태 제한 특성만을 갖기 때문에 건실성을 보장받지 못하는 단점을 가지고 있다.

최근에 이러한 단점을 보완하기 위해 잘 정의 안 되고 복잡한 시스템에 적합한 퍼지 논리 제어기와 슬라이딩 모드 제어기를 결합한 퍼지 슬라이딩 모드 제어기가 제안되었다.

퍼지 논리 제어기에서 가장 중요한 제어 규칙은 경험자의 직관이나 경험으로부터 얻어지고 그러한 제어규칙은 언어적 법칙이나 퍼지 관계로 표현된다. 그러나, 퍼지 제어 규칙을 얻는 체계적인 방법이 없고 거의 모든 경우 시행 착오에 의존하고 있는 실정이다.

이러한 문제점을 보완하기 위해 본 논문에서는 시행 착오법으로 조정되던 제어 규칙을 자동으로 찾아 주고 채터링 현상을 감소 시키는 비선형 계통에 대한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안하고자한다.

본 논문은 구성은 아래와 같다. 2장에서 가변 구조 제어 시스템에 대해 설명한 후 3장에서는 제안한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기에 대해 기술하며 4장에서는 자유도 1의 로봇 암에 적용하여 그 유용성을 입증하였다. 마지막으로 5장에서는 결론과 추후 연구과제에 대해 실었다.

2. 가변 구조 제어 시스템

다음과 같이 주어지는 n차 비선형 방정식을 고려해 보자.

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y &= x \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서, $x \in R^n$ 는 상태 벡터, $u \in R$, $y \in R$ 는 각각 입력과 출력이며 $f, g: R^n \times R \rightarrow R^n$ 는 연속 미분 가능한 비선형 함수(smooth nonlinear function)이다.

추종 오차는 다음과 같이 정의하자.

$$e = x - x_d = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \quad (2.2)$$

가변 구조 제어기는 일반적으로 다음과 같은 두단계에 의해 설계된다.

1] 원하는 특성을 갖는 슬라이딩 평면 설계

$$S = \{e \in R^n | s(e) = 0\} \quad (2.3)$$

2] 시스템의 상태 벡터들을 슬라이딩 평면상에 위치하도록 하는 제어 입력 구성

$$u(t) = \begin{cases} u^+(x) & \text{when } s(e) > 0 \\ u^-(x) & \text{when } s(e) < 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

일단 슬라이딩 모드가 일어나면, 시스템은 매개변수 불확실성과 외란에 둔감하게 된다. 그래서, 상태를 슬라이딩 평면으로 도달하게 하는 조건을 결정하는 것이 중요하다. 이러한 조건을 도달 조건(reaching condition)이라 부른다.

이러한 도달 조건을 구하기 위해 다음과 같은 Lyapunov function candidate를 정의하자.

$$V(t) = \frac{1}{2} s(e)^2 \quad (2.5)$$

슬라이딩 모드를 존재하게 하는 도달 조건은 다음과 같이 구하여진다.

$$\dot{V}(t) = s(e) \dot{s}(e) < 0 \quad \text{for } e \in R^n - S \quad (2.6)$$

가변 구조 제어 시스템의 동특성은 도달 모드와 슬라이딩 모드로 이루어진다. 원하는 슬라이딩 모드 동특성은 적절한 스위칭 함수 $s(e)$ 를 설계함으로써 결정된다. 슬라이딩 모드 제어 설계에 있어서 중요한 부분이 도달 조건이 만족되는 제어 입력을 선정하는 것이다. 즉, 도달 모드 설계시 원하는 시스템 동특성뿐만 아니라 슬라이딩 모드를 얻을 수 있는 제어 입력을 결정하여야 한다. 본 논문에서는 다음과 같은 도달 법칙을 사용하였다.

$$s(e) = -K \operatorname{sgn}(e), \quad K > 0 \quad (2.7)$$

여기서, 수렴 속도는 이득 K 에 의해 결정된다.

본 논문에서는 입출력 관계에 존재하는 불확실성과 추정과정의 오차를 보상하는 가변 구조 형태의 제어 입력을 구성하기 위하여 다음과 같은 스위칭 평면을 정의하자.

$$s(e) = e^{(n-1)} + k_{n-1}e^{(n-2)} + \dots + k_1e + k_0 \int edt = 0 \quad (2.8)$$

이와 같이 구성된 스위칭 평면의 계수는 다음과 같은 Hurwitz 다항식이 되도록 선정된다.

$$h(\lambda) = \lambda^n + k_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + k_1\lambda + k_0 = 0 \quad (2.9)$$

따라서, $s(e)$ 의 도함수 $\dot{s}(e)$ 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{s}(e) &= e^{(n)} + k_{n-1}e^{(n-1)} + \dots + k_1e + k_0e \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)} + x^{(n)} - x_d^{(n)} \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)} + f(x) + g(x)u - x_d^{(n)} \end{aligned} \quad (2.10)$$

식 (2.10)를 식 (2.7)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$s(e) \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)} + f(x) + g(x)u - x_d^{(n)} \right\} = -K |s(e)| \quad (2.11)$$

이상과 같이 정의된 스위칭 평면을 이용하여 비선형 계통의 출력 오차가 점근적으로 0으로 수렴하도록 하고 슬라이딩 모드가 발생하도록 제어 입력을 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u^* &= g^{-1}(x) \left\{ - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)} - f(x) + x_d^{(n)} - K \operatorname{sgn}(s) \right\} \\ &= u_{eq} + u_s \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$u_{eq} = g^{-1}(x) \left\{ - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)} - f(x) + x_d^{(n)} \right\} \quad (2.13)$$

$$u_s = -g^{-1}(x) K \operatorname{sgn}(s) \quad (2.14)$$

기서, u_{eq} 는 등가 제어 입력이고, u_s 는 스위칭 제어 입력이다.

3. 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어

2장에서는 기술한 가변 구조 제어 시스템은 계통의 수학적 모델에 기초하여 전개된 것이다. 계통 제어시 많은 문제에서는 계통에 대한 정확한 수학적 모델을 얻을 수 없을 경우가 대부분이다. 본 절에서는 퍼지 모델 식별과정과 퍼지 관계 모델링 기법을 이용하여 퍼지 모델의 전건부 구조를 식별하고 입출력 선형화 제어기를 가변 구조 제어 기법에 의해 설계함으로써 Wang이 설계한 기법에 비해 모델링 오차에 대한 강인성을 개선할 수 있는 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안한다.

3.1 퍼지 모델 식별

먼저 퍼지 모델의 형태는 "If ~ then ~"의 언어 규칙 형태로 가정하고 각 언어 규칙의 후건부는 퍼지 기저 함수의 선형 결합으로 가정한다. 즉, $f(x)$, $g(x)$ 를 j 번째 규칙이 식 (3.1)과 같이 표현되는 N 개의 퍼지 규칙들에 의해 표현된다고 가정한다.

$$\begin{aligned} R_{g_j} : & \text{If } x_1 = G_{1j} \text{ and } x_2 = G_{2j} \text{ and } \dots \text{ and } x_n = G_{nj} \\ & \text{then } \hat{g}(x | \theta_g) = \theta_g^T \xi(x) \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} R_{f_j} : & \text{If } x_1 = F_{1j} \text{ and } x_2 = F_{2j} \text{ and } \dots \text{ and } x_n = F_{nj} \\ & \text{then } \hat{f}(x | \theta_f) = \theta_f^T \xi(x) \end{aligned}$$

여기서 F_{ij} 와 G_{ij} 는 j 번째 퍼지 규칙에서 퍼지 변수 x_i 의 언어값이고, $\theta_f = (\theta_{f1}, \theta_{f2}, \dots, \theta_{fn})^T$ 와 $\theta_g = (\theta_{g1}, \theta_{g2}, \dots, \theta_{gn})^T$ 는 각각 f, g 의 파라미터 벡터이고 ξ_f 와 ξ_g 는 퍼지 기저 함수 벡터로서 각 요소에 대한 정의는 다음과 같다.

$$\xi_f(x) = (\xi_{f1}(x), \xi_{f2}(x), \dots, \xi_{fn}(x))^T \quad (3.2)$$

$$\xi_g(x) = (\xi_{g1}(x), \xi_{g2}(x), \dots, \xi_{gn}(x))^T$$

$$\xi_{f_j}(x) \triangleq \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i}(x_i)}{\sum_{j=1}^N \prod_{i=1}^n \mu_{F_i}(x_i)} \quad (3.3)$$

$$\xi_{g_j}(x) \triangleq \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{G_i}(x_i)}{\sum_{j=1}^N \prod_{i=1}^n \mu_{G_i}(x_i)}$$

최종적으로 식 (3.1)의 퍼지 규칙들의 집합으로부터 비선형 함수의 추정치 $\hat{f}(x | \theta_f)$, $\hat{g}(x | \theta_g)$ 는 다음과 같이 가중 평균 비퍼지화 식으로 부터 구해진다.

$$\begin{aligned} \hat{f}(x | \theta_f) &= \frac{\sum_{j=1}^N \theta_{f_j} \mu_{R_{f_j}}(x)}{\sum_{j=1}^N \mu_{R_{f_j}}(x)} \\ \hat{g}(x | \theta_g) &= \frac{\sum_{j=1}^N \theta_{g_j} \mu_{R_{g_j}}(x)}{\sum_{j=1}^N \mu_{R_{g_j}}(x)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

또한 비선형 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 추정치는 다음 식에 의해 계산된다.

$$\begin{aligned} \hat{f}(x | \theta_f) &= \theta_f^T \xi_f(x) \\ \hat{g}(x | \theta_g) &= \theta_g^T \xi_g(x) \end{aligned} \quad (3.5)$$

위와 같이 비선형 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 추정된다고 가정할 경우 식 (2.13)와 식 (2.14)의 등가 제어 입력과 스위칭 제어 입력은 다음과 같이 바뀌게 된다.

$$\begin{aligned} u_{eq}^c &= \hat{g}(x | \theta_g)^{-1} \left\{ - \sum_{i=0}^{n-1} k_i e^{(i)} - \hat{f}(x | \theta_f) + x_d^{(n)} \right\} \\ u_s^c &= -\hat{g}(x | \theta_g)^{-1} K \operatorname{sgn}(s) \end{aligned} \quad (3.6)$$

따라서, $s(e)$ 의 도함수 $\dot{s}(e)$ 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{s}(e) &= f(x) - \hat{f}(x | \theta_f) + (g(x) - \hat{g}(x | \theta_g)) u_{eq}^c \\ &\quad + g(x) u_s^c \end{aligned} \quad (3.7)$$

3.2 파라미터 추정을 위한 적응 규칙

퍼지 시스템 $f(x)$, $g(x)$ 의 파라미터 벡 θ_f , θ_g 에 대한 적응 규칙을 구하기 위하여 먼저 다음과 같은 최소 근사 오차(minimum approximation error)를 정의하자. 최소 근사 오차 w 는 현재 추정하고자 하는 \hat{f} 와 \hat{g} 와 실제값과의 오차들을 결합시킨 형태의 근사 오차이다.

$$w = (f(x) - \hat{f}(x | \theta_f^*)) + (g(x) - \hat{g}(x | \theta_g^*)) u_{eq}^c$$

여기서 θ_f^* , θ_g^* 는 각각 다음 식을 만족시키는 값으로 정의한다.

$$\begin{aligned}\theta_f^* &= \min_{\theta_f \in \Omega_f} [\max_{x \in U_x} |f(x) - \tilde{f}(x; \theta_f)|] \\ \theta_g^* &= \min_{\theta_g \in \Omega_g} [\max_{x \in U_x} |g(x) - \tilde{g}(x; \theta_g)|]\end{aligned}\quad (3.8)$$

Ω_f, Ω_g 는 상수 M_f, M_g 에 대하여 설계자에 의하여 다음 식과 같이 정해지는 파라미터 집합이다.

$$\Omega_f = \{ \theta_f \mid |\theta_f| \leq M_f \}, \quad \Omega_g = \{ \theta_g \mid |\theta_g| \leq M_g \}$$

따라서 $s(e)$ 의 도함수 $\dot{s}(e)$ 는 다음과 같이 다시 정리될 수 있다.

$$\dot{s}(e) = (\tilde{f}(x; \theta_f^*) - \tilde{f}(x; \theta_f)) + ((\tilde{g}(x; \theta_g^*) - \tilde{g}(x; \theta_g))u_{eq}^c + g(x)u_s^c + w) \quad (3.9)$$

$\tilde{f}(x; \theta_f)$ 와 $\tilde{g}(x; \theta_g)$ 는 식 (3.5)로 주어지는 퍼지 시스템이므로 위의 식 (3.9)는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{s}(e) = \Phi_f^T \xi_f(x) + \Phi_g^T \xi_g(x) u_{eq}^c + g(x)u_s^c + w \quad (3.10)$$

여기서, $\Phi_f = \theta_f - \theta_f^*$, $\Phi_g = \theta_g - \theta_g^*$ 이고 $\xi_f(x)$ 과 $\xi_g(x)$ 는 퍼지 기저 함수이다. 적응칙을 얻기 위하여 다음과 같은 Lyapunov 함수를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2} \left\{ s^2 + \frac{1}{\gamma_1} \Phi_f^T \Phi_f + \frac{1}{\gamma_2} \Phi_g^T \Phi_g \right\} \quad (3.11)$$

Lyapunov 함수의 시간에 대한 미분을 구하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= s\dot{s} + \frac{1}{\gamma_1} \Phi_f^T \dot{\Phi}_f + \frac{1}{\gamma_2} \Phi_g^T \dot{\Phi}_g \\ &= s \{ \Phi_f^T \xi_f + \Phi_g^T \xi_g u_{eq}^c + g(x)u_s^c + w \} \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_1} \Phi_f^T \dot{\Phi}_f + \frac{1}{\gamma_2} \Phi_g^T \dot{\Phi}_g \\ &= s \{ g(x)u_s^c + w \} + \frac{1}{\gamma_1} \Phi_f^T [\dot{\Phi}_f + \gamma_1 s \xi_f] \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_2} \Phi_g^T [\dot{\Phi}_g + \gamma_2 s \xi_g u_{eq}^c]\end{aligned}\quad (3.12)$$

θ_f^*, θ_g^* 는 상수이므로 $\dot{\Phi}_f = -\dot{\theta}_f$, $\dot{\Phi}_g = -\dot{\theta}_g$ 가 되고 최종적으로 적응칙은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_f &= \gamma_1 s \xi_f(x) \\ \dot{\theta}_g &= \gamma_2 s \xi_g(x) u_{eq}^c\end{aligned}\quad (3.13)$$

식 (3.13)을 식 (3.12)에 대입하면 Lyapunov 함수의 도함수는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= s \{ g(x)u_s^c + w \} \\ &= |s| \left\{ -\frac{g(x)}{\tilde{g}(x; \theta_g)} K + w \operatorname{sgn}(s) \right\}\end{aligned}\quad (3.14)$$

$\dot{V} < 0$ 가 보장되기 위해서는 K 값을 다음과 같이 정의하여야 한다.

$$K \geq \frac{\widehat{g}^U}{g_L} |\omega|_{\max} \quad (3.15)$$

여기서,

$$g_L = \inf_{x \in U_x} g(x)$$

$$\widehat{g}^U = \sup_{\theta_g \in \Omega_g, x \in U_x} \widehat{g}(x; \theta_g)$$

K 는 불확실성이나 외란을 충분히 보상할 수 있는 크기로 설계자에 의하여 결정되는 값이다.

K 를 식 (3.15)와 같이 선정하면 $\dot{V} < 0$ 가 되어 안정하게 수렴됨을 보장한다. 파라미터 추정이 잘되고 있는 경우에는 일반적으로 u 는 0 또는 아주 작은 값으로 존재하기 때문에 스위칭 입력 u_s 에 의하여 $\dot{V} < 0$ 을 보장할 수 있게 된다.

3.3 채터링 감소

도달 법칙을 갖는 슬라이딩 모드 제어 설계시 제어 이득 K 에 대해서는 다음과 같은 사항을 고려하여서 선정해야 한다.

1) VSC 시스템의 불변성은 슬라이딩 모드에서만 존재하고 도달모드에서는 시스템 섭동이나 외란에 민감하다. 따라서, 슬라이딩 평면에 도달하는 시간을 최소화하는 것이 중요하다.

2) 도달 시간을 줄이는 한가지 방법이 큰 이득을 적용하는 것이지만 이것은 saturation 문제와 chattering 현상을 발생시킨다.

3) 슬라이딩 모드시 제어 이득 K 를 작게 선정하면 chattering이 감소한다. 그래서 일단 시스템의 궤적이 슬라이딩 평면에 거의 도달하면 chattering을 줄이기 위해 가능한 한 K 를 작게 한다.

위의 항들을 고려하여 K 에 대한 퍼지 제어 규칙을 얻기 위해 스위칭 평면과의 거리 $|s(t)|$ 를 퍼지 입력 변수로 선택하였다. $|s(t)|$ 를 크리스프 입력으로 사용하며 SZ, SS, SM, SL의 네 가지로 각각 퍼지 분할하고 제어 이득 K 에 대한 언어적 변수는 K_Z, K_S, K_M, K_L 로 각각 선정하여 퍼지 규칙을 다음과 같이 선정하였다.

Rule 1: if $|s(t)|$ is L then $K(t) = K_L$

Rule 2: if $|s(t)|$ is M then $K(t) = K_M$

Rule 3: if $|s(t)|$ is S then $K(t) = K_S$

Rule 4: if $|s(t)|$ is Z then $K(t) = K_Z$

제어 이득 K 를 추론하기 위해 제한한 제어 규칙을 사용하고 퍼지 관계의 합성은 Mamdani의 최대 최소 연산자를 사용하였으며 비퍼지화법으로 면적 중심법(center of area method)을 사용하였다.

따라서, 최종적으로 얻어지는 제어 이득 K 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}K &= \frac{\mu_L K_L + \mu_M K_M + \mu_S K_S + \mu_Z K_Z}{\mu_L + \mu_M + \mu_S + \mu_Z} \\ &= \frac{\sum_{j \in J} \mu_j K_j}{\sum_{j \in J} \mu_j}\end{aligned}\quad (3.16)$$

여기서 $J = \{L, M, S, Z\}$ 로 정의되는 색인 집합이다.

3.4 퍼지 규칙의 자기 동조

제어 규칙을 동조시키기 위한 적응 알고리즘은 시스템 궤적을 슬라이딩 모드에 머무르게 하는 제어 규칙의 결론부 파라미터를 수정하는 방법을 이용하였다. 슬라이딩 모드 조건($ss < 0$)이 만족된다면 스위칭 함수는 0이 되고 원하는 시스템의 동특성을 얻을 수 있다. 이러한 슬라이딩 모드 조건에 의해 ss 의 값을 최소화하는 방향으로 결론부 파라미터를 수정하면 채터링이 감소하고 도달 법칙에 의해 슬라이딩 모드 조건도 만족이 된다.

최대 경사법(gradient descent method)에 의해, 결론부 파라미터는 다음과 같이 수정된다.

$$\dot{K}_j = -\gamma \frac{\partial s \dot{s}}{\partial K_j} \quad (3.17)$$

여기서 Γ 는 적응 이득이다. chain rule에 의해, 식 (3.17)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{K}_j &= -\gamma \frac{\partial s \dot{s}}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial K_j} \\ &= -\gamma \frac{\partial s \dot{s}}{\partial u_c^c} \frac{\partial u_c^c}{\partial K_j} = \gamma \frac{\partial s \dot{s}}{\partial u_c^c} \frac{\partial u_{eq}^c}{\partial K_j} \end{aligned} \quad (3.18)$$

식 (3.18)에서 등가 제어 입력 u_{eq}^c 는 상태에만 의존하기 때문에 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial u_{eq}^c}{\partial K_j} = 0 \quad (3.19)$$

따라서 식 (3.18)은 다음과 같이 정리된다.

$$\dot{K}_j = -\gamma \frac{\partial s \dot{s}}{\partial u_c^c} \frac{\partial u_s^c}{\partial K_j} \quad (3.20)$$

위의 식에 $\frac{\partial s \dot{s}}{\partial u_c^c}$ 와 $\frac{\partial u_s^c}{\partial K_j}$ 를 구하여 대입하면 제어 규칙의 결론부 파라미터를 수정하는 식을 알고리즘은 다음과 같이 유도된다

$$\dot{K}_j = \gamma \frac{g(x)}{g(x)} \left| s \right| \frac{\mu_j}{\sum_{j=1}^n \mu_j} \quad (3.21)$$

식 (3.21)에서 $g(x)$ 의 부호를 알 수 있다면 결론부 파라미터의 수정식은 다음과 같이 간사화할 수 있다.

$$\dot{K}_j \cong \gamma \left| s \right| \frac{\mu_j}{\sum_{j=1}^n \mu_j} \quad (3.22)$$

4. 적용 예

4.1 도립 진자의 동특성

본 절에서는 제안된 적응 퍼지 슬라이딩 제어기의 유용성을 보이기 위하여 다음과 같은 도립 진자(cart-pole) 계통을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 - \frac{m l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_c + m}}{\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} + \frac{\cos x_1}{\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{m_c + m} \right)} u \end{aligned}$$

여기서 상태 x_1 과 x_2 는 $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$ 를 나타내고 도립 진자의 각 파라미터는 표 4.1과 같다.

표 4.1 도립 진자시스템의 파라미터들
Table 4.1 Parameters of cart-pole system

	Symbol	Value
acceleration of gravity	g	9.8 m/s ²
mass of cart	m_c	1 kg
mass of pole	m	0.1 kg
length of pole	l	0.5 m

4.2 컴퓨터 시뮬레이션

전 절의 도립 진자 계통에 대하여 고전적인 가변 구조제어기와 본 논문에서 제안한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기의 응답 결과를 비교한다.

제어 목적은 상태를 원점으로 수렴시키는 것으로 하고 초기치는 $x(0) = (0.2, 0)^T$ 로 하였다. 가변 구조 제어기의 스위칭 이득 $K=8$ 로 제안된 제어기의 적응 이득 γ 는 400으로 설정하였다.

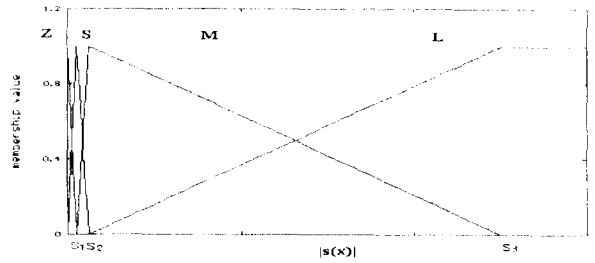


그림 4.1 $|s(x)|$ 의 멤버십 함수
Fig. 4.1 Membership function for $|s(x)|$

그림 4.1에는 제안된 제어기에 사용된 $|s(t)|$ 의 소속 함수를 나타내었다 여기서 $s_1=0.01$, $s_2=0.02$, $s_3=0.1$ 이다. 샘플링 시간은 0.001sec로 하고 0.5초 이후 부터는 정현파 외란 $2 \sin(20\pi t)$ 를 인가하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

그림 4.2에는 가변 구조 제어기의 상태 응답을 나타내었고 그림 4.3에는 상태 응답을 위상 평면에 도시하였고 그림 4.4에는 제어 입력을 표시하였다.

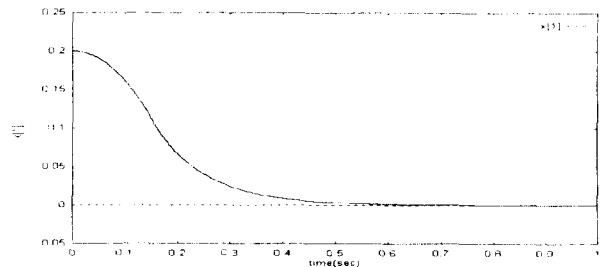


그림 4.2 상태 응답 x_1 (VSC)
Fig. 4.2 State response x_1 using traditional VSC

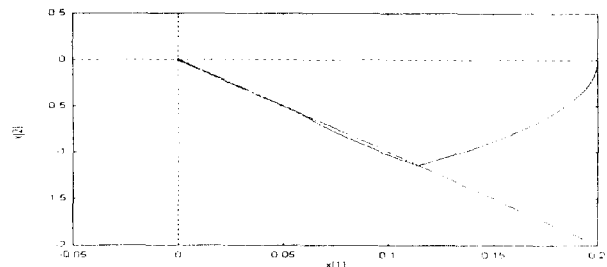


그림 4.3 위상 평면 응답(VSC)
Fig. 4.3 Phase plane response using traditional VSC

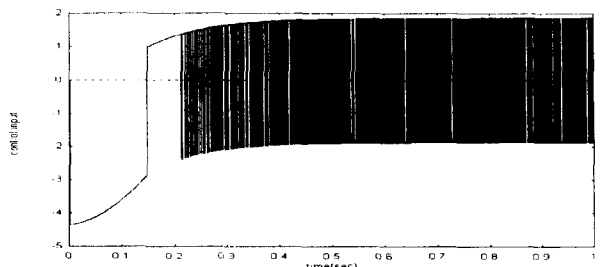


그림 4.4 제어 입력(VSC)
Fig. 4.4 Control input using traditional VSC

가변 구조 제어기의 경우 스위칭 입력의 크기 K 의 크기가 클수록 외란이나 불확실성에 대한 강인성이 증가하고, 더 큰 초기 편차에 대하여도 기준 입력을 안정하게 추종하게 되지만 입력의 고주파 진동이 크게 되는 문제가 발생한다.

그림 4.5에는 제안한 제어기의 상태 응답을 나타내었고 그림 4.6에는 상태 응답을 위상 평면에 도시하였고 그림 4.7에는 제안한 제어 입력을 표시하였다.

제안한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기는 기존의 가변 구조 제어기에 비해 빠른 수렴 속도를 보이면서도 채터링은 거의 나타나지 않았다.

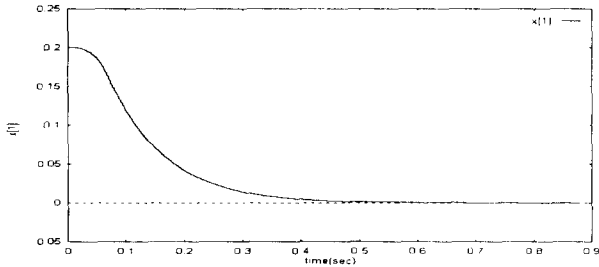


그림 4.5 상태 응답 x_1 (AFSMC)

Fig. 4.5 State response x_1 using the proposed AFSMC

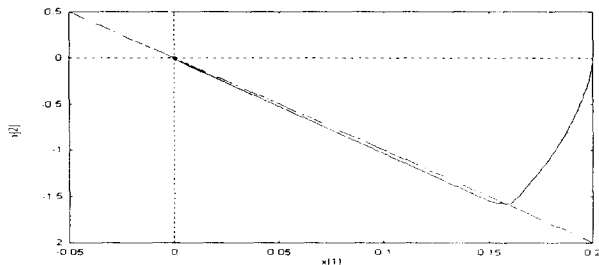


그림 4.6 위상 평면 응답(AFSMC)

Fig. 4.6 Phase plane response using the proposed AFSMC

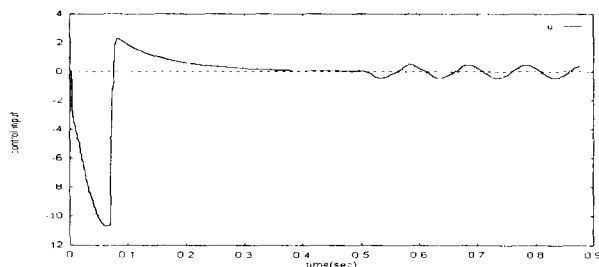


그림 4.7 제어 입력(AFSMC)

Fig. 4.7 Control input using the proposed AFSMC

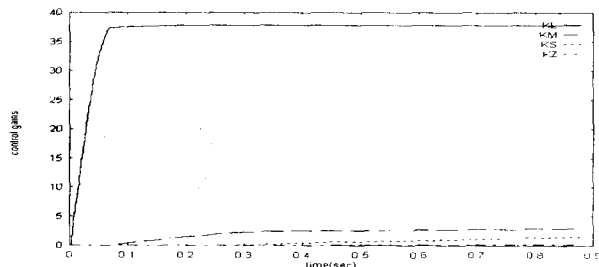


그림 4.8 제어 이득들(AFSMC)

Fig. 4.8 Control gains using the proposed AFSMC

그림 4.8에서는 제안된 제어기의 동조된 제어 이득들을 나타내었으며 그림 4.9에는 퍼지 규칙에 의해 추론된 제어 이득 K

를 표시하였다.

컴퓨터 시뮬레이션 결과 제안한 제어기는 채터링이 일어나지 않으면서 제어 문제에서 상충적인 응답의 속응성과 강인성을 모두 가지고 있으며 제어 이득을 구하기 위한 제어 규칙이 필요없고 정확한 수학적 모델이 필요없기 때문에 제어기 설계가 간편할 뿐만 아니라 성능면에서 우수함을 알 수 있다.

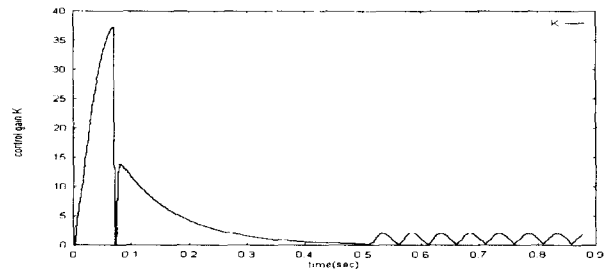


그림 4.9 추론된 제어 이득(AFSMC)

Fig. 4.9 Inferred gain K using the proposed AFSMC

5. 결론

본 논문에서는 비선형 계통에 대해서 고전적인 슬라이딩 모드 제어에서 단점으로 나타나는 chattering을 감소시키고 도달 시간을 줄이기 위한 적응 퍼지 슬라이딩 모드 제어기를 제안하였다. 제어 규칙의 획득을 용이하게 하기 위해 슬라이딩 모드 조건이 만족되면서 chattering 현상을 줄이기 위한 제어 규칙의 결론부 파라미터를 수정하는 적응 알고리즘을 제안하였다.

컴퓨터 시뮬레이션 결과 제안된 제어기는 외란과 불확실성에 강인한 가변 구조 제어기와 비슷한 특성을 가지며 chattering 현상이 감소하였다.

참고 문헌

- [1] DeCarlo, R. A. et al., "Variable structure control of nonlinear multivariable systems : a tutorial", *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, no. 3, pp.212-232, 1988.
- [2] Young, K. K. D., "Controller design of a manipulator using theory of variable structure systems", *IEEE Trans. Syst. Man and Cybern.*, vol. 8, no. 12, pp. 101-109, 1977.
- [3] Driankov, D. et al., *An Introduction to Fuzzy Control*, Springer-Verlag, New York, 1993.
- [4] Palm, R., "Sliding mode fuzzy control", *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, San Diego, CA, pp.519-526, 1992.
- [5] Palm, R., "Robust control by fuzzy sliding mode", *Automatica*, Vol. 30, no. 9, pp. 1429-1437, 1994.
- [6] Itkis, U., *Control Systems of Variable Structure*, John Wiley & Sons, New York, 1976.
- [7] A. E. Bryson and Y. C. Ho, *Applied Optimal Control : Optimization, Estimation and Control*. Washington, D.C. : Hemisphere Pub. Corp, 1975
- [8] M. B. Ghalia and A. T. Alouani, "Sliding Mode Control Synthesis Using Fuzzy Logic", *Proceedings of the American Control Conference*, Seattle, Washington, pp. 1528-1532, 1995