

강인 PID 제어기 설계

A Tuning Method for Robust PID Controller

°윤 상 준, 이 상 정

충남대학교 제어시스템 연구실(Tel: 042-825-3991; Fax: 042-823-4494; E-mail: sjyun@cslab.chungnam.ac.kr)

Abstract The conventional output feedback robust control designs are very useful for systems under parameter perturbation and uncertain disturbance. however these designs are very complicated and not easily implemented for industrial applications. So, this paper proposes a robust PID controller design method via genetic searching algorithm.

Keywords Robust Control, PID Control, Genetic Algorithm, PID Tuning Method, Robust Performance

1. 서론

PID 제어기는 차수가 작고 튜닝 파라미터인 K_p , K_i , K_D 가 직관성을 가지고 있어 오퍼레이터의 경험에 의존하여 튜닝하는 것이 가능하고 명령추종성능 등이 우수하므로 산업현장에서 널리 사용되고 있다. 최근에 연구된 PID 제어기의 튜닝방법으로 극점 배치법, 패턴인식법, Z-N 튜닝법 등이 사용되고 있으나[1] 이런 튜닝방법들은 플랜트의 노후화나 그 밖의 요인에 의한 플랜트의 변화에 대해 강인성을 보장할 수 없는 단점을 가지고 있다.

강인성을 보장할 수 있는 제어기로는 최근에 활발히 연구되고 있는 H_∞ 제어기와 μ 제어기 등을 들 수 있으나 차수가 크고 복잡하여 이해하기가 어려울 뿐 아니라 명령추종오차를 최소화하는 성능지수함수를 포함하고 있지 않아 직접 적용하기가 어렵다. 강인 제어기에 명령추종기능을 첨가하기 위해 H_2/H_∞ 제어기 설계기법이 제안되어 각광을 받고 있다. 그러나 4개의 리카티 형태의 수식을 풀어야하고 전개과정이 매우 복잡하고 어려우므로 복잡하므로 산업현장에 적용하는 것이 어렵다.[2] 따라서 Bor-Sen Chen 등이 유전자 알고리즘을 사용하여 PID 제어기 설계시 강인성과 명령추종성을 부여하는 H_2/H_∞ 최적 PID 제어기 설계기법을 제시하였다.[3] 그러나 제시한 PID 제어기의 구조가 분자차수가 분모차수보다 큰 형태로 실제로 구현해서 산업현장에 사용하는 것이 불가능하다. 따라서 본 논문에서는 Bor-Sen Chen 등의 연구 결과에서 대상 PID 제어기의 구조를 보완하여 산업현장에 쉽게 적용할 수 있고 강인한 안정과 명령추종 이외에 강인한 외란 감소까지 동시에 고려할 수 있는 강인 PID 제어기의 설계방법을 제시하였다.

2. 문제 설정

그림 1에서 보인 것처럼 플랜트가 $\Delta P(s)$ 의 불확실성을 포함하고 있으며 이때 폐환 루우프가 안정할 조건은

$$\left\| \frac{P(s)K_p(s)\Delta P(s)}{1+P(s)(K_p(s)+K_D(s))} \right\|_\infty < 1 \quad (2.1)$$

이고 여기서, 제어기 $K_p(s)$ 와 $K_D(s)$ 는

$$K_p(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (2.2)$$

$$K_D(s) = \frac{K_D s}{1 + \tau s} \quad (2.3)$$

로 설정치 변경에 의한 미분제어량을 배제시키는 구조를 갖는 PID 제어기이다.

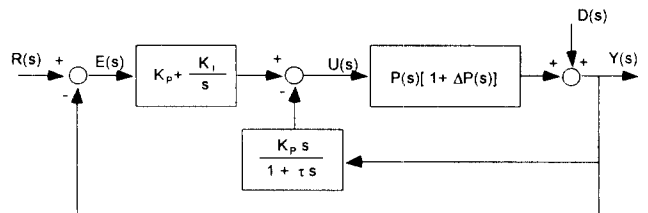


그림 2.1 PID 제어시스템 블록 선도.

Fig. 2.1 Block diagram of PID Control Systems.

강인한 안정조건식인 식(2.1)은

$$|\Delta P(s)| < |\Delta(s)|, \forall \omega \in [0, \infty) \quad (2.4)$$

로 주어지는 안정한 $\Delta(s)$ 에 의해

$$\left\| \frac{P(s)K_p(s)\Delta(s)}{1+P(s)(K_p(s)+K_D(s))} \right\|_\infty < 1 \quad (2.5)$$

로 바꾼다. 따라서 식 (2.5)를 만족하는 PID 제어기는 플랜트의 불확실성에 대한 강인한 안정도를 보장한다.[4,5,6] 그러나 강인한 안정도를 보장할 수 있는 것만으로는 실제 산업현장에 적용할 수 없으므로 명령추종오차를 고려할 수 있도록

$$\min_{K_p, K_D} \int_0^\infty e^2(t) dt \quad (2.6)$$

로 표현되는 H_2 norm 형태의 성능지수함수를 도입하였다.[3] 또한

강인한 외란 감쇄를 위해

$$\left\| \frac{1}{1+(P(s)+\Delta(s))(K_P(s)+K_D(s))} \right\|_{\infty} < \gamma \quad (2.7)$$

를 도입하여 좀 더 까다로운 요구사항을 적용할 수 있도록 하였다. 여기서 γ 는 외란 감쇄정도를 나타낸다. 외란 주파수 특성을 알고 있을 경우에는 식(2.7)에 가중함수를 첨가할 수 있으므로 강인한 외란 감쇄 성능지수를

$$\left\| \frac{W(s)}{1+(P(s)+\Delta(s))(K_P(s)+K_D(s))} \right\|_{\infty} < \gamma \quad (2.8)$$

로 설정할 수 있다.[4,5,6]

식(2.5), 식(2.6), 식(2.8)을 만족하는 PID계수 K_p, K_i, τ 를 찾는 문제는 강인한 안정도를 보장해야 하는 제한 조건 속에서 최적의 명령추종성능과 강인한 외란 감쇄성능을 갖는 PID제어기를 설계하는 문제이다. Bor-Sen Chen 등의 문제 설정과 다른 점은 실제 산업현장에서 사용하고 있는 설정치 변경에 의한 미분제어량을 배제시키는 구조의 PID 제어기를 대상으로 하여 바로 응용이 가능하다는 점과 강인한 안정도와 명령추종성능 이외에 외란 감쇄 성능도 동시에 고려하도록 문제를 설정하였다는 점이다.

3. 강인한 PID 제어기 설계

공칭 안정도를 보장하는 계수집합에 강인한 안정도를 보장하는 계수의 집합이 속하므로 먼저 고전적인 Routh 안정도 판별법을 사용하여 공칭 안정도를 보장하는 PID 계수들의 범위를 구한다. 여기서 공칭 안정도란 제어대상플랜트가 불확실성을 포함하고 있지 않을 때의 안정도를 뜻한다.

강인한 안정도를 보장하기 위해서는 식 (2.5)를 만족해야 하고 강인한 안정도 조건인 식 (2.5)는 ∞ 놈의 정의에 의해 쉽게 구할 수 있다. ∞ 놈은

$$\|G(s)\|_{\infty} \equiv \sup_{\omega \in [0, \infty)} |G(j\omega)| \quad (3.1)$$

로 정의되고 따라서 식 (2.5)는

$$\begin{aligned} & \left\| \frac{P(s)K_P(s)\Delta(s)}{1+P(s)(K_P(s)+K_D(s))} \right\|_{\infty} \\ &= \sup_{\omega \in [0, \infty)} \sqrt{\frac{P(j\omega)P(-j\omega)K_P(j\omega)K_P(-j\omega)\Delta(j\omega)\Delta(-j\omega)}{(1+P(j\omega)(K_P(j\omega)+K_D(j\omega)))(1+P(-j\omega)(K_P(-j\omega)+K_D(-j\omega)))}} \\ &= \sup_{\omega \in [0, \infty)} \frac{\beta(K_P, K_I, \tau, w)}{\alpha(K_P, K_I, \tau, w)} \leq 1 \end{aligned} \quad (3.2)$$

로 쓸 수 있다. 식 (3.2)를 만족하는 해를 찾기 위해서는 ω 에 대해 미분을 해야한다. 그러나 관계식이 너무 복잡하고 차수가 크므로 해를 PID 제어기 계수에 대한 관계식으로 표현하는 것이 매우 어렵다.

식 (2.6)에서 보인 명령추종오차에 대한 성능지수함수는 Parseval 정리에 의해 다음 식 (3.3)과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} J &= \min_{K_P, K_D} \int_0^{\infty} e^2(t) dt \\ &= \min_{K_P, K_I, \tau} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} E(-s)E(s) ds \\ &= \min_{K_P, K_I, \tau} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{R(-s)(1+K_I(-s))R(s)(1+K_D(-s))}{(1+P(-s)(K_P(-s)+K_D(-s)))(1+P(s)(K_P(s)+K_D(s)))} ds \end{aligned}$$

$$= \min_{K_P, K_I, \tau} \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{B(-s)B(s)}{A(-s)A(s)} ds \quad (3.3)$$

여기서 $A(s)$ 와 $B(s)$ 는 s 의 Hurwitz polynomial이다.

$A(s) = \sum_{k=0}^m a_k s^k$ 이고 $B(s) = \sum_{k=0}^{m-1} b_k s^k$ 이면 식 (3.3)은

$$J_m(K_P, K_I, \tau) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} \frac{(\sum_{k=0}^{m-1} b_k s^k)(\sum_{k=0}^{m-1} b_k (-s)^k)}{(\sum_{k=0}^m a_k s^k)(\sum_{k=0}^m a_k (-s)^k)} ds \quad (3.4)$$

이 성능지수함수는

$$\begin{aligned} J_1(K_P, K_I, \tau) &= \frac{b_0^2}{2a_0a_1} \\ J_2(K_P, K_I, \tau) &= \frac{b_1^2a_0 + b_0^2a_2}{2a_0a_1a_2} \\ J_3(K_P, K_I, \tau) &= \frac{b_2^2a_0a_1 + (b_1^2 - 2b_0b_2)a_0a_3 + b_0^2a_2a_3}{2a_0a_3(-a_0a_3 + a_1a_2)} \end{aligned} \quad (3.5)$$

를 이용해 쉽게 구할 수 있다.[3]

본 논문에서 구하려고 하는 PID제어기 계수는 강인한 안정도를 보장하고 강인한 외란 감쇄를 최대화하고 명령추종오차를 최소화하기 위해서 공칭 안정도와 식 (3.2)를 만족시키고 식 (2.8)과 식 (3.4)를 최소화 시켜야한다. 그러나 식 (2.8), (3.2), (3.4)로부터 최적의 해를 직접 구하는 것은 매우 복잡하고 어렵다. 따라서 만족할 만한 해를 구하기 위해서는 적당한 알고리즘을 도입해야만 한다.

최적 해를 찾기 위한 수치 해석적 알고리즘들은 여러 가지가 제시되어 있지만 본 논문에서는 전역 최적해로의 수렴성 등이 다른 알고리즘에 비해서 뛰어나 각광을 받고 있는 유전 알고리즘을 사용하여 식 (3.2)를 만족시키고 식 (3.4)를 최소화하는 PID 제어기 계수를 결정하였다. 그림 3.1에 유전 알고리즘을 적용한 강인 PID 제어기의 설계방법[3]에 대해 보았다.

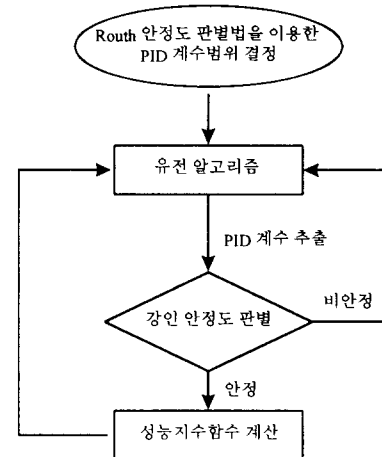


그림 3.1 강인한 PID제어기 계수 설정방법.

Fig 3.1 The decision procedure of Robust PID controller parameter.

강인한 외란 감쇄성능을 보장하기 위해서는 우선 강인한 안정도가 보장되어야하고 식 (2.8)을 만족해야한다. 따라서 그림 3.1에서 보인 계수설정 방법에서 PID계수를 추출하여 강인 안정도를 판별하고 안정하다면 강인한 외란 감쇄성능을 보장하기 위한 제한 조건인 식 (2.8)을 만족하는지를 판별하고 만족하면 식 (3.4)로 주어지는 성능 지수함수를 계산한다. 그러나 이 방법은

해가 존재하지 않을 수 있을 뿐 아니라 성능지수함수에 외란 감쇄 성능을 포함하지 않으므로 외란 감쇄에 대해서는 최적의 해를 구할 수 없다. 명령추종 성능과 강인 외란 감쇄 성능에 대해 최적의 해를 구하기 위해 식 (2.8)과 식 (3.5)를 동시에 고려할 수 있도록 성능지수함수를

$$J_T = J_m(K_p, K_I, \tau) + N \left\| \frac{W(s)}{1 + (P(s) + \Delta(s))(K_p(s) + K_D(s))} \right\|_{\infty} \quad (3.6)$$

로 정의하였고, 여기서 N은 가중 상수이다.

4. 유전 알고리즘을 이용한 PID 계수 설정

유전 알고리즘은 자연의 진화를 본뜬 일종의 반복적인 탐색 알고리즘으로 각각의 반복 단계마다 복사, 교배, 변이로 표현할 수 있는 유전 연산자로 새로운 군을 생성하고 이 새로운 군의 염색체는 가격함수와 연관된 적합도 함수에 의해 평가된다. 각 반복 단계마다 다음의 다섯 단계로 정리 할 수 있는 유전 알고리즘의 연산 과정을 거친다. :

- (1) 임의로 이진 문자열 개체군을 생성한다.
- (2) 개체군의 각각의 이진 문자열에 대한 적합도를 계산한다.
- (3) GA 오퍼레이터를 이용해 offspring 문자열을 생성한다.
- (4) offspring 문자열을 이용해 새로운 문자열을 생성하고 각각의 이진 문자열에 대한 적합도를 계산한다.
- (5) 만약 탐색목적이 달성되거나 적당한 세대가 얻어지면 멈추고 그렇지 않으면 (3)으로 되돌아간다.[3,7]

염색체 코딩

유전 정보를 갖는 염색체를 코딩하는 것은 염색체를 의미하는 이진 문자열에 대상 파라미터를 맵핑하는 것을 의미한다. 본 논문의 목적인 PID 계수를 예로 들어 먼저 PID 계수의 범위를 Routh 안정도 판별법에 의해 제한하고 이진 문자열의 길이가 16 비트이라면 계수 K_p, K_I, τ 에 대해 각각 사용하는 비트의 길이를 결정해야 한다. 즉, PID 계수의 범위가 Routh 안정도 판별법에 의해 $a \leq K_p \leq b, c \leq K_I \leq d, e \leq \tau \leq f$ 로 결정되었고 비트 길이의 할당이 각각 5, 7, 4이라면 염색체는

표 4.1 PID 계수범위에 따른 염색체 코드.

Table 4.1 Chromosome code according to PID parameters.

K_p	code	K_I	code	τ	code
a	00000	c	0000000	e	0000
$a+R_p$	00001	$c+R_I$	0000001	$e+R_\tau$	0001
:	:	:	:	:	:
b	11111	d	1111111	f	1111

로 코딩된다. 여기서 R_p, R_I, R_τ 는 각각 코딩에 따른 레졸루션이다.

적합도 함수

PID 제어기의 설계목적이 강인한 안정도를 보장해야하는 제한 조건속에서 식 (3.4)와 (2.8)로 주어지는 가격함수를 최소화하는 것이므로 적합도 함수를

$$F(K_p, K_I, \tau) \equiv kJ_T(K_p, K_I, \tau) + b \quad (4.1)$$

로 정의한다. 여기서 k와 b는

$$k = \frac{F_{best} - F_{worst}}{J_{mbest} - J_{mworst}} \quad (4.2)$$

$$b = F_{best} - kJ_{mbest}$$

이다.

복사

염색체 복사는 적자생존의 자연법칙을 기본으로 한다. 적합도가 큰 염색체 즉 이진 문자열은 더 많은 복사 개체를 다음 세대에 남기는 원리이다. 다음 세대에 더 많은 개체를 남길 확률은

$$P_i = \frac{F_i}{\sum F_i} \quad (4.3)$$

으로 정의한다. 따라서 본 논문의 경우에는 명령추종 성능과 강인한 외란 감쇄 성능이 좋은 계수의 조합일수록 더 많은 개체를 다음 단계에 남기게 된다.

교배

복사를 통하여 새로 형성된 개체군으로부터 임의의 두 개체를 선택해 유전정보를 교환한다. 즉 각 PID 계수의 이진 코드를 서로 교환하도록 하는 것이다.

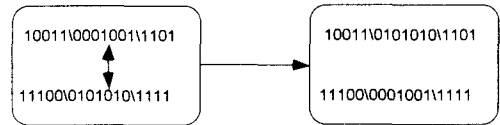


그림 4.1 PID 파라미터의 교배.

Fig. 4.1 Crossover of PID controller parameters.

변이

염색체의 복사와 교배 이외에 진화의 근간을 이루는 돌연변이를 연산자화한 것이다. 변이는 실제에 있어서 복사와 교배에 비해 드물게 일어나므로 알고리즘 구현 시에도 작은 확률로 발생하게 한다. 구현은 염색체인 이진 문자열의 어느 한 비트를 토글시키는 방법을 사용한다.

5. 결론

산업 현장에서 친숙하게 사용되고 있는 PID제어기는 차수가 작고 직관적이며 충분한 성능을 발휘한다는 장점을 가지고 있으나 플랜트의 노후화 등으로 인한 플랜트의 변화에 대한 강인성을 보장할 수 없는 단점을 가지고 있다. 따라서 강인성을 갖는 여러 형태의 제어기가 연구되고 있지만 차수가 크고 복잡하여 현장의 PID제어기를 대체하기에는 미흡하다. 뿐만 아니라 아직까지 PID제어기처럼 고정된 차수와 구조를 갖는 제어기에 대해 수식적인 해를 구하는 방법이 연구되지 못하였다. 따라서 본 논문에서는 유전 알고리즘을 사용해 강인 PID 제어기의 파라미터를 튜닝하는 방법을 제시하였고 또한 직관적인 PID 제어기의 성능을 강인한 안정도와 강인한 외란 감쇄성능과 명령추종오차를 정량화 하여 적용할 수 있음을 보였다.

참고문헌

- [1] K.J.Aström and T.Hägglund, Automatic Tuning of PID Controller, INSTRUMENT SOCIETY OF AMERICA, 1988
- [2] D.S.Bernstein and W.M.Haddad, "LQG Control with an H_∞ Performance Bound: A Riccati Equation Approach," IEEE Trans. Autom. Control, vol. 34, no. 3, pp. 293-305, 1989.
- [3] B.S.Chen, Y.M.Cheng, and C.H.Lee, "A Genetic Approach to Mixed H_2/H_∞ Optimal PID Control," IEEE Control Systems, pp. 51-60, Oct., 1995.
- [4] J.C.Doyle, B.A.Francis, and A.R. Tannenbaum, Feedback Control Theory, Macmillan Publishing Company, 1992.
- [5] B.A.Francis, A Course in H_∞ Control Theory, Springer-Verlag, Berlin, 1986.
- [6] M.Green and D.N.Limebeer, LINEAR ROBUST CONTROL, Prentice Hall International, Inc., 1995.
- [7] Z.Michalewicz, Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs, Springer-Verlag, 1995.