

유연한 로봇 팔의 슬라이딩모드를 갖는 제어기 설계

Design of the Controller with Sliding Mode for Flexible Robot Arm

김성태*, 임규만, 함운철

전북대학교 전자공학과(Tel:0652-70-2409; Fax:+82-652-70-2400; E-mail:Woonchul@moak.chonbuk.ac.kr)

Abstracts In this paper, robust vibration control of a one-link flexible robot arm based on variable structure system is discussed. We derive dynamic equations of it using a Lagrangian assumed modes method based on Bernoulli-Euler Beam theory. The optimal sliding surface is designed and the problem of chattering is also solved by the adoption of a continuous control law within a small neighborhood of the switching hyperplane

Keywords Flexible Robot Arm, Sliding Mode, Optimal sliding surface

1. 서론

로봇 매니퓰레이터는 미래의 우주공간에서의 작업에 중요한 역할을 할 것이다. 우주공간에서는 매니퓰레이터가 적은 에너지 소모를 필요로 하고 이를 운반하는 우주로켓의 수용량이 한정되어 있기 때문에 매니퓰레이터의 구조가 가능한 한 가볍게 구성되어야 한다. 이러한 매니퓰레이터는 구조상의 유연성 때문에 바람직하지 않은 저주파진동이 발생하게 된다. 이러한 진동은 매니퓰레이터의 정밀한 작업과 안정성을 보장할 수 없게 할 것이다. 따라서 이러한 진동을 제어할 수 있는 제어기의 개발이 요구된다. 본 논문에서는 상태가 슬라이딩 평면에 도달한 후 수렴시간을 가능한 한 빠르게 하기 위해서 최적의 슬라이딩 평면을 최적이론에 근거하여 설계하고 가변구조제어이론을 바탕으로 제어기를 설계한다. 또한 불안정한 스위칭 때문에 일어날 수 있는 채터링현상을 극복하기 위해 연속적인 입력을 사용한다. 2장에서는 유한요소법과 Lagrangian접근방법을 이용하여 관절 끝부위에 부하 하중을 갖는 단일관절을 갖는 유연한 로봇 팔에 대한 동력학 방정식을 유도하였다.[4][8] 3장에서는 2장에서 유도한 비선형 방정식을 테일러 급수와 좌표변환을 이용하여 canonical form으로 바꾸고 최적의 슬라이딩 평면에 도달한 후부터 가장 빠른 수렴시간을 갖도록 하는 최적의 슬라이딩 평면을 Ricatti 방정식과 Hamilton-Jacobi-bellman방정식을 이용하여 설계한다.[7] 4장에서는 슬라이딩모드를 갖는 제어기를 설계하고 채터링현상을 제거하기 위해 불연속적인 입력을 연속적인 제어입력으로 수정하여 제어기를 설계한다. 5장에서는 시뮬레이션이 수행되며, 6장에서는 결론을 맺는다.

2. 유연한 로봇 팔의 동력학적 모델링과 선형화

그림1과 같이 관절 끝부분에 부하를 갖는 단일 관절 유연한 로봇 팔에 대한 동력학 방정식을 Bernoulli-Euler Beam 이론 및 가정모드 방식을 이용하여 유도한다. 이 논문에서는 로봇 팔의

길이를 L , 허브의 관성 모멘트를 J_h , 관절의 단위길이당 질량을 ρ , 관절의 Young의 계수를 E , 관절의 횡면적을 A , 횡면적 관성 모멘트를 I 로 정의하였다.

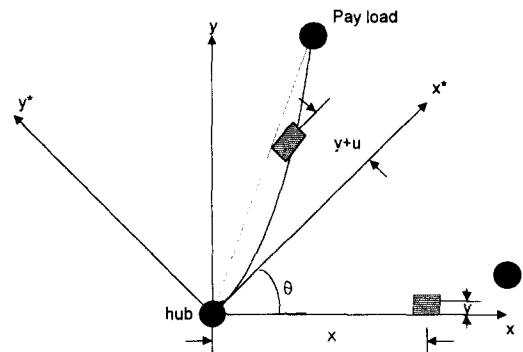


그림1. 단일관절 유연한 로봇 팔

로봇팔에 미소한 휨이 발생되어진다고 가정하고, Bernoulli-Euler Beam이론을 적용하면 관절에 대한 동력학 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$EI \frac{\partial^4 u(\zeta, t)}{\partial \zeta^4} + \rho AL^4 \frac{\partial^2 u(\zeta, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기에서 $\zeta = x/L$ 은 관절의 길이를 정규화한 변수를 의미한다. 함수 $u(\zeta, t)$ 를 시간과 공간함수의 곱으로 분리하여 표현하면 다음식과 같다.

$$u(\zeta, t) = \phi(\zeta) \delta(t) \quad (2)$$

식 (1)에 의하여 각각의 시간함수 $\delta(t)$ 와 공간함수 $\phi(\zeta)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\zeta(t) = \exp(j\omega t), \quad \omega^2 = \frac{\beta^2 EI}{\rho AL^4} \quad (3)$$

$$\phi(\zeta) = C_1 \sin \beta \zeta + C_2 \cos \beta \zeta + C_3 \sinh \beta \zeta + C_4 \cosh \beta \zeta \quad (4)$$

관절의 경계조건을 만족하는 β 의 값은 무한히 많으며 이들 각각은 관절의 변형에 대한 공간상의 형태함수를 특징 짓는다. Lagrangian 접근방식을 이용하여 단일 관절 유연한 로봇 팔의 동역학 모델을 유도하면 다음과 같은 동역학 방정식이 유도된다.

$$D(\delta) \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + C(\delta, \dot{\theta}, \dot{\delta}, \theta) \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K\delta + F\dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기에서 $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m]^T$ 이고, d_{ij} 는 다음과 같다.

$$d_{11} = J_h + J_b + J_L + M_L L^2 + M_L (\Phi_e^T \delta)^2$$

$$d_{1j} = M_L L \phi_{j-1,e}^2 + J_L \frac{\phi'_{j-1,e}}{L} + \sigma_{j-1}, \quad j=2,3,\dots,m+1$$

$$d_{ii} = m_b + M_L L \phi_{i-1,e}^2 + J_L \frac{\phi'^2_{i-1,e}}{L^2}, \quad i=2,3,\dots,m+1$$

$$d_{i,j} = 0 = M_L \phi_{i-1,e} \phi_{j-1,e} + J_L \frac{\phi'_{i-1,e} \phi'_{j-1,e}}{L^2}, \quad i=2,3,\dots,m+1, j \neq i$$

또한,

$$\Phi_e^T = \Phi^T|_{\xi=1} = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m]|_{\xi=1}$$

$$\Phi_{i,e} = \Phi_i|_{\xi=1}$$

$$\Phi'_{i,e} = [\phi'_{1,e}, \phi'_{2,e}, \dots, \phi'_{m,e}]$$

$$\phi'_{i,e} = \frac{d\phi_i(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=1}$$

$$\sigma_i = \rho A L^2 \int_0^1 \phi_i(\xi) d\xi, \quad i=1,2,\dots,m$$

$$m_b = \int \phi_{i-1}^2 dm$$

행렬 $C(\delta, \dot{\theta}, \dot{\delta}, \theta)$ 는 다음과 같이 Coriolis 와 Centrifugal항으로 나타낼 수 있으며,

$$C(\delta, \dot{\theta}, \dot{\delta}, \theta) = \begin{bmatrix} M_L (\Phi_e^T \delta) (\Phi_e^T \dot{\delta}) & M_L \dot{\theta} (\Phi_e^T \delta) \Phi_e^T \\ -M_L \dot{\theta} (\Phi_e^T \Phi_e^T) \dot{\delta} & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

등가 스프링 상수 행렬 K 와 댐핑행렬 F 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_m) \quad (7)$$

$$F = \text{diag}(f_1, f_2, \dots, f_m) \quad (8)$$

여기에서 k_i 와 f_i 는 각각 다음과 같다.

$$k_i = \frac{EI}{L^3} \int_0^1 \left[\frac{d^2 \phi_i(\xi)}{d\xi^2} \right]^2 d\xi, \quad i=1,2,\dots,m$$

$$f_i = - \int_0^1 \phi_i^2(\xi) d\xi, \quad i=1,2,\dots,m$$

위의 식에서 행렬 $\dot{D}(\xi) - 2C(\delta, \dot{\theta}, \dot{\delta}, \theta)$ 가 교대 행렬임을 알 수 있으며, 동적 방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} d_{11}(\delta) & d_{12}^T \\ d_{12} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11}(\delta, \dot{\delta}) & c_{12}(\dot{\theta}, \dot{\delta})^T \\ -c_{12}(\dot{\theta}, \dot{\delta}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K\delta + F\dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

식(9)로부터 Modal 관을 고려하면 동적방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} d_{11}(\delta) & d_{12}^T \\ d_{12} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_L (\Phi_e^T \delta) (\Phi_e^T \dot{\delta}) & M_L \dot{\theta} (\Phi_e^T \delta) \Phi_e^T \\ -M_L \dot{\theta} (\Phi_e^T \Phi_e^T) \dot{\delta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K\delta + F\dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기에서 다음과 같이 놓으면

$$x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = \delta, x_4 = \dot{\delta} \quad (11)$$

동적방정식을 식(12)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= - \frac{d_{12} M_L \phi^2 x_2^2 x_3}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22} M_L \phi^2 x_3^2} \\ &\quad - \frac{2d_{22} M_L \phi^2 x_2 x_3 x_4}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22} M_L \phi^2 x_3^2} \\ &\quad + \frac{d_{12}(x_4 f_1 + x_3 k_1)}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22} M_L \phi^2 x_3^2} \\ &\quad + \frac{d_{22} u}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22} M_L \phi^2 x_3^2} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= + \frac{M_L \phi^2 x_2^2 x_3 (c + x_3^2 M_L \phi^2)}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22} M_L \phi^2 x_3^2} \\ &\quad + \frac{2d_{12} M_L \phi^2 x_2 x_3 x_4}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22} M_L \phi^2 x_3^2} \\ &\quad - \frac{(kx_3 + fx_4)(c + x_3^2 M_L \phi^2)}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22} M_L \phi^2 x_3^2} \\ &\quad - \frac{d_{12} u}{-d_{12}^2 + cd_{22} + d_{22} M_L \phi^2 x_3^2} \end{aligned} \quad (12)$$

여기에서 $c = J_h + J_b + J_L + M_L L^2$ 이다

Remark : (12)식을 평형점 (0)에서 테일러급수에 의해서 선형화한 뒤 controllability를 조사해본 결과, 시스템이 $d_{12}^2 = cd_{22}$ 가 되도록 설계된다면 평형점에서 제어가 불가능하다는 사실을 알 수 있다.

유도된 방정식에서 시스템의 uncertainty와 disturbance를 하나의 항으로 묶기 위해서 다음과 같은 Matching condition을 이용한다. 먼저 시스템을 일반적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{x} = (A + \Delta A(t, x))x + f(t, x, u) + B[u + w(t, x, u)] \quad (13)$$

여기서 $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$ 이고 $\Delta A(t, x)$ 는 시스템의 불확실한 항이고 $f(t, x, u)$ 는 시스템의 비선형성을 고려한 항이고 $w(t, x, u)$ 는 입력잡음을 고려한 항이다. ΔA 와 f , 그리고 w 는 연속적인 함수라고 가정하고 다음과 같은 Matching condition을 고려한다.

A1. 식(14)를 만족하는 다음과 같은 함수가 존재한다.

$$h(\cdot) : \mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^m$$

$$d(\cdot) : \mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$

$$\begin{aligned} f(t, x, u) &= B h(t, x, u) \\ \Delta A(t, x)x &= B d(t, x) \end{aligned} \quad (14-1)$$

$$v(t, x, u) = \begin{bmatrix} v_1(t, x, u) \\ \vdots \\ v_m(t, x, u) \end{bmatrix} = h(t, x, u) + d(t, x) + w(t, x, u) \quad (14-2)$$

A2. 다음과 같은식을 만족시키는 연속성을 갖는 양실함수 $r_i(\cdot)$, $\rho(\cdot)$ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} |v_i(t, x, u)| &< r_i(t, x), \quad i=1, \dots, m \\ \|v(t, x, u)\| &\leq \rho(t, x) \end{aligned}$$

위와 같은 가정하에서 식(13)은 (15)와 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + B[u + v(t, x, u)] \quad (15)$$

여기서 $v(t, x, u)$ 는 비선형항과 불확실한 항이 Matching condition에 의해서 통합된 벡터이다.

위에서 유도된 유연한 로봇 팔의 비선형 방정식을 테일러 급수와 좌표변환을 이용하여 다음과 같은 canonical form으로 선형화 할 수 있다

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (u(t) + v(t, x, u)) \quad (16)$$

3. 최적의 슬라이딩 평면 설계

본 장에서는 u^* 에 의해서 식(16)이 다음과 같은 슬라이딩 평면($s=0$)에 유한 시간내에 도달할 수 있다고 가정하고 슬라이딩 평면을 다음과 같이 설계하였다.

$$s(x) = z_n + \sum_{i=1}^{n-1} c_i z_i = 0 \quad (17)$$

(16)과 같은 시스템은 u^* 에 의해서 슬라이딩 평면에 도달하면 다음과 같이 변환된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} z_n \quad (18)$$

$$\dot{z} = Az + Bz_n \quad (19)$$

여기서 $z = [z_1 \ z_2 \ z_3 \ \dots \ z_{n-1}]^T$

$$z_n = -c_1 z_1 - c_2 z_2 \dots - c_{n-1} z_{n-1} \text{ 이다.}$$

다음과 같은 performance measure를 설정하고 상태를 가장 빨리 수렴하도록 만드는 z_n 을 구하면 된다.

$$J = \int_{t_0}^{\infty} (z^T Q z + z_n^T R z_n) dt$$

(20) Hamilton-Jacobi-Bellman의 방정식으로 부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} z_n &= -R^{-1} B^T K z \\ &= -c_1 z_1 - c_2 z_2 \dots - c_{n-1} z_{n-1} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 K 는 다음과 같은 Riccati 방정식의 해가 된다.

$$0 = \dot{K}(t) + Q - K(t)BR^{-1}B^TK(t) + K(t) + A^TK(t) \quad (22)$$

4. VSS 제어법칙 설계

본 장에서는 최적 슬라이딩 평면에 도달하는 입력을 설계하고 이에따라 발생하는 채터링 현상을 없애기 위해서 불연속 입력을 슬라이딩 평면의 미소 경계내에서 연속적인 입력으로 설정하였다.

선형화된 동력학 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B[u + v(t, x, u)] \\ s &= CX \end{aligned}$$

$\dot{s} = 0$ 로부터 u_{eq} 를 구하면 다음과 같다.

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}C(AX + Bv) \quad (23)$$

선형화된 방정식에 대한 입력을 다음과 같이 고려한다.

$$u = u_{eq} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (24)$$

여기서 $s \dot{s} < -\eta$ 로부터 k 를 구하면 다음과 같다.

$$k \geq \max[\eta + v(t, x, u)] \quad (25)$$

여기서 η 는 양수이다.

위와같은 입력을 사용하면 채터링현상이 발생할 수 있으며 결과적으로 시스템의 모델링에서 무시되었던 고주파성분을 포함하게 된다. 이러한 채터링현상을 제거하기 위해서 다음과 같이 미소구간 ϵ 내에서 연속적인 입력으로 수정한 다음과 같은 입력을 사용한다.

$$u = u_{eq} - k \tanh(s/\epsilon) \quad (26)$$

이러한 입력을 이용하면 nonideal한 sliding motion이 일어난다. 그러나 ϵ 이 아주 작게 설계된다면 ideal한 sliding motion의 trajectory와 거의 일치할 수 있다. 이것은 다음과 같이 증명될 수 있다.

In ideal sliding motion,

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) \quad (27)$$

식(27)의 해는 다음과 같다.

$$\hat{Z}(t) = e^{At} \hat{Z}(0) \quad (28)$$

In nonideal sliding motion, ($s \neq 0$)

$$\dot{Z} = AZ + Hs \quad (29)$$

$$H = [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T$$

식(29)의 해는 다음과 같다.

$$\hat{Z}(t) = e^{At} \hat{Z}(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} Hs(\tau) d\tau \quad (30)$$

다음과 같은 triangular inequality 성질을 적용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\| \hat{Z}(t) - Z(t) \| \leq \| e^{At} \| \| \hat{Z}(0) - Z(0) \| + \left\| \int_0^t e^{A\tau} Hs(t-\tau) d\tau \right\|$$

$$\| \hat{Z}(0) - Z(0) \| \leq p\epsilon \quad p: \text{positive number}$$

$$\| \hat{Z}(t) - Z(t) \| \leq N\epsilon \quad N: \text{positive number}$$

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \hat{Z}(t) = Z(t)$$

5. 시뮬레이션

본 장에서는 canonical form에서 구한 값들을 다시 역좌표 변환을 통하여 상태(θ, δ)와 슬라이딩 평면과 제어입력에 대해서 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. 테일러 급수를 통하여 상태를 0에서 선형화한 값을 nominal항으로 선정하면 표1과 같다.

ρ	2.7×10^3	J_L	1.4727×10^{-6}
A	2.432×10^{-5}	J_0	$\rho AL^3/3$
L	0.5	M_b	ρAL
I	8.188×10^{-12}	E	6.57×10^9
M_L	1.2738×10^{-2}	f	0.1

표 1. 단일관절 유연한 로봇 팔의 매개변수

Canonical form으로 변환된 시스템의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \\ \dot{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} (u+v) \quad (31)$$

여기서 $a = -70.0086$, $b = -1.30112$ 이다.

최적이론을 이용하여 구한 최적의 슬라이딩 평면은 다음과 같다.

$$s = c_1 z_1 + c_2 z_2 + c_3 z_3 + z_4 \quad (32)$$

그리고 시뮬레이션을 위하여 original 좌표계로 변환한 슬라이딩 평면은 다음과 같다.

$$s = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4 \quad (33)$$

여기서 $c_1 = 1.0000$, $c_2 = 0.2136$, $c_3 = 0.8144$, $c_4 = 0.6287$ 이며, 위와 같은 값을 바탕으로 원래의 비선형 방정식에서 시뮬레이션 결과가 그림 (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8)과 같다.

6. 결론

본 논문에서는 one-link flexible robot의 비선형 동역학 방정식을 유도하여 유연한 로봇이 가질 수 있는 진동(vibration: δ)과 허브(hub: θ)의 위치제어를 최적이론과 가변구조이론을 바탕으로 제어기를 구성하였으며 시뮬레이션을 통하여 제어기에 대한 타당성을 검증하였다.

앞으로는 본 논문에서 구성한 제어기를 실제의 시스템에 적용하여 본 논문의 타당성을 입증할 것이고 더 나아가서 two-link flexible robot에 대한 진동과 허브제어를 위한 연구가 진행될 것

이다. 그리고 본 논문에서는 비선형 방정식을 선형화해서 제어를 구성하였는데 이러한 비선형 시스템에 대해서 직접적인 제어기의 구성에 대한 연구가 이루어질 것이며 여기에서 얻어진 실질적인 입력을 사용하여 시스템을 제어하는 연구가 진행될 예정이다.

참고문헌

- [1] W. J. Book, "Recursive Lagrangian Dynamics of Flexible Manipulator Arms," the Int. Robotics Research, Vol. 3, No. 3, pp. 87-101, Fall, 1984. Jhon Y. Hung, Weibing Gao.
- [2] W. C. Ham, "Adaptive control based on explicit model of robot manipulators," IEEE Trans. Automat. Contr. Vol. 38, No. 4, pp. 654-658, April, 1993.
- [3] W. C. Ham and J. J. Lee, "Adaptive nonlinear control of one-link flexible arm," IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robotics and Systems, Vol.1, pp. 3-7, Yokohama, Japan, 1993.
- [4] A. D. Luca and B. Siciliano, "Trajectory control of a non-linear one-link flexible arm," I.J. Control, Vol. 50, No. 5, pp. 1699-1715, 1989.
- [5] K.K.D. Young, Variable Structure Control for Robotics and Aerospace Applications, 1993, Elsevier Science Publishers B.V.
- [6] V.I. Utkin, Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems. Moscow, Mir Publishers, 1978.
- [7] Donald E. Kirk, Optimal Control Theory, 1970.
- [8] 임규만, 김진환, 함운철, "단일 관절 유연성 로봇 팔에 대한 비선형 관측기 설계, '94KACC, 1994.
- [9] 소일영, 정사철, 함운철, "가변 구조 제어 이론을 이용한 유연한 로봇 매니퓰레이터의 제어기 설계, '95KACC, 1995.

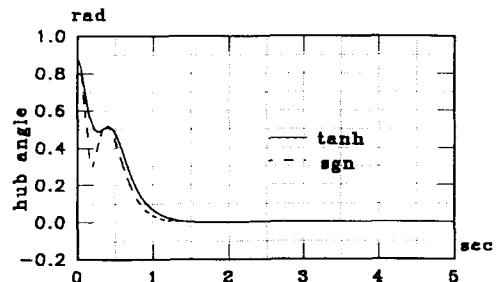


그림 2. 허브 각도 (θ)

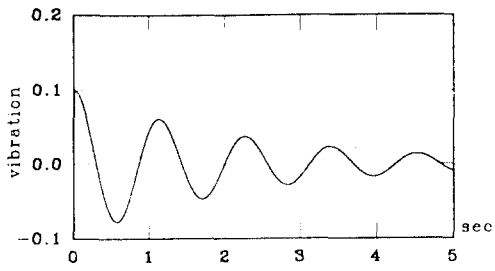


그림 3. 진동모드($\alpha=0$)

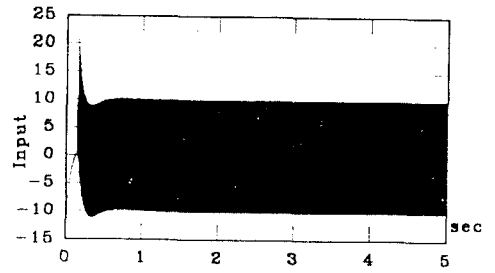


그림 7. 제어 입력 (sgn(s)-type)

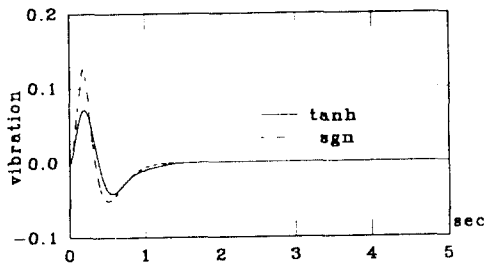


그림 4. 진동모드(δ)

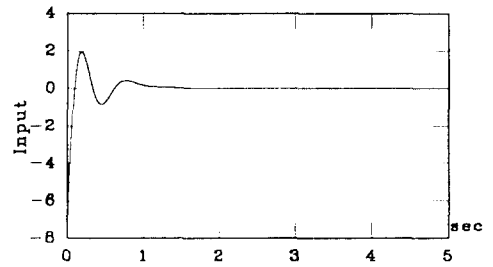


그림 8. 제어 입력 (tanh(s)-type)

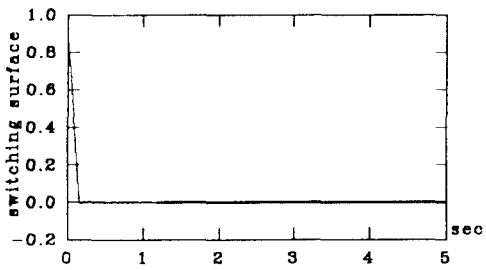


그림 5. s-제적 (sgn(s)-type)

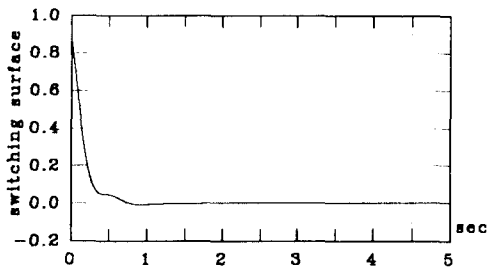


그림 6. s-제적 (tanh(s)-type)