

신경 회로망을 이용한 혼돈 비선형 시스템의 지능 제어에 관한 연구

A Study on the Intelligent Control of Chaotic Nonlinear Systems Using Neural Networks

°오기훈*, 주진만*, 박광성*, 박진배*, 최윤호**

* 연세대학교 전기공학과 (Tel:02)361-2773; Fax:02)392-4230; E-mail:jmjoo@control.yonsei.ac.kr

** 경기대학교 전자공학과 (Tel:0331)40-7826; Fax:0331)44-6300; E-mail:yhchoi@kuic.kyonggi.ac.kr

Abstract In this paper, the direct adaptive control using neural networks is presented for the control of chaotic nonlinear systems. The direct adaptive control method has an advantage that the additional system identification procedure is not necessary. In order to evaluate the performance of our controller design method, two direct adaptive control methods are applied to a Duffing's equation and a Lorenz equation which are continuous-time chaotic systems. Our simulation results show the effectiveness of the controllers.

Keywords Chaotic Control, Intelligent Control, Neural Network, Direct Adaptive Control

1. 서론

혼돈 현상은 시스템의 상태 변수들 사이의 비선형적인 관계로 인해 내부적으로는 결정론적 규칙을 가짐에도 불구하고 외부적인 동태가 불규칙하게 관찰되는 현상으로 정의할 수 있으며 초기 조건에 민감한 특성을 지닌다. 이러한 특징으로 인해 과거에 예측 불가능한 외란이나 잡음으로 여겨져 왔던 혼돈 현상은 안정된 시스템 동작을 방해하므로 혼돈 현상을 제거 또는 억제하려는 시도가 필요하게 되었다. 따라서 비교적 최근부터 이러한 혼돈 현상이 존재하는 혼돈 비선형 시스템(chaotic nonlinear system)의 제어에 관한 연구들이 활발히 진행되고 있으며, 몇몇 연구 결과들이 보고되고 있다. 대표적인 혼돈 시스템 제어 방법인 OGY 방법은 혼돈 비선형 시스템에 접근 가능한 파라미터가 존재하지 않을 경우에는 적용이 불가능한 단점을 가지며, 피드백 제어의 경우에는, 정확한 모델을 구하기 어려운 혼돈 시스템에 대해서는 제어기 설계가 불가능하다는 단점을 가진다[1]-[3]. 따라서 최근에 지능 제어의 장점을 이용하여 이러한 단점을 극복하고자 하는 연구들이 진행되고 있으나 이에 대한 연구결과들은 미비한 실정이다[4][5].

따라서, 본 논문에서는 지능 제어의 관점에서 혼돈 비선형 시스템의 모델이 정확히 알려져 있지 않은 경우에도 적용 가능하며 제어기 구성시에 시스템 동정(system identification) 과정이 필요하지 않는 직접 적용 신경 회로망 제어기를 설계하고자 한다. 한편 설계된 직접 적용 신경 회로망 제어기를 혼돈 비선형 시스템인 Duffing 방정식과 Lorenz 방정식에 적용하여 얻어진 시뮬레이션 결과를 통해 설계된 제어기의 성능을 고찰하고자 한다.

2. 혼돈 비선형 시스템

혼돈 비선형 시스템 모델중에는 연속 시간 혼돈 시스템에는 Duffing 방정식, Bonhoeffer-van der Pol 방정식, Lorenz 방정식, Rössler 방정식등이 있고 이산 시간 혼돈 시스템에는 Henon 방정식, Lozi 방정식, Logistic 맵(map)등이 있다. 이러한 혼돈 비선형 모델들은 각 모델의 파라미터 변화에 따라 혼돈 현상을 나

타내기도 하고 주기적인 해를 갖거나 평형점으로 수렴 또는 발산하는등 매우 다양한 시스템 동태를 보이게 된다. 본 논문에서는 연속 시간 혼돈 시스템인 Duffing 방정식과 Lorenz 방정식을 제어 대상 시스템으로 선정한다.

Duffing 방정식은 식 (1)과 같은 상태 방정식으로 표현되어질 수 있다[2].

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -p_1 x_1 - x_1^3 - p x_2 + q \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (1)$$

또한 Duffing 방정식은 다음과 같은 파라미터 집합에 대해 그림 1에서와 같은 혼돈 현상을 보인다.

$$P = \{ p, p_1, \omega, q \} = \{ 0.4, -1.1, 1.8, 1.8 \}$$

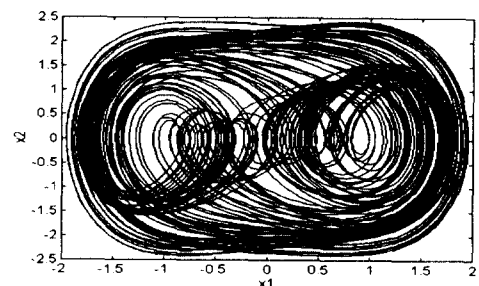


그림 1 Duffing 방정식의 스트레인지 어트랙터
Fig. 1 Strange attractor of Duffing equation

한편 Lorenz 방정식은 식 (2)와 같은 상태 방정식으로 표현되어진다[3][6].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y-x) \\ \dot{y} &= rx - y - xz \\ \dot{z} &= xy - bz \end{aligned} \quad (2)$$

다음과 같은 파라미터의 집합에 대해 그림 2와 같은 혼돈 현

상을 보인다.

$$P = \{ \sigma, r, b \} = \{ 10, 28, 8/3 \}$$

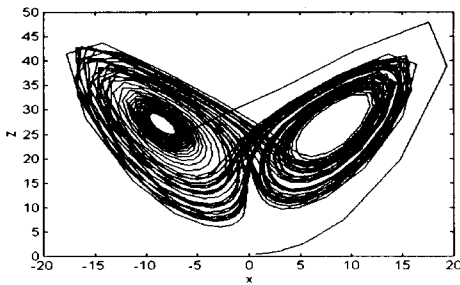


그림 2 Lorenz 방정식의 스트레인지 어트랙터
Fig. 2 Strange attractor of Lorenz equation

3. 신경 회로망을 이용한 직접 적응 제어

3.1 직접 적응 제어

시변 동적(time-varying dynamic) 시스템 $\dot{x} = f(x, u, t)$, $y = h(x, t)$ 을 고려하자. 여기서 x 는 상태 변수, u 는 제어 입력, y 는 출력을 나타낸다. 제어 입력 u 를 $u = \psi(x, t)$ 로 나타내면, $\dot{x} = f(x, \psi(x, t), t)$ 로 페루프 시스템의 동력학(dynamics)을 나타낼 수 있다. On-line 학습 제어기의 목적은 시스템 동력학이 특정 상태 x^* 에 도달하도록 하여 원하는 출력 $y_d(t)$ 와 실제 출력 $y(t)$ 사이의 오차인 $e(t)$ 가 점근적으로 0이 되도록 제어 신호를 생성해 내는 것이다. 그러므로 on-line 학습 제어 방식에 기반을 둔 신경 회로망에서는 비선형 함수 $\psi(x, t)$ 를 적절히 사상(mapping)하여 제어 입력 u 를 생성하는 것이다. 이와 같은 직접 적응 제어 방법의 블록 선도는 그림 3과 같다.

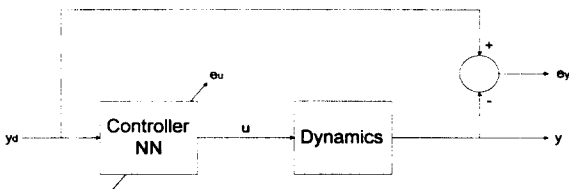


그림 3 직접 적응 제어 방법의 블록 선도
Fig. 3 Block diagram of direct adaptive control

그림에서 알 수 있듯이 신경 회로망은 시스템의 역 동력학(inverse dynamics)을 암시적으로 학습하여 제어 입력 u 를 생성해낸다.

3.2 동력학을 통한 오차 역전파

식 (3)과 같은 비용 함수를 정의하자.

$$E_y = \frac{1}{2} (y_d - y)^2 \quad (3)$$

여기서 $e_y = y_d - y$ 로 정의하면 신경 회로망의 연결 강도(weight) w 에 대한 오차 gradient는 식 (4)와 같다.

$$\frac{\partial E_y}{\partial w} = -e_y \frac{\partial y}{\partial w} = -e_y \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial w} \quad (4)$$

식 (4)에서 $\frac{\partial y}{\partial u}$ 항은 시스템의 순방향 이득 - Jacobian 이득이며 전체 시스템의 안정도에 중요한 영향을 미친다. 식 (4)에서 $J(u) = \frac{\partial y}{\partial u}$ 로 정의하면 식 (4)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial E_y}{\partial w} = -e_y J(u) \frac{\partial u}{\partial w} \quad (5)$$

Psaltis등[7]에 의해 제안된 'specialized learning scheme' 관점에서 볼 때 시스템을 연결 강도 $J(u)$ 를 갖는 신경 회로망 제어기의 부가적인 층(layer)으로 생각한다면 식 (5)는 시스템의 출력 오차가 시스템을 통해 역전파되는 과정을 나타내는 식으로 생각할 수 있다. Δw_{ji}^p 를 $p-1$ 층의 i 번째 뉴런과 p 층의 j 번째 뉴런 사이의 연결 강도 w_{ji} 의 변화량이라 하고, δ_j^p 는 p 층에서 j 번째 뉴런에서 net_j^p 에 대한 오차의 미분값이라 정의하자. 또한 o_j^p 를 p 층에서의 j 번째 뉴런의 출력이라 하면 모든 층에 대한 연결 강도는 식 (6)과 같이 모멘텀(momentum)을 이용한 학습법에 의해 갱신될 수 있다[8].

$$w_{ji}^p(n+1) = w_{ji}^p(n) + [\Delta w_{ji}^p(n) + a \Delta w_{ji}^p(n-1)] \quad (6)$$

여기서 $\Delta w_{ji}^p = \eta \delta_j^p o_i^{p-1}$ 이며 η 는 학습률 a 는 모멘텀 계수이다. 각각의 값은 다음과 같이 계산되어진다.

$$\delta_j^p = J(u) e_y f'_j(net_j^p) \quad \text{output layer} \quad (7)$$

$$\delta_i^p = f'_i(net_i^p) \sum_j \delta_j^p w_{ji} \quad \text{any other layer} \quad (8)$$

여기서 f 는 뉴런의 활성화(activation) 함수이며, f' 는 f 의 미분이다. 미분 이득 $J(u)$ 는 두 개의 정해진 시간동안의 시스템 출력 y 와 입력 u 사이의 변화량에 의해 on-line으로 계산될 수 있으므로 시스템의 출력 오차를 신경 회로망의 출력 오차로 변환하여 연결 강도를 갱신할 수 있다. 그러나 이러한 방법은 $J(u)$ 값의 큰 변동을 야기할 수도 있으므로 결과적으로 연결 강도의 큰 변동을 유발할 수 있다. 이러한 문제점은 기준 신호가 급격히 변할 때 더욱 분명해진다. 따라서 전체 시스템의 안정성을 보장하기 위해서는 신경 회로망의 학습률을 작게 주어야 하며 결과적으로 수렴 속도가 느려지는 단점이 있다.

3.3 이득층(gain layer) 방법

이득층 방법은 그림 4와 같이 제어 대상 시스템과 신경 회로망 사이에 이득층을 두어 시스템 오차 e_y 를 신경 회로망의 연결 강도 갱신에 직접적으로 이용할 수 있도록 하는 방법이다[9].

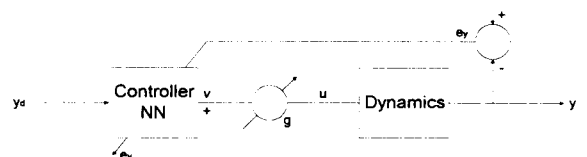


그림 4 이득층 방법의 블록 선도
Fig. 4 Block diagram of gain layer method

이득층은 선형 변환을 특성으로 하는 한 개의 층을 갖는 분리된 신경 회로망으로 구성한다. 이러한 구조에서 $\frac{\partial u}{\partial v} \cong \frac{\partial u}{\partial y}$ 의 조건에 의해 신경 회로망의 연결 강도를 $E_i \cong E_v$ 로 근사화할 수 있으면 신경 회로망의 연결 강도는 시스템의 출력 오차 e_y 를 이용하여 갱신할 수 있다. 그러므로 이득층의 연결 강도 g 는 $g \cong [f(u)]^{-1}$ 로 근사화 된다. 여기서 E_v 는 신경 회로망 출력에 대한 비용 함수이다. 따라서 식 (7)을 식(9)와 같이 쓸 수 있다.

$$\delta_j^l = e_y f_j'(net_j^l) \quad (9)$$

실제로 이득층 신경 회로망의 값은 적응 기법을 통해 결정되며 시스템의 역 Jacobian의 근사치 역할을 한다.

3.4 이득층의 갱신

$g(k)$ 를 순간 k 일 때의 이득층 연결 강도라 하고 $\Delta g(k)$ 를 순간 k 일때의 $g(k)$ 의 변화량이라 하면 $g(k)$ 의 적응 규칙은 다음과 같다.

$$g(k) = g(k-1) + \Delta g(k) \quad (10)$$

비용 함수 E_y 를 최소화하기 위해 gradient descent 법칙을 사용하여 식 (11)과 식 (12)를 얻는다.

$$\frac{\partial E_y}{\partial g} = \frac{\partial E_y}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial g} \quad (11)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial u} = -(y_d - y) \frac{\partial y}{\partial u} \quad (12)$$

ν 를 y 에 대한 weak function으로 보고 신경 회로망의 피드백에 의해 ν 에 가해지는 g 의 암시적 영향을 무시한다면 $\frac{\partial u}{\partial g} = \nu$ 로 나타낼 수 있고 식 (10)은 식 (13)으로 표현될 수 있다.

$$g(k) = g(k-1) + \alpha (y_d - y) \nu \frac{\partial y}{\partial u} \quad (12)$$

여기서 $\Delta g(k) = -\alpha \frac{\partial E_y(k)}{\partial g(k)}$ 이고, α 는 이득층의 학습률이다.

이득층 방법에서는 신경 회로망의 학습시 변환된 오차 대신에 시스템 출력 오차를 직접 사용한다. 이것은 앞서 서술한 추정된 Jacobian을 사용함으로써 발생할 수 있는 연결 강도의 급격한 변동을 줄일 수 있는 장점이 있다. 또한 이득층의 연결 강도는 신경 회로망과는 다른 학습률로 갱신되므로 신경 회로망 제어기가 빠른 수렴을 얻기 위해 상대적으로 큰 학습률을 사용할 수 있음을 의미한다.

그러나 식 (12)에서 알 수 있듯이 이득층의 갱신에는 시스템의 Jacobian이 관련되며 마찬가지로 이득층의 학습률을 작게 주어서 이득층의 급격한 변화를 줄이는 방법으로 이득층의 학습이 이루어져야 한다.

4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

• Duffing 방정식

본 실험의 시뮬레이션을 위해 시스템의 원하는 출력은

Duffing 방정식의 1 주기 해를 이용하였다[5]. 또한 두 개의 은닉층을 갖는 일반적인 구조의 신경회로망을 이용하였으며, 은닉층의 뉴런은 각각 10개, 6개로 하였다. 이득층의 학습률은 10^{-7} 로써 충분히 작은 값으로 고정하였다. 같은 학습률(10^{-7})을 주었을 때 동력학을 통한 오차 역전과 방법과 이득층 방법의 시스템 출력은 각기 그림 5와 같다.

(— : 시스템 출력, - - - : 원하는 출력)

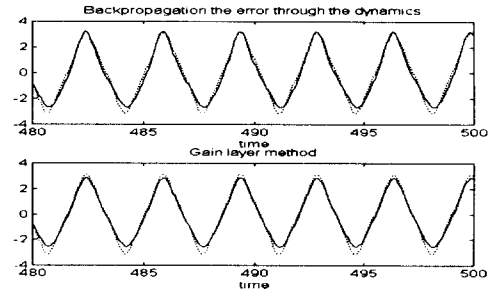


그림 5 $\eta = 10^{-7}$ 일 때의 제어 결과

Fig. 5 Control results for $\eta = 10^{-7}$

한편 오차 역전과 방법과 이득층 방법에서 학습률을 각기 1000배 증가하였을 때의 결과는 그림 6과 같다.

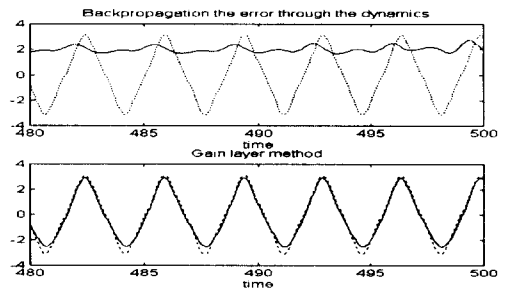


그림 6 $\eta = 10^{-4}$ 일 때의 제어 결과

Fig. 6 Control results for $\eta = 10^{-4}$

그림 5에서 알 수 있듯이 Duffing 방정식이 비교적 효과적으로 1 주기 해를 잘 추종함을 알 수 있다. 이때의 평균 지승 오차는 각각 0.0926와 0.0739로 이득층 방법이 약간 우수한 성능을 나타내나 비슷한 출력을 보여준다. 또한 그림 5와 그림 6의 결과를 비교해 보면, 학습률을 높였을 경우 이득층 방법이 동력학을 통한 오차 역전과 방법에 비해 그 성능이 강인함을 알 수 있다. 이것은 앞서 설명한 대로 Jacobian의 갑작스러운 변동에 이득층 방법이 덜 민감함을 보여준다.

• Lorenz 방정식

식 (2)에서의 고정점을 시스템의 원하는 출력으로 해서 제어하는 실험을 수행하였다[6]. 역시 2개의 은닉층을 가진 신경 회로망을 구성하였고 은닉층의 뉴런수는 각각 20개 및 10개로 하였다. 또한 이득층의 학습률은 10^{-10} 으로 충분히 작게 설정하였다.

그림 7은 학습률은 10^{-10} 으로 하였을 때의 오차 역전과 방법

과 이득층 방법의 제어 결과이며, 그림으로부터 Lorenz 방정식이 효과적으로 제어되었음을 알 수 있다.

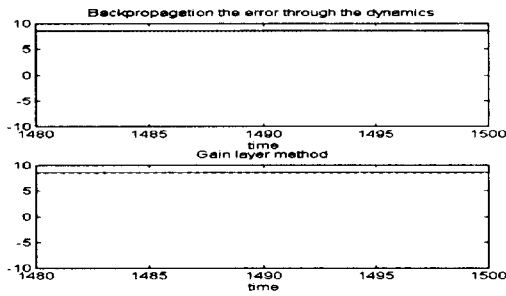


그림 7 $\eta = 10^{-10}$ 에서의 출력
Fig. 7 Control results for $\eta = 10^{-10}$

한편 그림 7에 대해 학습률을 10000배 증가하였을 때의 결과는 그림 8과 같다.

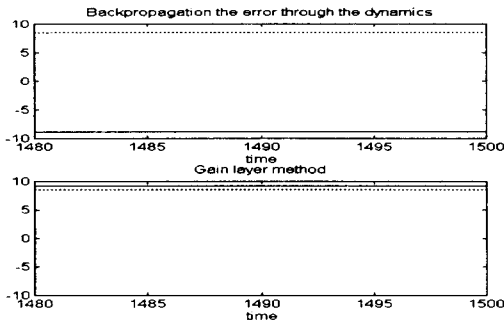


그림 8 $\eta = 10^{-6}$ 에서의 출력
Fig. 8 Control results for $\eta = 10^{-6}$

그림 7과 그림 8을 비교해 보면 Duffing 방정식의 경우와 마찬가지로 이득층 방법이 더 강한 결과를 나타냄을 확인할 수 있다.

한편 Duffing 방정식과 Lorenz 방정식에 인가되는 제어 입력은 그림 9와 같다.

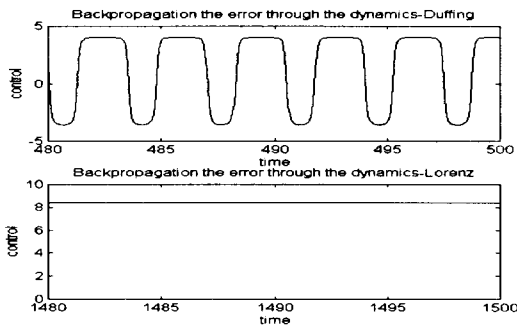


그림 9 제어 입력
Fig. 9 Control inputs

그림 9에서 복잡한 동력학을 나타내는 혼돈 비선형 시스템에 대한 제어 입력이 비교적 단순한 형태로 표현되어지는 결과로부터 혼돈 비선형 시스템의 제어를 위한 단순한 구조의 제어기 설계가 가능하다는 것을 보여준다.

한편 Duffing 방정식의 경우 모멘텀 계수를 작은 값으로 고정

하고 Lorenz 방정식의 경우에는 큰 값으로 고정해야 양호한 결과를 얻을 수 있는데, 이는 Duffing 방정식의 경우 기준 신호가 시간에 따라 변화하므로 Jacobian의 변화가 불규칙적으로 발생할 수 있는데 반해, Lorenz 방정식의 경우는 기준 신호가 시간 변화에 대해 일정한 값을 유지하므로 Jacobian 값이 큰 변동을 일으키지 않음에 기인한다고 생각된다.

5. 결론

본 논문에서는 혼돈 비선형 시스템의 효율적인 제어를 위한 직접 적용 신경 회로망 제어기를 구현하였다. 이를 위해서 두 가지 직접 적용 제어 방법을 고찰하였으며, 이들 방법을 혼돈 비선형 시스템에 적용한 결과로부터 모두 효과적인 제어 성능을 가짐과 이득층 방법이 보다 큰 학습률에서도 안정적인 제어 성능을 가짐을 확인할 수 있었다.

향후 연구 과제로는 보다 향상된 제어 성능을 위한 정확한 Jacobian의 추정 기법에 관한 연구와 이에 따른 신경 회로망 구조 및 신경회로망 제어기의 안정성에 관한 연구가 필요하다.

참고 문헌

- [1] E. Ott, C. Grebogi, and J. A. Yorke, "Controlling Chaos", *Physical Review Letters*, vol. 64, no. 11 pp. 1196 - 1199, 1990.
- [2] G. Chen and X. Dong, "On Feedback Control of Chaotic Continuous-Time Systems", *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, vol. 40, no. 9, pp. 591-601, 1993.
- [3] Chien-Chong Chen, "Direct chaotic dynamics to any desired orbits via a closed-loop control" *Physics Letters A* 213, pp. 148-154, 1995.
- [4] Ted W. Frison, "Controlling Chaos with a Neural Network", *Proc. of Int'l Conf. on Neural Network, Baltimore, MD*, pp. 75-80, June 1992.
- [5] G. Chen and X. Dong, "Identification and Control of Chaotic Systems: An Artificial Neural Network Approach", *Proc. of the IEEE Int'l Symposium on Circuits and Systems, Seattle, WA*, pp. 1177-1182, 1995.
- [6] Steven H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Addison-Wesley Publishing Co, 1994.
- [7] D. Psaltis, A. Sideris, and A. A. Yamamura, "A Multilayered Neural Network Controller", *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 4, pp. 17-21, April 1988.
- [8] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams, "Learning Internal Representations by Error Propagation", *Parallel Distributed Processing*, vol. 1, pp. 318-362. 1986.
- [9] K. P. Venugopal, R. Sudhakar, and A. S. Pandya, "On-line Learning Control of Autonomous Underwater Vehicles Using Feedforward Neural Networks", *IEEE J. of Oceanic Eng.*, vol. 17, no. 4, pp. 308-319, October 1992.