

## 직접 방사형 스피커의 비선형 고조파 왜곡 보상 제어기의 설계

### Controller Design for Compensation of Nonlinear Harmonic Distortion in Direct-Radiator Loudspeakers

<sup>o</sup> 김윤선\*, 박영진\*\*

\* 한국과학기술원 기계공학과 (Tel : 042-869-3076; Fax : 042-869-8220 ; E-mail: s\_etoile@cais.kaist.ac.kr)

\*\* 한국과학기술원 기계공학과 (Tel : 042-869-3036; Fax:: 042-869-8220 ; E-mail: yjpark@sorak.kaist.ac.kr)

**Abstract** : The electrodynamic loudspeakers should have a wide dynamic range to reproduce various sound levels. When the input signal is small, the radiated sound from the loudspeaker is not so much distorted. However, for large input signal with low frequency component, the radiated sound is significantly distorted due to the nonlinearities of the loudspeaker. The suspension, damping, and magnetic flux of loudspeaker are the main sources of the nonlinearity. Such electromechanical parameters related to harmonic distortion have been represented by a polynomial model for diaphragm displacement, while each of the polynomial coefficient is evaluated by using the principle of harmonic balance experimentally.

Based on the polynomial model, we designed a compensator for nonlinear harmonic distortion of direct radiator loudspeaker. Tau observer is used to estimate the displacement of the loudspeaker diaphragm, which is rather difficult to measure directly in the conventional setting. The usefulness of the designed compensator is demonstrated by numerical simulations. Simulation results show about 30db decrease at the second and third higher harmonic distortions. We carry out an experiment on speaker to verify designed controller and nonlinear observer.

**Keywords** : controller design, nonlinear harmonic distortion, direct-radiator loudspeaker, compensation

#### 1. 서론

스피커는 파워가 매우 작은 신호부터 큰 신호까지, 또 저주파에서 고주파까지 재생한다. 작은 파워의 입력 신호에 대해서 스피커는 거의 오차 없이 잘 재생해 낸다. 하지만 매우 큰 파워의 입력, 특히 저주파 영역의 큰 파워를 가진 입력 신호를 재생 할 때는 스피커의 비선형성에 의해서 원래의 입력 신호를 충실히 재생하지 못하고 입력 신호의 정수배 만큼의 주파수의 소리가 섞이게 된다. 이것을 소리의 왜곡현상(distortion)이라고 한다.

이러한 왜곡 현상이 일어나면 사람은 듣기에 음질이 떨어지는 것으로 인식하게 된다. 또한 스피커는 음악 재생용으로만 쓰이지 않고 능동 소음 제어(Active Noise Control)에 쓰이는데, 이때 스피커의 왜곡 현상이 제어 성능을 저하시키는 중요한 요인 중의 하나가 된다.

본 연구에서는 정 혁[1]의 방법에 따라서 스피커를 모델링하고 이 모델에 근거하여 비선형 고조파를 줄일 수 있는 제어기를 디자인한다. 설계된 제어기의 모의 실험을 수행하여 타당성을 검토한다.

#### 2. 모델링

2.1 하모닉 발란스 방법을 이용한 스피커의 모델링  
스피커의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$L \frac{di}{dt} + iR + Bl\dot{x} = e \quad (1)$$

$$M\ddot{x} + R_m\dot{x} + Kx = Bl i \quad (2)$$

$M$ : 움직이는 부분의 질량       $R$ : 전기적 저항  
 $R_m$ : 기계적 댐핑               $L$ : 코일의 인덕턴스  
 $K$ : 스프링 상수                 $Bl$ : 힘상수  
 $e$ : 입력 전압                     $i$ : 전류

스피커 다이어프램의 진폭이 조금 움직일 경우에는 각 요소 값들을 상수로 보아도 거의 오차가 없다. 그러나 진폭이 커질 경우에는 선형으로 볼 수 없고 비선형성을 나타내게 된다. 이때  $K$  와  $Bl$  이 비선형성에 가장 큰 영향을 미친다. 두 요소는 아래와 같이 다이어프램의 변위에 대한 2차식으로 근사할 수 있다[2].

$$K(x) = K_0 + K_1x + K_2x^2 \quad (3)$$

$$Bl(x) = Bl_0 + Bl_1x + Bl_2x^2 \quad (4)$$

이때  $K_1$ ,  $Bl_1$  은 주로 2차 고조파에 영향을 미치는 비대칭 성분이고  $K_2$ ,  $Bl_2$  은 주로 3차 고조파에 영향을 미치는 비대칭 성분이다[3]. 이와 같은 이유로 전압  $e$ , 전류  $i$ , 그리고 변위  $x$  는 다음과 같이 나타내어 질 수 있다.

$$e = \frac{1}{2}(E_1e^{j\omega t} + E_2e^{j2\omega t} + E_3e^{j3\omega t} + E_1^*e^{-j\omega t} + E_2^*e^{-j2\omega t} + E_3^*e^{-j3\omega t}) \quad (5)$$

$$i = \frac{1}{2}(I_1 e^{j\omega t} + I_2 e^{j2\omega t} + I_3 e^{j3\omega t} + I_1^* e^{-j\omega t} + I_2^* e^{-j2\omega t} + I_3^* e^{-j3\omega t}) \quad (6)$$

$$x = \frac{1}{2}(X_1 e^{j\omega t} + X_2 e^{j2\omega t} + X_3 e^{j3\omega t} + X_1^* e^{-j\omega t} + X_2^* e^{-j2\omega t} + X_3^* e^{-j3\omega t}) \quad (7)$$

식 (5)-(7)을 식 (1)과 (2)에 대입하고 하모닉 발란스 방법을 이용하면 다음을 얻을 수 있다.

$$Cp = D \quad (8)$$

이때 p, C, D는 다음과 같다.

$$p = \{L, R, m, R_m, K_0, K_1, K_2, B l_0, B l_1, B l_2\}^T \quad (9)$$

$$C = \begin{bmatrix} Re(A) \\ Im(A) \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} Re(B) \\ Im(B) \end{bmatrix} \quad (10)$$

이때 A, B 매트릭스는 각각의 각각의 각주파수  $\omega$ 에서 측정된 데이터로부터 구성될 수 있다[1]. 알아내고자 하는 미지의 벡터 p는 최소자승법(least square method)에 의해서 구해질 수 있다.

위와 같은 방법으로 삼미전자의 CW-300B60A 스피커를 모델링하였다. 모델링 된 결과는 그림 1에 나타낸다.

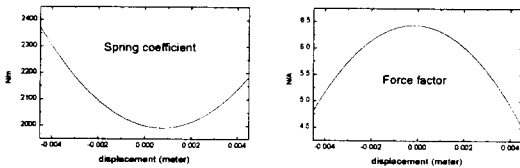


그림 1. 스피커 모델링 결과  
Fig. 1. Speaker modeling result

### 2.2. 앰프와 저주파 통과 필터의 모델링

스피커를 구동하기 위해서는 전류를 공급하기 위한 앰프를 사용해야 한다. 또 D/A 컨버터를 통해서 제어 신호를 발생 할 때 계단현상이 생기는데 이를 없애기 위한 저주파 통과 필터를 사용해야 한다. 이 두가지 요소를 제어 알고리즘에 포함시키기 위하여 모델링한다. 필터와 앰프는 선형 시스템으로 보고 ARMA( Auto Regressive Moving Average ) 모델을 사용하여 구한다.

저주파 통과 필터의 입력으로 랜덤 신호를 넣어주고 저주파 통과 필터의 출력을 앰프로 연결하고, 다채널 애널리저(Multi channel Analyzer)를 이용하여 저주파 통과 필터의 입력과 앰프의 출력을 동시에 샘플링 한다. 이때 샘플링은 10 kHz로 하였고 샘플링 갯수는 4000 개 이었다.

얻어진 데이터를 가지고 RLS(Recursive Least Square) 방법을 이용하여 ARMA 모델의 계수들을 알아내었다. 사용된 저주파 통과 필터는 OP amp 를 사용한 자작 회로를 사용하였으며 앰프는 Sansui A-M70 모델을 사용하였다.

ARMA 모델은 아래와 같이 일반적으로 나타낼 수 있다

$$Y(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{1 - A(z^{-1})} U(z^{-1}) \quad (11)$$

$$A(z^{-1}) = a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \quad (12)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n} \quad (13)$$

모델링 결과, 폴의 차수는 6 차이었고 제로의 차수는 4 차이었다. 폴과 제로의 위치를 그림 2에 나타낸다.

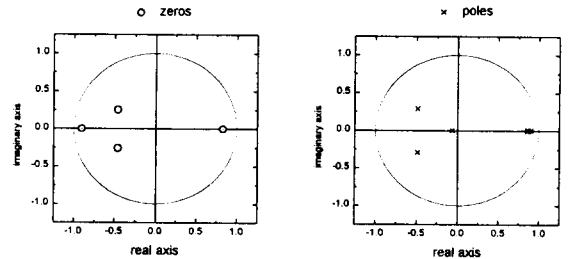


그림 2. 앰프와 저주파 통과 필터의 모델링 결과  
Fig. 2. Amp and Low Pass Filter modeling result

### 3. 제어기 설계

본 연구에서 사용하고자 하는 제어 알고리즘은 모델 추종 제어(Model following control)이다. 스피커의 비선형성을 최대한 줄이는 것이 목표이므로 스피커의 각 요소의 값들이 다이어그램의 변위에 따라 변하는 비선형 함수가 아니라 고정된 상수인 모델을 추종하도록 하는 것이 필요하다. 이것을 간단하게 블록선도로 나타내면 그림 3과 같다.

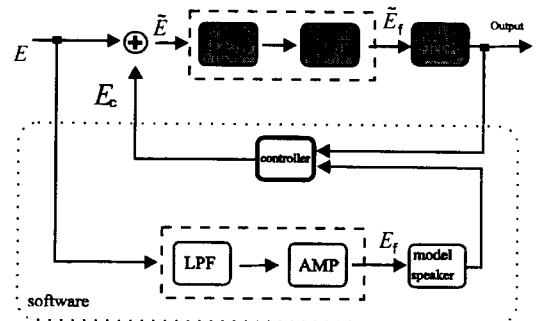


그림 3. 제어기의 구성도

Fig. 3. Block diagram of controller

기준 입력 E가 바로 저주파 통과 필터와 앰프를 거쳐서 스피커의 입력으로 들어간다면 스피커는 비선형 시스템이므로 비선형 고조파가 발생될 것이다. 그러므로 실제 스피커와 모델 스피커의 상태를 이용하여 제어기가 보상 입력을 만들어 내고 이 보상 입력을 기준 입력에 더해서 새로운 입력 E-tilde를 저주파 통과 필터와 앰프를 통과시켜 스피커에 가해준다.

#### 3.1 알고리즘 유도

가정 : 역기전력을 매 순간 측정하여 바로 보상해 주는데 시간 지연이 생기지 않는다고 가정한다. 역기전력을 보상해 주는 것은 한번의 샘플링 간격만큼 뒤쳐지게 되나 고려 대상인 스피커 구동 영역이 100 Hz 미만이므로 10 kHz로 샘플링한 경우 무시할 수 있다고 본다.

선형 모델 스피커의 기본 방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{x}_m + R_m\dot{x}_m + K_0x_m = Bl_0i_m \quad (14)$$

$$L\frac{di_m}{dt} + R_ei_m = E_f(t) \quad (15)$$

실제 스피커의 기본 방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{x} + R_m\dot{x} + K(x)x = Bl(x)\tilde{i} \quad (16)$$

$$L\frac{d\tilde{i}}{dt} + R_e\tilde{i} = \tilde{E}_f(t) \quad (17)$$

선형 모델 스피커는 실제 스피커가 추종하고자 하는 모델이 되는 스피커이다. 이 모델의 요소값들은 상수로 고정되어 있다.  $\tilde{E}$ 는 실제 스피커가 선형 모델 스피커와 거동이 같게 하기 위해 계산해 낸 제어 입력이고  $\tilde{E}_f$ 는  $\tilde{E}$ 가 저주파 통과 필터와 앰프를 통과한 후의 신호이다.  $E$ 는 기준 입력 전압( Reference input voltage)이며  $E_f$ 는  $E$ 가 저주파 통과 필터와 앰프를 통과한 후의 신호이다.

우리가 이상적으로 원하는 것은 실제 스피커가 모델로 잡은 선형스피커와 거동이 같게 하는 것이다. 즉  $x = x_m, \dot{x} = \dot{x}_m, \ddot{x} = \ddot{x}_m$ 가 되는 것이다. 이와 같은 생각을 바탕으로 식 (14)와 (16)의 변위, 속도, 가속도 모두 일치한다고 보고 식(16)에서 식 (14)를 빼주면 아래 식을 얻는다.

$$K(x)x - K_0x = Bl(x)\tilde{i} - Bl_0i_m \quad (18.1)$$

$$\Delta K(x)x = Bl(x)\tilde{i} - Bl_0i_m \quad (18.2)$$

여기서  $i_m$ 은 모델의 상태이므로 알고 있다.  $x$ 도 현재 변위이므로 정확히 안다고 하고 윗 식을  $\tilde{i}$ 에 대해 정리하면

$$\tilde{i} = \frac{\Delta K(x)x + Bl_0i_m}{Bl(x)} \quad (19)$$

을 얻는다. 여기서  $\Delta K(x) = K(x) - K_0$  이다. 식 (19)의  $\tilde{i}$ 를 (17)식에 대입하면  $\tilde{E}_f$ 를 구해 낼 수 있다.

$$L\frac{d\tilde{i}}{dt} + R_e\tilde{i} = \tilde{E}_f(t) \quad (20)$$

$\tilde{i}$ 는 매 스텝 계산하므로 이것의 미분은 쉽게 구할 수 있다. 가장 쉬운 방법으로서 Euler Method를 사용하면

$$\frac{d\tilde{i}}{dt} = \frac{\tilde{i}(k+1) - \tilde{i}(k)}{\Delta t} \quad (21)$$

가 된다. 여기서  $\Delta t$ 는 샘플링 시간이다.

계산된 제어 입력  $\tilde{E}_f$ 는 저주파 통과 필터와 앰프를 통과한 후의 신호이므로 아래 식을 만족한다.

$$\tilde{E}_f(k) = \sum_{i=0}^4 b_i \tilde{E}(k-i) + \sum_{i=1}^6 a_i \tilde{E}_f(k-i) \quad (22)$$

식 (22)를 direct inversion 하면  $\tilde{E}$ 를 구할 수 있다.

$$\tilde{E}(k) = \frac{1}{b_0} \left\{ \tilde{E}_f(k) - \sum_{i=1}^4 b_i \tilde{E}(k-i) - \sum_{i=1}^6 a_i \tilde{E}_f(k-i) \right\} \quad (23)$$

### 3.2 안정성 해석

앞 절에서 제안된 제어기의 안정성을 해석한다.

식 (16)에서 식 (14)를 빼주면 다음을 얻는다.

$$M\ddot{e} + R_m\dot{e} + K_0e + \Delta K(x) = Bl(x)\tilde{i} - Bl_0i_m \quad (24)$$

여기서  $e = x - x_m$ 으로 정의된 값이다.

윗 식에 식 (19)을 대입하면 아래와 같은 오차 방정식을 얻을 수 있다.

$$M\ddot{e} + R_m\dot{e} + K_0e = 0 \quad (25)$$

이 식의 특성 방정식의 근은 아래와 같다

$$\lambda = \frac{-R_m \pm \sqrt{R_m^2 - 4MK_0}}{2M} \quad (27)$$

오차가 점근적으로 0으로 수렴하기 위해서는 특성방정식의 근이 S 평면에서 왼쪽 반평면에 있어야 한다. 위에서 구한 근을 보면  $R_m$ 이 양수이면 항상 오차가 0으로 수렴함을 알 수 있다. 물리적으로  $R_m$ 은 항상 양수이므로 설계된 제어기의 오차는 항

상 0으로 수렴함을 알 수 있다. 오차가 0으로 수렴하는 모습을 그림 4에 나타낸다.

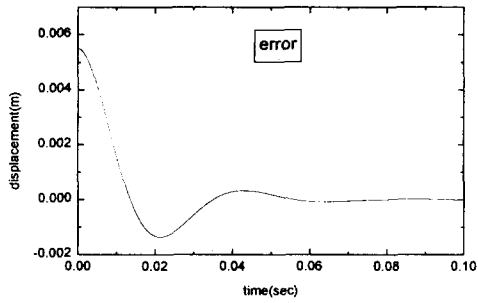


그림 4. 오차의 수렴경향  
Fig. 4. Error dynamics

#### 4. 모의 실험

앞에서 유도한 알고리즘을 사용하여서 제어를 행한 모의실험 결과를 그림 5에 보인다. 음압이 다이어프램의 가속도와 비례하므로 제어 전과 제어 후의 스피커 다이어프램의 가속도를 비교 하였다. 50 Hz 주파수에 대하여 모의 실험을 행하였다. 입력의 크기는 -5 ~ +5 V의 진폭을 갖는 사인파로 하였다.

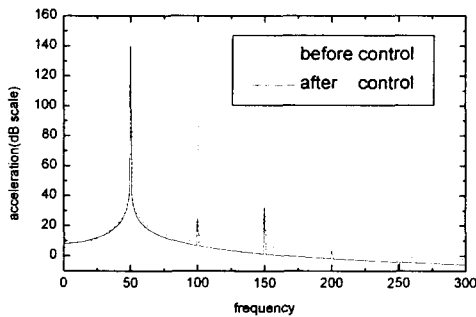


그림 5. 모의실험 결과 (50Hz sin 입력)  
Fig. 5. Simulation result (50Hz sin input)

위 그림을 보면 주 주파수(main frequency)는 크기가 그대로 유지 되면서 비선형 고조파 성분이 거의 다 줄어들었음을 알 수 있다.

실제로 스피커에 가해지는 신호는 많은 주파수 대역에 걸쳐 있다. 따라서 여러 주파수 성분이 들어왔을 때도 제어가 잘 되는지를 알아보기 위해서 모의 실험을 행하였다. 우리가 다루고 있는 주파수는 100Hz 미만의 저주파이므로 50Hz ~ 100Hz 대역 주파수를 입력으로 하여서 모의 실험을 행하였다. 입력의 크기는 각각 주파수 성분의 진폭이 0.4 V 씩 주었고 1Hz 간격으로 더해주었다. 모의 실험의 결과는 그림 6과 같다. 그림에서 보듯이 여러 주파수 성분이 더해진 입력이 들어가도 원래의 주파수 대역은 그대로 유지하면서 원치 않는 성분인 고조파 대역은 많이 줄어들고 있음을 볼 수 있다. 따라서 제어 알고리즘이 유용함을 알 수 있다.

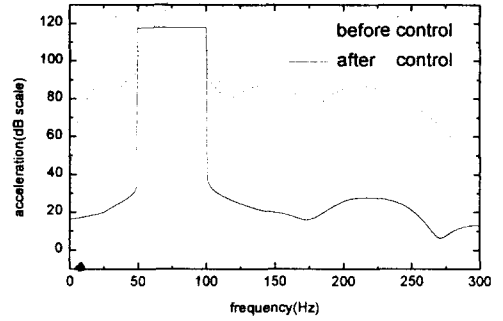


그림 6. 모의실험 결과 (50~100 Hz 입력)  
Fig. 6. Simulation result (50~100 Hz input)

#### 5. 결론

본 논문에서는 스피커의 비선형 고조파를 감소시킬 수 있는 제어가 제안되었다. 먼저 스피커를 정혁, 이정권[1]의 방법을 따라 모델링 하였고 앰프와 저주파 통과 필터를 ARMA 모델로 모델링 하였다. 모델링된 결과를 바탕으로 제어를 설계하였고 안정성을 해석하였다. 제안된 제어기를 이용하여 단일 주파수와 여러 주파수가 섞여 있는 경우에 모의 실험을 행하였다. 모의 실험 결과 비선형 고조파가 거의 줄어드는 것을 확인할 수 있었다. 모델의 오차가 있는 경우에 대하여 보완한다면 실용화 할 수 있을 것으로 기대된다.

#### 참고 문헌

- [1] 정혁, 이정권, "Harmonic Balance Method for Estimating the Nonlinear Parameters of Electrodynamic, Direct-radiator Loudspeakers", Journal of Audio Engineering Society, vol.44, pp.245-257(1996)
- [2] A. J. M. Kaizer, "Modeling of the Nonlinear Response of an Electrodynamic Loudspeaker by a Volterra Series Expansion," J. Audio Eng. Soc., vol. 35, pp421-433 (1987)
- [3] W. Klippel, "Dynamic Measurement and Interpretation of the Nonlinear Parameters of Electrodynamic Loudspeakers," J. Audio Engineering Society, vol.38, pp. 944 - 955 (1990)
- [4] J.R.Ashley and M.D.Swan, "Experimental Determination of Low-Frequency Loudspeaker Parameters ", Journal of Audio Engineering Society , vol.17, pp. 525-531(1969)
- [5] W.Klippel, "The Mirror Filter - A New Basis for Reducing Nonlinear Distortion and Equalizing Response in Woofer systems" , Journal of Audio Engineering Society, vol.40, pp.675-691(1992)
- [6] Fundamentals of Acoustics , L.E. Kinsler (1980)