

충돌 자세각 제한조건을 갖는 종단 유도를 위한 시변 편향 비례항법

Time-varying Biased Proportional Navigation for Terminal Guidance with Impact Attitude Angle Constraint

김병수, 이보형*, 한형석**, 이장규*, 이재명***, 김삼수***, 조현진***

*서울대학교 전기공학부 (Tel: 880-7317; Fax: 885-6620; E-mail: kbs@asrignc1.snu.ac.kr)

**순천향대학교 전기전자공학부 (Tel: 0418-530-1372; Fax: 0418-530-1373; E-mail: hhs630@asan.sch.ac.kr)

***국방과학연구소 (Tel: 0553-40-6319; Fax: 0553-42-3737)

Abstracts : The primary objective of guidance system is to generate suitable commands so that the pursuer comes closer to its target. It is necessary, however, in the guidance of a certain pursuer that the attitude angle at impact should be within a prescribed range in addition to specification on the miss distance. These guidance requirements can not be satisfied by the general guidance laws developed for miss distance minimization. Compared with the demand in many applications, the guidance laws dealing with impact attitude angle constraint are not easily found. In this paper, biased PNG laws are proposed to obtain the guidance purposes. By Lyapunov method, it is shown that the pursuer can intercept the target with a prescribed attitude angle under the assumption that the pursuer is sufficiently fast and the target maneuver is negligible. The simulation results are presented to demonstrate the performance of the suggested guidance laws.

Keywords : Biased PNG laws, Terminal Guidance, Impact angle constraint, Lyapunov approach, Perpendicular impact

기호의 정의

r, \dot{r}	: 상대거리와 상대거리 변화율
$\sigma, \dot{\sigma}$: 시선각과 시선각 변화율
$\gamma_m, \dot{\gamma}_t$: 유도체와 표적의 자세각
A_m, A_c	: 유도체의 가속도와 가속도 명령
V_m, V_t	: 유도체와 표적의 속력
N	: 항법 상수
θ_g	: 탐색기의 김볼각(gimbal angle)

1. 서 론

2 차대전 이후 유도무기 체계의 중요성에 대한 인식이 일반화되면서 호밍 유도 기법에 관한 연구가 활발히 진행되었다. 유도시스템의 주요한 목적은 유도체가 표적에 근접하도록 적절한 명령을 산출하는 것이다. 지금까지 연구된 유도법칙중에, 비례항법(Proportional Navigation)과 이의 변형이 가장 널리 이용되고 있다. 비례항법 유도법칙은 구현이 용이하고 명중가능 영역(Capturability Region)이 넓기 때문에 다양한 유도무기 체계에 사용된다[1].

전술한 바와 같이 일반적인 유도 시스템의 목적은 상대거리를 최소화시키는 것이다. 그러나, 특수한 상황에서 사용되는 유도체는 명중 순간의 유도체 자세각에 대한 제한조건이 부가되기도 한다. 궤도 재진입 항체의 경우, 재진입 시의 유도체 자세각이 중요한 유도목적이 된다. 또한, 비교적 크고 느린 표적을 공격하는 고속 유도체의 경우에도 명중 시의 자세각을 고려하여 유도하여야 한다. 이러한 유도체에는 경량화를 위하여 지향성 탄두가 장착된다. 지향성 탄두는 명중시의 유도체 자세각이

표적 진행방향에 수직이 될 때 효과적인 공격을 기대할 수 있다. 명중 시의 자세각 제한조건을 갖는 유도체의 경우에는 일반적인 유도법칙을 사용하여 요구되는 유도목적을 달성하기는 힘들다. 일례로, 표적이 기동하지 않는 경우 비례항법 유도법칙을 적용한 유도체의 명중 자세각은 발사 순간의 추적 상황에 의하여 결정되어 원하는 값으로 유지시킬 수 없다. 이상과 같은 적용분야가 있지만, 이러한 유도목적을 달성하기 위한 유도법칙에 대한 연구 결과는 많지 않다. 명중 순간의 자세각을 고려한 유도 기법에 대한 연구 결과는 [2, 3, 9]등이 있다. Kim 과 Grider 는 추적상황을 선형화하고 LQR 이론에 근거한 유도법칙을 제안 하였다[2]. Pastrick 과 York[3]의 결과는 [2]와 유사하며, Ryu 와 Cho[9]는 유도말기의 포화를 방지하여 유도 성능을 향상시키고자 하였다. 이들은 결과는 LQR 이론에 근거한 다른 유도법칙과 마찬가지로 유도체와 표적이 충돌경로 근처에 있다는 가정을 사용하였으며, 명중가능 영역에 대한 조건을 제시하지 못했다. 또한, 명중시간 추정이 정확한 경우에만 최적성이 보장된다. 그러나, 명중만을 고려한 유도법칙과는 달리 유도체의 자세각 제한조건을 가진 경우에는 유도체의 궤적이 곡선이 되므로 명중시간 추정이 부정확할 가능성이 크다.

본 논문에서는 명중시 유도체의 자세각을 고려한 유도 목적을 달성하기 위하여 시변 편향 비례항법을 제안한다. 편향 비례항법에 대한 연구결과는 [4-6]등에서 제시된 바 있다. 여기서의 편향 항은 주로 상수이며 표적가속도 혹은 탐색기의 잡음을 보정하기 위하여 도입된 것이다. Babu 등은 최근의 논문에서 표적 가속도를 보상을 위하여 전환(switching) 편향 기법을 사용하기도 하였다[6]. 본 논문에서 제안된 유도법칙의 성능을 분석하기 위하여 Lyapunov 방법이 사용되었다. 이 방법은 비선형 추

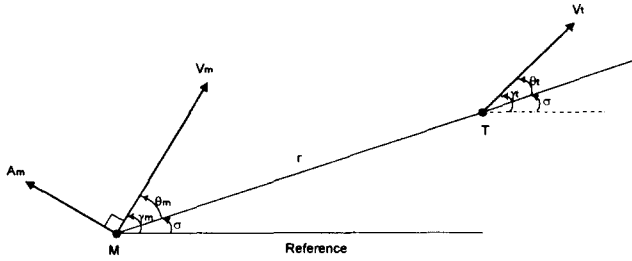


그림 1. 평면 추적 상황

Fig. 1. Pursuit geometry in a plane

적상황을 해석하는 데 유용하며 [7]등의 유도법칙 해석에 사용된 바 있다. Lyapunov 방법에 의하여 본 논문의 유도법칙은 대부분의 추적상황에서 유도체를 원하는 자세각으로 표적에 명중시킬 수 있음을 보인다. 지향성 탄두의 효과를 극대화 시키기 위한 수직 충돌 상황도 본 논문의 유도법칙으로 구현할 수 있다. 제한된 유도기법의 성능을 검증하기 위하여 시뮬레이션 결과가 예시된다.

2. 추적 상황 설정 및 가정

본 논문에서는 평면 추적상황을 고려한다. 전체적인 해석을 편리하게 하기 위하여 다음의 일반적인 가정을 도입한다.

- A1) 유도체와 표적은 평면 운동하는 질량 점이다.
- A2) 유도시스템의 동특성에 비하여 자동조종장치와 탐색기는 충분히 빠르다.
- A3) 유도체의 공격각(angle of attack)은 작다.
- A4) 유도체와 표적의 속력은 일정하다.

이상의 가정은 유도 시스템의 성능해석에서 많이 사용되는 가정이다. 자세각 제한조건을 고려한 유도상황은 표적의 기동에 비하여 유도체의 기동능력이 매우 우수한 경우이므로 다음을 가정할 수 있다.

- A5) $V_m > V_t$
- A6) 표적의 회피기동은 무시할 수 있다.

이상의 가정 하에서 그림 1의 평면 추적상황은 다음의 비선형 미분방정식으로 표현된다.

$$\dot{\gamma}_t = 0 \quad (1)$$

$$\dot{\gamma}_m = A_m/V_m = A_c/V_m \quad (2)$$

$$\dot{r} = V_m(\rho \cos \theta_t - \cos \theta_m) \quad (3)$$

$$r\dot{\sigma} = V_m(\rho \sin \theta_t - \sin \theta_m) \quad (4)$$

식에서, θ_t , θ_m 와 ρ 는 다음과 같다.

$$\theta_t = \gamma_t - \sigma, \quad \theta_m = \gamma_m - \sigma, \quad \rho = V_t/V_m. \quad (5)$$

γ_d 를 명중순간 유도체가 유지해야 할 자세각이라고 하고 σ_d 를 다음 삼각 방정식의 해라고 하자.

$$\rho \sin(\gamma_t - \sigma) - \sin(\gamma_d - \sigma) = 0 \quad (6)$$

$$|\gamma_d - \sigma| \leq \sin^{-1}(\rho) \quad (7)$$

그러면 다음의 성질이 성립함을 알 수 있다.

성질 : 위 식의 해 σ_d 는 항상 존재하고 유일하다.

이 성질에 의하여 명중 자세각 제한조건은 시선각 제한조건으로 변환할 수 있다. 본 논문에서 제안된 유도법칙은 자세각 제한조건 대신 시선각 제한조건을 사용하게 된다.

3. 시변 편향 비례항법 유도법칙의 성능 분석

비례항법 유도법칙은 적용되는 가속도 명령의 방향에 따라 순 비례항법(Pure Proportional Navigation)과 진 비례항법(True Proportional Navigation)으로 구분할 수 있다[8]. 본 논문에서 제안된 유도법칙은 순 비례항법의 변형으로서 시변 편향항이 부가된 형태이며 다음과 같이 표현된다.

$$A_c(t) = NV_m(\dot{\sigma}(t) - \dot{\sigma}_b(t)) \quad (8)$$

식에서, A_c 는 유도체 진행방향에 수직인 가속도 명령을 나타낸다. 시변 편향 값 $\dot{\sigma}_b$ 는 다음의 정리에서 정의된다.

정리 1 : A1)-A6)가 성립한다고 가정하고, A7) 유도체와 표적의 초기 추적 상황이 다음을 만족한다고 하자.

$$\sqrt{(\rho \sin \theta_t(0) - \sin \theta_m(0))^2 + (\sigma_d - \sigma(0))^2} < \beta \quad (9)$$

$$|\theta_m(0)| < \pi/2 \quad (10)$$

식에서 β 는 상수이며, $\beta \in (0, 1 - \rho)$ 이다. A8) 비례항법 상수 N 은 (11)을 만족한다.

$$N > 1 + \frac{\rho}{\sqrt{1 - (\rho + \beta)^2}} \quad (11)$$

A9) 시변 편향 $\dot{\sigma}_b(t)$ 는 (12)로 주어진다.

$$\dot{\sigma}_b(t) = \begin{cases} \frac{V_m(\sigma_d - \sigma(t))}{Nr(t)\cos\theta_m(t)} & \text{if } r(t)\cos\theta_m(t) \neq 0 \\ 0 & \text{if } r(t)\cos\theta_m(t) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

이상의 가정하에서, (8)의 유도법칙은 임의의 $\epsilon > 0$ 에 대하여 다음을 만족하는 유한시간 t_f 의 존재성을 보장한다.

$$|\theta_m(t)| < \sin^{-1}(\rho + \beta), \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (13)$$

$$r(t) > 0, \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (14)$$

$$r(t_f) < \epsilon \quad (15)$$

$$|\gamma_m(t_f) - \gamma_d| < \epsilon. \quad (16)$$

비례항법 상수의 하한(lower bound)를 나타내는 (11)은 [7]의 결과와 유사하다. 이것은 [7]의 접근방식과 본 논문의 성능해석 방법이 비슷하기 때문이다. 명중뿐 아니라 자세각을 고려하기 위해서는 부가적인 조건이 필요하므로 초기 추적상황에 대한 제한조건 (9)는 [7]에서의 조건에 비하여 더욱 제한적이다. 시변 편향 (12)는 명중 자세각을 고려한 유도에서 핵심적인 역할을 한다. 이 항이 0 이면 명중시의 시선각과 유도체 자세각은 초기 추적 상황에 의하여 일정한 값으로 고정되며, 시선각은 발사에서 명중시까지 단조적으로 고정된 값에 수렴한다. 시변 편향 (12)를 계산 하는데 필요한 측정치들은 [2]의 유도법칙이 구현에 필요한 것과 비슷하다. 시선각 변화율과 상대거리는 능동형 탐색기의 출력이므로 측정가능하고 $\theta_m(t)$ 는 탐색기의 김볼각 θ_s 으로 근사할 수 있다. 그리고 유도체는 자세각 측정을 위해

여 자이로를 장착해야 한다. 따라서, 본 논문의 유도법칙을 구현하기 위하여 부가적인 센서가 필요없으며, 능동형 탐색기와 자이로만으로 필요한 모든 정보를 취득할 수 있다. 정리 1의 (15)와 (16)은 유도목적이 달성되는 시간이 항상 존재함을 의미한다. 즉, (8)의 유도명령을 사용하면 유한시간 내에 상대거리와 자세각 오차가 충분히 작아지게 할 수 있다. 본 논문에서 생략된 정리 1의 증명과정에서 (15)와 (16)은 다음과 같이 변경될 수 있음을 알 수 있다. 다음을 만족하는 유한시간 t_f' 는 시선각이 무한히 진동하는 경우를 제외하면 항상 존재한다.

$$\lim_{t \rightarrow t_f'} r(t) = 0 \text{ and } \lim_{t \rightarrow t_f'} |\gamma_m(t_f) - \gamma_d| = 0.$$

시선각이 무한히 진동하는 경우는 물리적으로 일어날 수 없는 경우이므로 실질적으로 모든 경우에 위 식을 만족하는 유한시간 t_f' 가 존재한다고 할 수 있다.

명중 자세각을 고려한 유도 기법에 대한 이전의 연구결과는 명중 조건을 제시하지 못하는 단점이 있다[2, 3, 9]. 따라서, 명중 가능 영역은 시뮬레이션을 통한 시행착오적 방법으로 계산해야 한다. 그러나, 정리 1에서는 해석적으로 명중 가능 영역을 산출할 수 있다. 명중 조건 (9)에 의하면 유도체의 초기 자세 오차, 명중시 요구되는 자세각과 발사 시의 자세각이 작은 경우에 유도 목적이 달성될 수 있음을 알 수 있다. 이 사실은 기존의 연구에서 시뮬레이션을 통하여 얻어진 명중 영역의 형태를 설명할 수 있다. 또한, [2]에서 사용된 시뮬레이션 초기 조건은 (9)를 만족하게 된다. 즉, [2]에서 $\rho = 1/500$, $\sigma(0) = 45^\circ$, $\gamma_m(0) = 45^\circ$, $\gamma_d = 90^\circ$ and $\sigma_d = 90.1^\circ$ 이므로

$$\sqrt{(\rho \sin \theta_f(0) - \sin \theta_m(0))^2 + (\sigma_d - \sigma(0))^2} = 0.7874 < 1 - \rho = 0.998$$

가 성립하고, (9)를 만족한다.

본 논문에서 제안된 유도법칙은 자세각의 제한조건 대신 시선각의 제한조건을 사용하므로, (6)과 (7)의 삼각 방정식을 푸는 과정이 필요하다. 그러나, 명중 자세각을 고려한 유도법칙이 사용되는 대부분의 응용분야에서는 수직 충돌을 위한 유도 궤적이 요구된다. 이 경우에는 (6), (7)의 해 σ_d 는 γ_d 로 표현되므로 삼각방정식을 풀 필요가 없다. 다음의 따름정리는 이와같은 상황을 설명한다.

따름정리 1: σ_d 가 다음과 같이 정의된다고 하자.

$$\sigma_d = \gamma_i \pm (\pi - \tan^{-1}(\rho^{-1})) \quad (17)$$

정리 1의 모든 가정이 만족되면, (8)의 유도명령에 의하여 임의의 $\varepsilon > 0$ 에 대하여 다음을 만족하는 유한 시간 t_f 가 항상 존재한다.

$$0 < r(t_f) < \varepsilon, \quad |\gamma_m(t_f) - (\gamma_i \pm \pi/2)| < \varepsilon \quad (18)$$

비례항법 유도의 성능분석 결과에 의하면 (9)에서 제시한 명중 가능 영역은 상당히 제한적일 수 있다[1, 7]. 즉, 실제 상황에서는 (9)의 조건을 만족하지 못하는 경우가 많다. 그러나, (9)의 조건이 만족되지 않더라도 원하는 유도목적은 달성할 수 있으

며 이러한 상황은 다음의 정리 2에서 제시된다.

정리 2: A1)-A6)가 성립한다고 가정하고, A7) 유도체와 표적의 초기 추적 상황이 다음을 만족한다고 하자.

$$|\theta_m(t)| < \theta_s, t \geq 0 \quad (19)$$

식에서 θ_s 는 상수이며, $\theta_s \in (0, \cos^{-1} \rho)$ 이다. A8') 비례항법 상수 N 은 (20)을 만족한다.

$$N > 1 + \frac{\rho}{\cos(\theta_m(t))}. \quad (20)$$

A9') 시변 편향 $\dot{\sigma}_b(t)$ 는 (21)로 주어진다.

$$\dot{\sigma}_b(t) = \begin{cases} \frac{V_m(\sigma_d - \sigma(t))}{Nr(t)\cos\theta_m(t)} & \text{if } r(t) \neq 0 \\ 0 & \text{if } r(t) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

이상의 가정하에서, (8)의 유도법칙은 임의의 $\varepsilon > 0$ 에 대하여 다음을 만족하는 유한시간 t_f 의 존재성을 보장한다.

$$r(t) > 0, \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (22)$$

$$r(t_f) < \varepsilon \quad (23)$$

$$|\gamma_m(t_f) - \gamma_d| < \varepsilon. \quad (24)$$

정리 2를 이용하여 수직 충돌을 위한 유도명령을 계산할 수 있으며 그 결과는 따름정리 2와 같다.

따름정리 2: σ_d 가 다음과 같이 정의된다고 하자.

$$\sigma_d = \gamma_i \pm (\pi - \tan^{-1}(\rho^{-1})) \quad (25)$$

정리 2의 모든 가정이 만족되면, (8)의 유도명령에 의하여 임의의 $\varepsilon > 0$ 에 대하여 다음을 만족하는 유한 시간 t_f 가 항상 존재한다.

$$0 < r(t_f) < \varepsilon, \quad |\gamma_m(t_f) - (\gamma_i \pm \pi/2)| < \varepsilon \quad (26)$$

정리 2에서 (19)의 물리적 의미를 살펴보자. 전술한 바와 같이 명중 자세각을 고려한 유도법칙은 표적에 비해 유도체가 충분히 빠른 경우에 사용된다. 예를들어, [2]의 추적상황에서는 $\rho = 0.002$ 로 가정하였다. 따라서, 유도체가 표적에 비해 두 배 이상 빠르다고 가정하는 것은 타당하다. 즉, $\rho \leq 1/2$ 를 가정할 수 있다. 반면에 탐색기는 그 물리적 한계에 의하여, 탐지 가능 영역은 일반적으로 60° 보다 커질 수 없다. 이러한 측면을 고려하면 (19)가 만족되지 않는다면 표적이 탐색기의 감지범위 내에 존재하지 않는다. 따라서, 정리 2에 의하여 유도체가 표적을 추적할 수 있다면 (8)의 유도명령에 의하여 유도체는 원하는 각도로 표적에 명중된다고 할 수 있다. 다음 절에서는 시뮬레이션 결과가 제시된다. 제안된 유도법칙의 성능분석과 비례항법 상수의 선정에 필요한 고려사항을 설명한다.

4. 시뮬레이션 결과

3 절에서 제안된 유도법칙은 자동조종장치와 탐색기의 동특성을 무시하였고, 표적 정보의 취득에 필요한 추적 필터의 성능도 완전하다고 가정하였다. 그러나, 실제 시스템은 계산 시간

및 동특성에 의한 시간 지연이 생기므로 유도법칙의 성능이 저하될 가능성이 있다. 본 논문에서는 이와 같은 요인을 고려하여 다음과 같은 모델을 설정한다.

○ 자동조종장치 : $\frac{100}{s^2 + 16s + 100}$

○ 탐색기 : $\frac{1}{0.1s + 1}$

○ 추적필터 : $\frac{1}{0.1s + 1}$

탐색기의 출력은 시선각 변화율, 상대거리, 김볼각이며 추적필터에서 표적 진행방향각이 출력된다. 유도체의 자세각은 항법장치를 이용하여 얻을 수 있으며, 항법장치는 상대적으로 시간 지연이 적으므로 동특성을 무시하였다. 유도체가 표적에 아주 가까이 근접하면 탐색기의 특성에 의하여 표적에 대한 정확한 정보를 얻을 수 없다. 따라서, 유도법칙의 성능을 검증하기 위해서는 이러한 사실을 반영하여야 한다. 본 논문에서는 표적 정보 취득이 가능한 최소 상대거리를 100m 라고 가정하고 상대거리가 이보다 근접하면 유도명령을 0 으로 고정하였다. 명중자세각을 고려한 유도체는 일반적으로 고기동성을 갖추고 있으나, 그 가속도는 일정한 값으로 제한된다. 시뮬레이션에서는 유도체의 최대 가속도를 30g 로 제한하였다. 유도체와 표적의 속도 그리고 초기 시선각과 초기 상대거리는 다음과 같이 설정한다.

$$V_m = 450 \text{ m/sec}, V_t = 30 \text{ m/sec}, \alpha(0) = 30^\circ, r(0) = 2000 \text{ m}$$

정리 1 과 정리 2 및 (8)로 주어지는 유도명령은 항법상수 N 이 커질 경우 비례항법 유도명령과 유사해지므로 표적 추적 능력은 증가한다. 즉, 초기 추적 상황에 관계없이 명중이 보장된다. 그러나, 유도 말기에 요구되는 가속도가 매우 증가하여 실제로 구현이 불가능한 경우가 발생한다. 반면에 항법상수를 작게 하면 초기 추적 상황에 따라 정리 2 의 (19)를 만족하지 못하여 표적 추적에 실패할 수 있다. 이러한 사실을 고려하여 항법상수는 적절히 선정되어야 한다. 유도 초기의 추적 능력과 유도말기의 가속도 포화를 방지하기 위해서는 유도초기에는 비교적 큰 항법상수를 사용하고 유도말기에는 항법상수를 감소시키는 방법을 생각할 수 있다. 따라서, 항법상수 N 을 다음과 같이 결정한다.

$$N = N' + \frac{\rho + \alpha V_m r(t)/2}{\cos[\theta_m(t)]} \quad (27)$$

식에서, N' 은 1 보다 큰 상수이며, α 는 임의의 양수이다. 위

표 1. 시뮬레이션 결과

Table 1. Simulation results

	명중시간	miss distance(m)	angle error(deg)
$\gamma_t = 15^\circ$	5.621	8.5409	1.1211
$\gamma_t = 0^\circ$	5.273	1.7555	2.3164
$\gamma_t = -15^\circ$	5.026	1.6308	2.1565
$\gamma_t = -30^\circ$	4.834	0.9939	1.3910
$\gamma_t = -45^\circ$	4.681	0.2946	0.0702
$\gamma_t = -60^\circ$	4.560	1.7247	1.5874
$\gamma_t = -75^\circ$	4.472	3.3572	3.2700
$\gamma_t = -90^\circ$	4.418	11.5959	8.0937

$$(N' = 2.9, \alpha = 0.1, \gamma_m(0) = 0^\circ, \gamma_d = \gamma_t + 90^\circ)$$

의 항법상수는 정리 2 의 A8')을 만족한다. 이상의 상황에서 표적의 진행방향에 따른 시뮬레이션 결과를 나타낸 것이 표 1 이다.

5. 결 론

본 논문에서는 명중 자세각 제한 조건을 갖는 종단경로 유도를 위한 편향 시변 비례항법을 제안하였다. 이 유도법칙은 종래의 유도법칙에 필요한 명중시간 추정이 불필요하며, 구현에 필요한 측정치들은 기존의 결과와 유사하다. Lyapunov 방법을 이용하여 비선형 추적상황을 해석하였으며, 이를 통하여 명중 가능 영역에 대한 조건을 제시하였다. 본 논문의 유도법칙은 실제 전술적 상황에서 많이 이용되는 수직 충돌을 위한 유도법칙으로 사용될 수 있음을 확인하였다. 이 유도법칙을 적용하면 표적이 유도체의 감지범위 내에 존재하는 경우 항상 원하는 각도로 유도체를 표적에 명중시킬 수 있음을 보였다. 시뮬레이션을 통하여 제안된 유도법칙의 성능을 분석하였다. 시뮬레이션 결과, 유도체의 가속도 제한으로 인하여 유도 성능이 저하될 수 있으며, 이를 방지하기 위해서는 유도체의 기동성이 뛰어나야 하며, 적절한 중간경로 유도가 필요함을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] S. N. Ghawghawe and D. Ghose, "Pure proportional navigation against time-varying target maneuvers," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, to appear, 1996.
- [2] M. Kim and K. V. Grider, "Terminal guidance for impact attitude angle constrained flight trajectories," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 9, pp. 852-859, 1973.
- [3] R. J. York and H. L. Pastrick, "Optimal terminal guidance with constraints at final time," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 14, pp. 381-382, 1977.
- [4] U. S. Shukla and P. R. Mahapatra, "Optimization of biased proportional navigation," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 25, pp. 73-81, 1989.
- [5] P. J. Yuan and J. S. Chern, "Analytic study of biased proportional navigation," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 15, pp. 185-190, 1992.
- [6] K. R. Babu, I. G. Sarma and K. N. Swamy, "Switched bias proportional navigation for homing guidance against highly maneuvering targets," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 17, pp. 1357-1363, 1994.
- [7] I. J. Ha, J. S. Hur, M. S. Ko and T. L. Song, "Performance analysis of PNG laws for randomly maneuvering targets," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, pp. 713-721, 1990.
- [8] U. S. Shukla and P. R. Mahapatra, "The proportional navigation dilemma-pure or true?," *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, pp. 382-392, 1990.
- [9] 류창경, 조항주, "표적충돌각과 최대가속도 제한을 고려한 최적유도기법," 한국자동제어학술대회논문집, 서울, pp. 601-606, 1992.