

간접 적응 제어 기법을 이용한 이산치 혼돈 시스템의 제어

Control of Discrete-Time Chaotic Systems Using Indirect Adaptive Control

박광성, 주진만*, 박진배*, 최윤호**, 윤태성***

*연세대학교 전기공학과 (Tel : (02)361-2773; FAX : (02)392-4230; E-mail : jbpark@bubble.yonsei.ac.kr)
**경기대학교 전자공학과 (Tel : (0331)40-7826; FAX : (0331)44-6300; E-mail : yhchoi@kuic.kyonggi.ac.kr)
***창원대학교 전기공학과 (Tel : (0551)79-7513; FAX : (0551)66-1449; E-mail : tsoon@sarim.changwon.ac.kr)

Abstract In this study, a controller design method is proposed for controlling the discrete-time chaotic systems efficiently. Our proposed control method is based on Generalized Predictive Control and uses NARMAX models as a controlled model. In order to evaluate the performance of our proposed controller design method, a proposed controller is applied to Henon system which is a discrete-time chaotic system, and then the control performance of the proposed controller are compared with those of the previous model-based controllers through computer simulations. Through simulations, it is shown that the control performance of the proposed controller is superior to that of the conventional model-based controller.

Keywords Chaos Control, Generalized Predictive Control, Model-Based Control, NARMAX Model

1. 서론

혼돈(chaos) 현상은 시스템내의 상태 변수들이 비선형 결정론적 규칙에 지배되는 현상으로 특히 초기치에 매우 민감한 성질을 가지며 외부적으로 예측 불가능하고 불규칙한 동태를 보인다. 이와 같은 혼돈 현상을 분석, 식별하는 연구를 통해 지금까지 예측 불가능한 외란이나 잡음으로 간주되던 신호들이 혼돈 특성을 갖는 신호로 밝혀졌으며[1], 이와 같은 혼돈 신호들은 시스템의 안정적 동작을 저해하므로 안정된 시스템 동작을 위해 혼돈 현상의 제거 및 억제를 위한 혼돈 제어 방법에 관한 연구들이 현재 활발히 진행되고 있다[2]-[4].

기존의 혼돈 제어 방법들은 특정한 혼돈 시스템의 제어에 만족스러운 제어를 수행하나 혼돈 시스템에 대한 주기 운동이나 평형 상태로의 수렴이 연구자의 직관 및 경험적인 측면에 의해 도출되어 제어 이론의 해석과 합성등에 어려움이 있으며, 시스템의 정확한 모델이나 비선형 방정식을 필요로 하므로 제어 방법의 실제 적용 가능성에 문제점이 있다.

혼돈 시스템을 위한 제어 방법의 하나로서 Qammar와 Mossayebi에 의해 제안된 모델 기준 제어(model-based control)[5]는 시스템 입·출력에 대한 NARMAX(Nonlinear AutoRegressive Moving Average models with eXogenous inputs) 모델[6]을 사용하여 간접 적응 제어를 구성하는 제어 방법으로 이산치 혼돈 시스템인 Henon 시스템에 적용하여 평형 상태로 수렴이 가능함을 보였다. 기존의 모델 기준 제어에 사용된 OSA(One-Step-Ahead) 제어기[7]는 혼돈 비선형 시스템에 대해 간단하게 제어기를 구성할 수 있으나, 혼돈 시스템이 갖는 초기치 민감성과 경험적으로 정의된 제한 이득값에 따라 제어 성능이 크게 영향 받는 단점을 가지고 있다.

대표적인 적응 제어 기법인 일반형 예측 제어(Generalized Predictive Control : GPC)[8]는 미래치를 포함한 시스템의 예측 방정식을 구성을 통한 제어 법칙을 유도하는 다 단계 예측 제어 방법으로 기존의 선형 제어 이론으로 해결키 어려웠던 비최소

위상(nonminimum phase) 및 데드비트(dead-beat)를 갖는 선형 시스템등에서 강한 제어 성능을 가진다.

본 논문에서는 이산치 혼돈 시스템의 효율적인 제어를 위해 제어 대상 모델로 NARMAX 모델중 선형 모델을 선정하고 일반형 예측 제어 기법에 기초한 제어기 설계 방법을 제안하고자 한다. 아울러 시뮬레이션을 통해 기존의 모델 기준 제어기와 비교함으로써 본 논문에서 제안된 제어기의 성능을 고찰하고자 한다.

2. 이산치 혼돈 시스템

현재 알려진 대표적인 이산치 혼돈 시스템으로는 Henon 맵(map)과 Lozi 시스템등이 있다. 이들중 Henon 맵은 대표적인 연속치 혼돈 시스템인 Lorenz 시스템의 혼돈 특성을 나타내기 위해 Henon에 의해 제안되었으며[9], 혼돈 시스템의 고유 특성인 초기치 민감성(initial value sensitivity)과 스트레인지 어트랙터(strange attractor) 특성을 갖는다. 식 (1)은 상태 변수로 표현한 Henon 맵의 상태 방정식이다.

$$\begin{aligned}x_1(t+1) &= a(1.0 - x_1(t)^2) + bx_2(t) \\x_2(t+1) &= x_1(t)\end{aligned}\quad (1)$$

여기서 $a = 1.3, b = 0.05$ 이다.

한편 스트레인지 어트랙터는 위상 평면상에서 혼돈 시스템의 상태 변수들의 궤적들을 추적할 때 개개의 궤적이 전체 궤적을 닮지만 동일하지 않는 프랙탈(fractal)한 특성을 갖는 궤적들의 집합을 의미한다.

그림 1은 Henon 시스템의 전형적인 스트레인지 어트랙터를 나타낸 것이다.

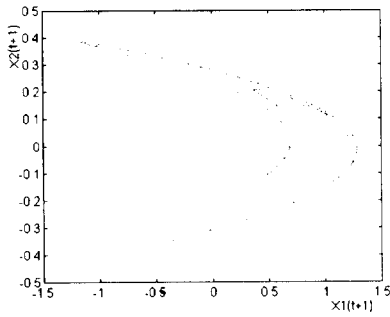


그림 1. Henon 시스템의 스트레인지 어트랙터
Fig. 1. Strange attractor of Henon system

한편 혼돈 시스템에 대한 제어 목적은 어트랙터내의 초기치에서 시작한 혼돈 시스템을 어트랙터내의 불안정한 평형점이나 제한 주기(limit cycle)로 시스템이 수렴하도록 하는 것으로 결정론적 비선형 법칙에 지배되는 혼돈 시스템은 초기치에 따라 혼돈 특성이 크게 영향 받기 때문에 초기치의 선정은 혼돈 시스템의 제어에 큰 영향을 미친다.

3. 이산치 혼돈 시스템을 위한 간접 적응 제어

모델 기준 제어는 외란과 시스템 동태상의 변화에 대해 적응적으로 대처할 수 있는 간접 적응 제어기의 장점을 이용하여 이산치 혼돈 시스템에 대한 비선형 플랜트 모델을 정의하고 정의된 모델을 통해 제어기를 구성하는 제어 방법으로 제어 대상이 되는 혼돈 시스템에 포함되어 있는 복잡한 비선형성을 별도로 고려할 필요가 없는 장점을 가진 반면, 기존의 모델 기준 제어에 사용된 OSA 제어 법칙은 효율적인 제어 입력값을 유도하기 어려워 다양한 혼돈 시스템에 적용하기 어려운 단점이 있다.

그림 2는 본 논문에서 사용한 모델 기준 제어기의 구조이다.

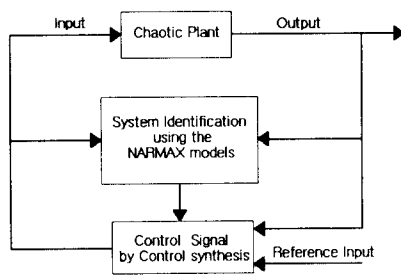


그림 2. 모델 기준 제어기의 블록 선도
Fig. 2. Block diagram of model-based controller

한편, 일반형 예측 제어는 기존의 선형 제어에서 우수한 제어 결과를 보였으며 시변 시스템에 대해서도 적용 가능하다[10]. 그러나 기존의 일반형 예측 제어를 모델 기준 제어에 적용하여 이산치 혼돈 시스템을 제어하기 위해서는 혼돈 시스템의 비선형 특성을 갖는 제어대상 플랜트 모델을 고려한 미래 예측 방정식의 구성이 필요하다. 따라서 본 논문에서는 선형 형태의 L_n 모델이 갖는 혼돈 시스템의 가제어성을 이용한 이산치 혼돈 시스템에 대한 예측 제어 방법을 제안한다.

3.1 제어 대상 NARMAX 모델

이산치 혼돈 시스템을 초기치에 매우 민감한 비선형 시스템으로서, 식 (2)와 같은 일반적인 비선형 시스템에 대한 모델식으로 표현할 수 있다.

$$y_{t+1} = F^\eta[y_t, \dots, y_{t-\eta}, u_{t-d}, \dots, u_{t-d-\eta_u-1}] \equiv F^\eta[V_1, \dots, V_s] \quad (2)$$

여기서 a 는 프로세스 지연 상수이며 η 는 비선형도를 의미하며 η_y 는 출력 지연도이며 η_u 는 입력 지연도이고 s 는 $\eta_u + \eta_y$ 이다.

식 (2)의 비선형 시스템 시스템을 모델링하기 위해 Leontaris와 Billings에 의해 제안된 NARMAX 모델[7]은 일반화된 비선형 시스템 모델로서 기존의 모델 기준 제어에서는 식 (3)와 같은 NARMAX 모델을 이산치 혼돈 시스템을 위한 비선형 시스템 모델로 고려한다.

$$y_{t+1} = \sum_{i=1}^n c_i V_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} V_i V_j + \dots + \sum_{i=1}^n \dots \sum_{m=1}^n \sum_{n=p}^p c_{i\dots mn} V_i \dots V_m V_n \quad (3)$$

식 (3)의 시스템 모델에서 각각의 파라미터들은 선형 관계가 있으며, 식 (4)로 표현될 수 있다.

$$y_{t+1} = \phi_t^T \theta_t \quad (4)$$

여기서 θ_t 는 파라미터 $c_{i\dots mn}$ 의 벡터이며, ϕ_t 는 과거 입력값과 출력값들에 대한 함수들의 벡터이다. 편의상 제어 입력 u_t 의 상수값은 1로 하며 차수 역시 1로 한다.

기존의 모델 기준 제어에서 사용한 NARMAX 모델은 자승과 삼승의 고차식으로 모델링할수록 예측 오차는 감소하지만 복잡한 비선형 요소를 포함하고 있기 때문에 전통적 선형 제어 기법을 적용하기 어려우며 초기치에 민감한 혼돈 시스템의 영향을 크게 받는 성질을 갖고 있다.

반면에 식 (5)와 같은 L_n 모델은 선형 제어 기법을 적용하기 용이한 외란 요소를 포함한 선형 방정식으로 나타낼 수 있는 장점을 가지며 기존의 모델 기준 제어에서 간단한 L_1 모델을 이용하여 Henon 시스템을 제어할 수 있음을 Qammar가 실험을 통해 확인하였다[5].

$$L_n \text{ 모델} : y_{t+1} = \sum_{i=1}^n c_i y_{t-i} + c_{n+1} + u_t \quad (5)$$

따라서 본 논문에서는 제어공학적인 관점에서 이산치 혼돈 시스템에 대한 제어 대상 모델로 식 (5)와 같은 L_n 모델을 선정한다.

모델 기준 제어에서는 선정된 NARMAX 모델을 이용하여 이산치 혼돈 시스템을 동정하기 위해 전통적인 시스템 동정 방법인 다음과 같은 가중치를 갖는 순환 최소 자승법[7]을 이용한다.

$$\theta_{t+1} = \theta_t + \frac{P_t \phi_t (y_{t+1} - \phi_t^T \theta_t)}{w + \phi_t^T P_t \phi_t} \\ P_{t+1} = \frac{1}{w} \left(P_t - \frac{P_t \phi_t \phi_t^T P_t}{w + \phi_t^T P_t \phi_t} \right) \quad (6)$$

여기서 P 는 공분산(covariance) 행렬이며 w 는 0과 1사이의 망각(forgetting) 상수이다.

모델 기준 제어에서 순환 최소 자승법을 통해 혼돈 비선형 시스템을 동정할 때 출력값이 원하는 기준 입력 상태에 도달하면 공분산 행렬 P_k 의 급격한 증가로 인해 시스템이 불안정해지는 wind-up 현상이 발생하게 되며, 이 현상은 비선형 시스템의 실제 출력값과 비선형 모델의 예측 출력값사이의 예측 오차로 인해 발생한다. 본 논문에서는 이에 대한 해결 방법으로서 시스템의 예측 오차가 일정 범위내에 들면 파라미터 값을 갱신하지 않는 방법을 사용하여 불안정성을 제거한다.

3.2 예측 방정식의 구성

이산치 혼돈 시스템에 대한 모델 기준 제어에서는 NARMAX 모델의 각 요소는 제어 대상인 이산치 혼돈 시스템에 대한 정보를 갖고 있는 중요한 요소이기 때문에 이를 고려한 예측 방정식의 구성이 필요하다.

따라서 본 논문에서는 예측된 NARMAX 모델의 파라미터 값을 이용하여 미래 모델식을 구성하고 이를 순환적 방법을 통해 예측 방정식을 유도한다. 이와 같은 예측 방정식의 유도 과정은 식 (7)과 같은 L_1 모델을 이용하여 서술하자.

$$y_t = c_1 y_{t-1} + c_2 + u_{t-1} \quad (7)$$

식 (7)의 1 단계 예측 방정식을 구하여 제어 입력 u_t 와 다른 요소를 분리하면 식 (8)와 같이 나타낼 수 있다.

$$y_{t+1|t} = h_1 u_t + V_1 \quad (8)$$

여기서 h_1 는 1이며 V_1 는 $c_1 y_t + c_2$ 이다.

다음으로 식 (8)을 순환적으로 사용하여 j 샘플 단계까지의 예측 방정식을 구하면 식 (9)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} y_{t+j|t} &= u_{t-1+j|t} + c_1 y_{t-1+j|t} + c_2 \\ &= u_{t-1+j|t} + c_1(u_{t-2+j|t} + c_1 y_{t-2+j|t} + c_2) + c_2 \\ &\quad \vdots \\ &= h_1 u_{t-1+j|t} + \dots + h_j u_t + V_j \\ &= \sum_{i=1}^j h_i u_{t-i+j|t} + V_j \end{aligned} \quad (9)$$

여기서 각 변수의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} h_i &= 1 && \text{if } i = 1 \\ &= c_1 h_{i-1} && \text{if } i \geq 2 \\ V_j &= c_1 y_t + c_2 && \text{if } j = 1 \\ &= c_1 V_{j-1} + c_2 && \text{if } j \geq 2 \end{aligned} \quad (10)$$

따라서 위와 동일한 과정으로 일반적인 L_n 모델에 대해 j 샘플 단계까지의 예측 방정식을 유도하면 식 (11)과 같다.

$$y_{t+j|t} = \sum_{i=1}^j h_i y_{t+j-i|t} + c_2 + V_{t+j-1|t} \quad (11)$$

여기서,

$$h_j = 1, \quad \text{if } j = 1$$

$$\begin{aligned} &= c_1 h_{j-1}, \quad \text{if } j = 2 \\ &= c_1 h_{j-1} + c_2 h_{j-2}, \quad \text{if } j = 3 \\ &\quad \vdots \\ &= c_1 h_{j-1} + c_2 h_{j-2} + \dots + c_n h_{j-n}, \quad \text{if } j > n \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} V_j &= c_1 y_t + c_2 y_{t-1} + c_3 y_{t-2} + \dots \\ &\quad + c_n y_{t-n+1} + c_{n+1}, \quad \text{if } j = 1 \\ &= c_1 V_{j-1} + c_2 y_t + c_3 y_{t-1} + \dots \\ &\quad + c_n y_{t-n+2} + c_{n+1}, \quad \text{if } j = 2 \\ &= c_1 V_{j-1} + c_2 V_{j-2} + c_3 y_t + \dots \\ &\quad + c_n y_{t-n+3} + c_{n+1}, \quad \text{if } j = 3 \\ &\quad \vdots \\ &= c_1 V_{j-1} + c_2 V_{j-2} + c_3 V_{j-3} + \dots \\ &\quad + c_n V_{j-n} + c_{n+1}, \quad \text{if } j > n \end{aligned} \quad (13)$$

이며, h_j, V_j ($j \geq n+1$)의 정의에 따라 각 모델별 예측 방정식을 유도할 수 있다.

3.3 예측 제어 법칙

이산치 혼돈 시스템에 대한 예측 제어 법칙을 유도하기 위해 혼돈 시스템의 평형점을 의미하는 미래 시간의 기준 입력 $[u(t+j); j=1, 2, \dots]$ 은 알려진 혼돈 시스템의 정보를 통해 이미 알고 있다고 가정한다.

예측 제어 법칙의 목적은 플랜트의 미래 출력값 $y(t+j)$ 가 기준 입력값 $u(t+j)$ 와 근접하게 하는 것으로 이것은 매 샘플링 순간마다 receding-horizon 방법을 통해 수행된다.

식 (14)와 같은 다 단계 비용 함수를 고려한다.

$$J = E \left\{ \sum_{j=1}^N [y(t+j) - u(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N-1} \lambda(j) [u(t+j-1)]^2 \right\} \quad (14)$$

여기서,

N : 최대 출력 지표(maximum costing horizon)

NU : 제어 입력 지표 범위(control horizon)

$\lambda(j)$: 제어 입력 가중치열(control-weighting sequence)

이며, $E\{\cdot\}$ 는 기대치 연산자(expectation operator)이다.

식 (14)에서의 N, NU 및 λ 는 제어기를 설계할 때 설계자가 임의로 설정할 수 있는 설계 변수들이다.

유도 과정의 편의를 위해 L_1 모델에 대한 예측 방정식을 이용하며, 식 (14)를 최소화하는 입력 벡터를 구하기 위해 식 (8)과 식 (9)를 이용하여 j 를 1에서 N 까지 확장하여 표현하면 식 (15)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} y_{t+1|t} &= u_t + c_1 y_t + c_2 \\ &= h_1 u_t + V_1 \\ y_{t+2|t} &= u_{t+1|t} + c_1 y_{t+1|t} + c_2 \\ &= h_1 u_{t+1|t} + h_2 u_t + V_2 \\ &\quad \vdots \\ y_{t+M|t} &= u_{t+N-1|t} + c_1 y_{t+N-1|t} + c_2 \\ &= h_1 u_{t-1+M|t} + h_2 u_{t-2+M|t} + \dots + h_N u_t + V_N \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)를 벡터 형태로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{V} \quad (16)$$

여기서

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}} &= [y_{t+1t}, y_{t+2t}, \dots, y_{t+Mt}]^T \\ \hat{\mathbf{u}} &= [u_t, y_{t+1t}, \dots, y_{t+N-1t}]^T \\ \mathbf{V} &= [V_{t+1t}, V_{t+2t}, \dots, V_{t+Mt}]^T \\ \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \dots & 0 \\ h_2 & h_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_N & h_{N-1} & \dots & h_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

이다.

이제 식 (14)와 같은 비용 함수를 벡터 형태로 나타내면 식 (17)과 같이 된다.

$$J = E\{(\mathbf{y} - \mathbf{w})^T(\mathbf{y} - \mathbf{w}) + \mathbf{u}^T \Lambda \mathbf{u}\} \quad (17)$$

식 (16)을 식 (17)에 대입하면 식 (18)과 같이 된다.

$$J = E\{(\mathbf{H}\mathbf{u} + \mathbf{V} - \mathbf{w})^T(\mathbf{H}\mathbf{u} + \mathbf{V} - \mathbf{w}) + \mathbf{u}^T \Lambda \mathbf{u}\} \quad (18)$$

식 (18)을 최소화하는 벡터 \mathbf{u} 는 식 (19)와 같이 된다.

$$\mathbf{u} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{w} - \mathbf{V}) \quad (19)$$

식 (19)에서 벡터 \mathbf{u} 의 첫번째 원소가 제어 입력값 $u(t)$ 가 되며 식 (20)에 의해 유도될 수 있다.

$$u = [1, 0, \dots, 0](\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^T (\mathbf{w} - \mathbf{V}) \quad (20)$$

4. 실험 및 결과 고찰

4.1 실험

모든 실험은 IBM-PC의 Windows 환경에서 동작하는 MATLAB을 사용하여 수행하였다. 본 논문에서 사용한 이산치 혼돈 시스템을 모델 기준 제어에 적용하기 위해 표 1과 같이 시 계열 방정식으로 표현하였다.

표 1. 실험에 사용된 이산치 혼돈 시스템

Table 1. Discrete-time chaotic system for simulations

시스템	시스템 방정식	N	a	b
Henon	$y_{t+1} = a(1.0 - y_{t-N+2}^2 - by_{t-N+1}) + u_t$	4	1.3	0.05

본 논문에서는 식 (6)의 순환 최소 자승법을 NARMAX 모델의 파라미터 추정 방법으로 사용하며 파라미터 값의 초기치는 표 2와 같이 정하였다.

표 2. 순환 최소 자승법의 초기치 정의

Table 2. Initial values of RLS

변수	P_0	w	θ_0
초기치	500	0.95	0

4.2 결과 고찰

본절에서는 대표적인 이산치 혼돈 시스템인 Henon 시스템에 적용하여 기존 모델 기준 제어에서 사용한 OSA 제어기와 비교를 통해 제안된 제어 방법의 성능을 고찰하였다. 이때 제어기의 동작 시점은 100 샘플 시간으로 정하였으며 파라미터 값을 갱신하지 않는 제어기의 허용 예측 오차 범위는 0.0001이내로 정하였고 순환 최소 자승법의 각 초기치는 표 2와 같다.

표 3. 제안된 제어 방법과 OSA 제어기의 제어 조건

Table 3. Control conditions for proposed control method and OSA controller

경우	모델	N	NU	λ	y^*	K
경우 1	L_1	4	4	0.0001	0.25	1.05
경우 2	L_5	4	4	0.0001	0.25	1.15

표 3에서 기준 입력값 y^* 는 이산치 혼돈 시스템의 평형점을 의미하며 K는 OSA 제어기의 제한 이득값이다.

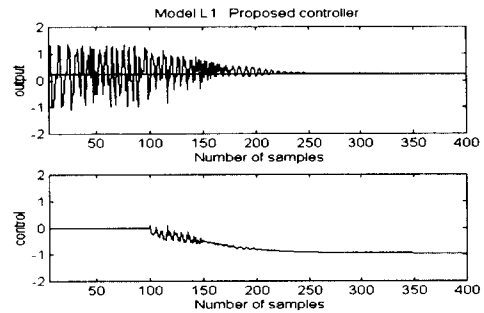


그림 3. 표 3의 경우 1에 대한 제안된 제어기의 제어 결과
Fig. 3. Results of proposed controller in case 1 of Table 3

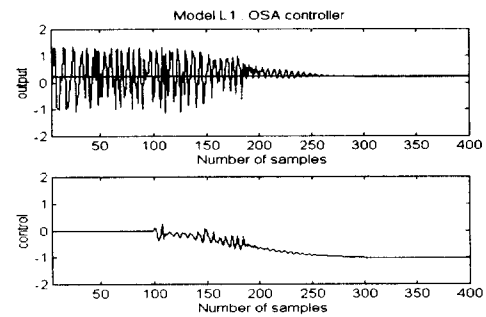


그림 4. 표 3의 경우 1에 대한 OSA 제어기의 제어 결과
Fig. 4. Results of OSA controller in case 1 of Table 3

그림 3과 그림 4는 표 3의 경우 1에 대한 본 논문에서 제안된 제어 방법과 OSA 제어기의 제어 성능에 대한 결과이다. 100 샘플 시간에서 제어기가 동작할 때 제안된 제어 방법은 OSA 제어기보다 다소 빠른 정정 시간(settling time)과 정확한 수렴값을 갖지만, OSA 제어기의 경우에는 미세한 오프셋이 발생하였다.

그림 5와 그림 6은 표 3의 경우 2에 대한 제어기의 제어 결과를 보인 것으로 고차 모델인 L_5 을 이용한 본 논문의 제어 방법은 경우 1보다 빨라진 정정 시간과 오프셋이 발생하지 않은 반면 OSA 제어기는 제안된 제어 방법보다 수렴 속도가 느리며 큰

오프셋이 발생하였다. 따라서 본 논문의 제어 방법은 제어 대상 모델을 효율적으로 이용하여 제어를 수행함을 알 수 있다.

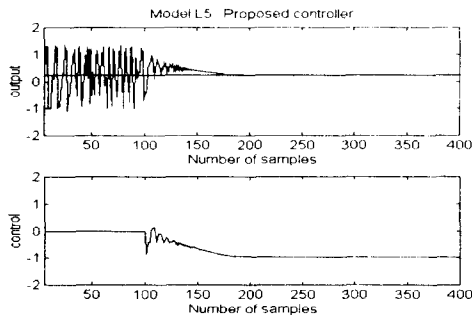


그림 5. 표 3의 경우 2에 대한 제안된 제어기의 제어 결과
Fig. 5. Results of proposed controller in case 2 of Table 3

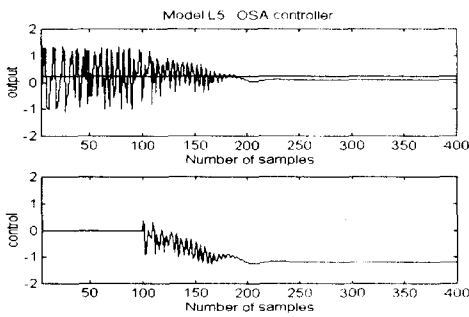


그림 6. 표 3의 경우 2에 대한 OSA 제어기의 제어 결과
Fig. 6. Results of OSA controller in case 2 of Table 3

5. 결론

본 논문에서는 이산치 혼돈 시스템에 대한 효율적인 제어를 수행할 수 있는 제어기 설계 방법을 제안하였다. 본 논문에서 제어 대상 모델로 NARMAX 모델중 선형 제어 이론을 적용하기 용이한 선형 모델을 선정하였고, 일반형 예측 제어 기법에 기초로 하여 제안된 제어기를 이산치 혼돈 시스템인 Henon 시스템에 적용한 결과, 기존의 모델 기준 제어기보다 더 빠른 수렴 속도와 안정된 제어 성능을 보였고 선정된 선형 모델을 효율적으로 이용하여 제어를 수행함을 확인할 수 있었다.

추후 연구 과제로는 일반형 예측 제어 기법을 이용한 모델 기준 제어에서 이산치 혼돈 시스템에 대한 NARMAX 모델의 평형 상태 결정에 관한 연구가 필요하다.

참고 문헌

- [1] L. A. Aguirre and S. A. Billings, "Validating identified nonlinear models with chaotic systems", *Int. Jour. of Bifurcation and Chaos*, vol. 4, no. 1, pp. 109-125, 1994.
- [2] G. Chen and X. Dong, "From chaos to order-perspectives and methodologies in controlling chaotic nonlinear dynamical systems", *Int. Jour. of Bifurcation and Chaos*, vol. 3, no. 6, pp. 1363-1409, 1993.
- [3] E. Ott, C. Grebogi, and J. A. Yorke, "Controlling chaos," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 64, no. 11, pp. 1196-1199, 1990.

- [4] E. A. Jackson and A. W. Hübler, "Periodic entrainment of chaotic logistic map dynamics," *Physica D*, vol. 44, pp. 407-420, 1990.
- [5] H. K. Qammar, F. Mossayebi, "System identification and model-based control of a chaotic system", *Int. Jour. Bifurcation and Chaos*, vol. 4, no. 4, pp. 843-851, 1994.
- [6] I. J. Leontaritis, S. A. Billings, "Input-output parametric models for nonlinear systems : Part I & II", *Int. Jour. of Contr.*, vol. 41, no. 2, pp 308-353, 1985.
- [7] G. C. Goodwin, K. S. Sin, *Adaptive filtering prediction and control*, Prentice-Hall Inc., pp. 120-128, 1984.
- [8] D. W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tuffs, "Generalized predictive control - Part I", *Automatica*, vol. 23, no. 2, pp. 137-148, 1987.
- [9] S. H. Strogatz, *Nonlinear dynamics and chaos*, Addison-Wesley Co., pp. 423-447, 1994.
- [10] O. P. Palsson, H. Madsen and H. T. Sgoaard, "Generalized predictive control for nonstationary systems", *Automatica*, vol. 30, no. 22, pp. 1991-1997, 1994.