

Trinocular 정합과 DEM 변환식을 이용한  
차폐지역이 포함된 인공지물의 높이 추출

Height Extraction of the Man-Made Structure including Occluded  
Region using Trinocular Matching and DEM Mapping.

°김 지 태\*, 엄 기 문\*, 이 쾌 희\*

\*서강대학교 전자공학과 (Tel: 704-4088; Fax: 704-4088)

**Abstracts** The Purpose of this paper is to match the feature point of man-made structure and to obtain the DEM which are occluded in a image plane. We use the trinocular matching with epipolar lines and planes. If an occlusion appears at one of the trinocular images, the DEM mapping is used to estimate the height of feature points in it.

**Keywords** Calibration, Trinocular, Occlusion, DEM, Mapping

1. 서론

스테레오 영상으로부터 DEM(Digital Elevation Model)을 얻기 위한 중간 단계인 정합은 3차원 물체 인식에 있어서 중요한 부분이며, 정합 후 발생하는 차폐 지역의 해결은 정보 손실에 의한 피해를 막을 수 있는 매우 중요한 단계이다.

본 논문의 정합 방법은 Ayache와 Lustman[1]이 제안한 trinocular 정합으로서 공선 및 공면을 이용한다. 또한 차폐 지역의 복원 방법은 세 장의 영상중 한 장의 영상에서 차폐 지역이 발생할 경우 해당 DEM을 구할 수 있는 영상쌍으로부터 DEM 변환식을 이용하여 차폐 지역의 DEM을 추정하는 방법이다.

2. 카메라 보정[2]

2.1 공선 조건식의 선형화[3]

영상 평면내의 점을 공선 조건식에 적용하기 전에 영상평면을 XYZ 좌표계에 평행한 x'y'z' 좌표계로 회전시키며, 전체 회전은 연속적인 x축에 대한 ω회전, y축에 대한 φ회전, z축에 대한 x회전으로 이루어진다. 식 (1)은 회전 변환식을 나타낸다.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} m_{11} &= \cos \phi \cos \alpha \\ m_{12} &= \sin \omega \sin \phi \cos \alpha + \cos \omega \sin \alpha \\ m_{13} &= -\cos \omega \sin \phi \cos \alpha + \sin \omega \sin \alpha \\ m_{21} &= -\cos \phi \sin \alpha \\ m_{22} &= -\sin \omega \sin \phi \sin \alpha + \cos \omega \cos \phi \\ m_{23} &= \cos \omega \sin \phi \sin \alpha + \sin \omega \cos \phi \\ m_{31} &= \sin \phi \\ m_{32} &= -\sin \omega \cos \phi \\ m_{33} &= \cos \omega \cos \phi \end{aligned} \quad (2)$$

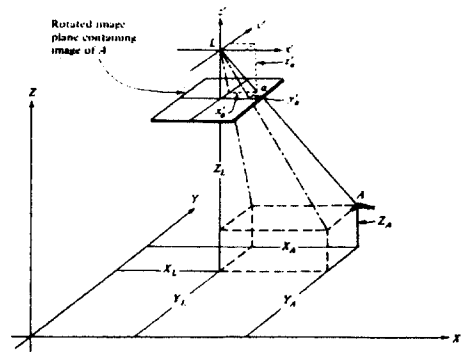


그림 1. 핀홀 카메라의 투영 모델  
Fig. 1. Projection model of a pin-hole camera

그림 1과 같은 핀홀 카메라의 투영 모델에서 (X<sub>A</sub>, Y<sub>A</sub>, Z<sub>A</sub>)와 (X<sub>L</sub>, Y<sub>L</sub>, Z<sub>L</sub>)는 각각 물체와 카메라의 3차원 좌표계에서의 위치이며 (x<sub>a</sub>, y<sub>a</sub>)는 영상 좌표계에서의 물체의 위치라 할 때 공선 조건식은 식 (3)과 같다. 여기서, z<sub>a</sub>는 (-f)이며 f는 카메라의 초점 길이이다.

$$\begin{aligned} F_x &= x_i + f \frac{m_{11}(X_A - X_L) + m_{12}(Y_A - Y_L) + m_{13}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)} \\ F_y &= y_i + f \frac{m_{21}(X_A - X_L) + m_{22}(Y_A - Y_L) + m_{23}(Z_A - Z_L)}{m_{31}(X_A - X_L) + m_{32}(Y_A - Y_L) + m_{33}(Z_A - Z_L)} \end{aligned} \quad (3)$$

위식으로 나타낸 공선 조건식은 비선형 방정식이므로 카메라 파라미터 및 초점거리 등의 7개 미지수 (X<sub>L</sub>, Y<sub>L</sub>, Z<sub>L</sub>, ω, φ, α, f)에 대한 Taylor series 전개 방식으로 선형화해야 한다. 최종적인 선형화된 공선 조건식은 식 (4)와 같다.

$$\begin{pmatrix} V_{x_i} \\ V_{y_j} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11}b_{12}b_{13}b_{14}b_{15}b_{16}b_{17} \\ b_{21}b_{22}b_{23}b_{24}b_{25}b_{26}b_{27} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\phi \\ \Delta x \\ \Delta X_L \\ \Delta Y_L \\ \Delta Z_L \\ \Delta f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{18}b_{19}b_{110} \\ b_{28}b_{29}b_{210} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_A \\ \Delta Y_A \\ \Delta Z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -F_{x_i}^0 \\ -F_{y_j}^0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

## 2.2 관측방정식

카메라 파라미터와 물체의 3차원 좌표에 관한 관측 방정식은 각각 식 (5), (6)과 같다.

$$\begin{pmatrix} V_\omega \\ V_\phi \\ V_x \\ V_{X^C} \\ V_{Y^C} \\ V_{Z^C} \\ V_f \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\phi \\ \Delta x \\ \Delta X^C \\ \Delta Y^C \\ \Delta Z^C \\ \Delta f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega^0 - \omega^{00} \\ \phi^0 - \phi^{00} \\ x^0 - x^{00} \\ X^{C0} - X_C^{00} \\ Y_C^0 - Y_C^{00} \\ Z^{C0} - Z_C^{00} \\ f^0 - f^{00} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} V_{X_i} \\ V_{Y_i} \\ V_{Z_i} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_i^0 - X_i^{00} \\ Y_i^0 - Y_i^{00} \\ Z_i^0 - Z_i^{00} \end{pmatrix} \quad (6)$$

## 2.3 최소 자승법을 사용한 반복법[4]

식 (4), (5), (6)을 합한 카메라 모델링식은 식 (7)과 같다.

$$\begin{pmatrix} V \\ \hat{V} \\ \check{V} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B & \bar{B} \\ -I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \\ \check{\Delta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon \\ \check{C} \\ \bar{C} \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\bar{V} + \bar{B}\Delta = \bar{C} \quad (8)$$

$$(\bar{B}^T \bar{W} \bar{B})\Delta = \bar{B}^T \bar{W} \bar{C} \quad (9)$$

$$N\Delta = K$$

여기서,  $\bar{W}$ 는 경중를 행렬이며

$$\bar{W} = \begin{pmatrix} W & & \\ & \bar{W} & \\ & & \check{W} \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} N_1 & N_2 \\ N_2^T & N_3 \end{pmatrix}, \Delta = \begin{pmatrix} \Delta \\ \check{\Delta} \end{pmatrix}, K = \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \end{pmatrix}$$

이다.

카메라 보정을 위하여 위에서 얻어진 카메라 모델링식을 최소 자승법에 대입시켜 식 (12)와 같은 미지수에 대한 보정량을 구한다.

$$\begin{aligned} N_1 &= \bar{B}^T \bar{W} \bar{B} + \check{W} \\ N_2 &= \bar{B}^T \bar{W} \bar{B} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} N_3 &= \bar{B}^T \bar{W} \bar{B} + \check{W} \\ K_1 &= \bar{B}^T \bar{W} \bar{C} - \check{W} \bar{C} \quad K_2 = \bar{B}^T \bar{W} \bar{C} - \check{W} \bar{C} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\Delta = (N_1 - N_2 N_3^{-1} N_2^T)^{-1} (K_1 - N_2 N_3^{-1} K_2) \quad (12)$$

$$\check{\Delta} = N_3^{-1} (K_2 - N_2^T \Delta)$$

반복법은 초기값으로 정해 놓은 카메라의 파라미터와 초점거리에 최소자승법으로 구해진 보정량을 반복적으로 더해나가는 방법으로서 보정량이 무시할 수 있을만큼의 일정한 임계값보다 작을 경우 반복 수행을 끝마친다. 이때 구해진 최종적인 값이 카메라 보정의 결과인 카메라 파라미터가 되며 정합 및 DEM추출 시 사용된다. 한 번의 반복을 수행한 후의 초기값은 이전의 초기값에 보정량이 더해진 값을 사용한다.

## 3. Trinocular 정합 및 DEM 추출

### 3.1 Trinocular 정합

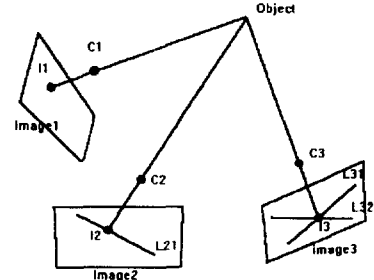


그림 2. Trinocular 정합

Fig. 2. Trinocular matching

Trinocular 정합은 그림 2와 같이 물체의 특징점에 대한 공선 및 공면을 이용하는 방법으로서 다음과 같은 절차를 갖는다.

세 장의 영상 중에 기준 영상(영상 1)을 지정하고 기준 영상에서의 기준점(추출된 건물의 꼭지점: I1)을 선택한다.

공면  $\langle C_1, C_2, I_1 \rangle$  과 영상 2의 평면과의 교차 직선인 공선  $L_{21}$  을 구하고 영상 2에서 이 공선 위에 존재하는 추출된 건물의 꼭지점을 정합 후보점 I2로 선택한다.

또한, 공면  $\langle C_1, C_3, I_1 \rangle$  과 영상 3의 평면과의 교차 직선인 공선  $L_{31}$  을 구하고, 정합 후보점에 대한 공면  $\langle C_2, C_3, I_2 \rangle$  와 영상 3의 평면과의 교차 직선인 공선  $L_{32}$  를 구한다.

마지막으로 최종 정합점은 영상 3의 평면에 존재하는 두 공선  $L_{31}$  과  $L_{32}$  와의 교차점으로 결정한다. 만약 공간상에서 일정한 임계값 이하로 두 공선이 떨어져 있을 경우에는 두 직선이 최소 거리가 되는 곳을 최종 정합점으로 결정한다.

이상의 과정을 기준 영상(영상 1)의 추출된 모든 꼭지점에 대하여 반복 수행한다.

### 3.2 인공 지물의 DEM 추출

스테레오 영상으로부터 정합이 된 3차원 좌표계의 영상 좌표  $(X_{img}, Y_{img}, Z_{img})$  와 카메라의 3차원 위치  $(X^C, Y^C, Z^C)$  를 통하여 직선 방정식을 유도하고 다음과 같이 매개변수 방정식을 구한다.

$$\frac{x - X_{img1}}{X^{C1} - X_{img1}} = \frac{y - Y_{img1}}{Y^{C1} - Y_{img1}} = \frac{z - Z_{img1}}{Z^{C1} - Z_{img1}} = s \quad (13)$$

$$\frac{x - X_{img2}}{X^{C2} - X_{img2}} = \frac{y - Y_{img2}}{Y^{C2} - Y_{img2}} = \frac{z - Z_{img2}}{Z^{C2} - Z_{img2}} = t \quad (14)$$

식 (13)과 식(14)의 두 직선이 교차하는 교차점을 정합점의 DEM으로 추출하며, 만약 두 직선이 정확히 교차하지 않을 경우 두 직선이 가장 근접하여 최소 거리가 되는 직선 상의 두 점 사이의 평균값을 DEM으로 결정한다.

## 4. 차폐 지역 복원

### 4.1 DEM 변환식

영상 1, 2, 3중에 영상 1에서 차폐 지역이 발생하였고, 스테레오 1(영상 1과 영상 2의 정합)을 기준 스테레오로 설정하였을 경우 스테레오 3(영상 2와 영상 3의 정합)에서 차폐 지역의 DEM을 유일하게 구할 수 있다.

$Z_1$ ,  $Z_3$  을 각각 스테레오 1과 스테레오 3의 n번째 DEM의 Z 좌표값이라하고  $c_m$ 을 변환식의 계수라 하면 식 (15)와 같은 변환식을 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} 1차: Z_1 &= c_1 Z_3 + c_2 \\ 2차: Z_1 &= c_1 Z_3^2 + c_2 Z_3 + c_3 \\ 3차: Z_1 &= c_1 Z_3^3 + c_2 Z_3^2 + c_3 Z_3 + c_4 \\ 4차: Z_1 &= c_1 Z_3^4 + c_2 Z_3^3 + c_3 Z_3^2 + c_4 Z_3 + c_5 \end{aligned} \quad (15)$$

### 4.2 DEM 변환식 계수 결정

일반적인 DEM 변환식을 식 (16)과 같이 표현하면 잉여오차는 식 (17)과 같다.

$$\begin{aligned} Z_{11} &= c_1 Z_{31}^1 + c_2 Z_{31}^2 + \dots + c_{m-1} Z_{31}^{m-1} + c_m Z_{31}^m \\ Z_{12} &= c_1 Z_{32}^1 + c_2 Z_{32}^2 + \dots + c_{m-1} Z_{32}^{m-1} + c_m Z_{32}^m \\ &\vdots \\ Z_{1n} &= c_1 Z_{3n}^1 + c_2 Z_{3n}^2 + \dots + c_{m-1} Z_{3n}^{m-1} + c_m Z_{3n}^m \\ \sum_{i=0}^n v_i &= (c_1 T_{1i}^1 + c_2 T_{1i}^2 + \dots + c_{m-1} T_{1i}^{m-1} + c_m T_{1i}^m - Z_{1i})^2 \end{aligned} \quad (16)$$

여기에 계수에 대한 최소자승법을 적용시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum v_i}{\partial c_1} &= 0 \\ \frac{\partial \sum v_i}{\partial c_2} &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial \sum v_i}{\partial c_m} &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

위의 식을 n개의 점에 대한 행렬식으로 나타내면 식 (19)와 같으며 행렬의 역변환을 통해 DEM 변환식의 계수 행렬 X를 구한다.

$$AX = B \quad (19)$$

여기서,

$$A = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^n Z_{3i}^1 Z_{3i}^1 & \sum_{i=0}^n Z_{3i}^1 Z_{3i}^2 & \dots & \sum_{i=0}^n Z_{3i}^1 Z_{3i}^m \\ \sum_{i=0}^n Z_{3i}^2 Z_{3i}^1 & \sum_{i=0}^n Z_{3i}^2 Z_{3i}^2 & \dots & \sum_{i=0}^n Z_{3i}^2 Z_{3i}^m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^n Z_{3i}^m Z_{3i}^1 & \sum_{i=0}^n Z_{3i}^m Z_{3i}^2 & \dots & \sum_{i=0}^n Z_{3i}^m Z_{3i}^m \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^n T_{1i}^1 Z_{1i} \\ \sum_{i=0}^n T_{1i}^2 Z_{1i} \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^n T_{1i}^m Z_{1i} \end{pmatrix}$$

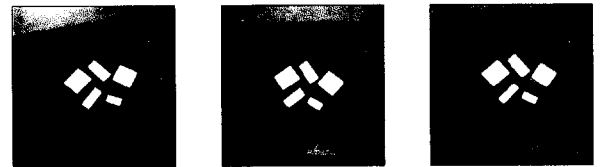
이다.

### 4.3 차폐 지역에 대한 DEM 추정

DEM 변환식에 스테레오 3에서 구한 스테레오 1의 차폐 지역에 해당하는 DEM을 대입하여 얻은 결과를 기준 스테레오인 스테레오 1에 차폐된 DEM의 추정 값으로 결합시킨다.

## 5. 실험 결과

실험에 사용한 영상은 실험실에서 핀홀 카메라를 사용하여 취득한 trinocular 영상으로서 그림 3과 같다.



(a) 영상 1 (b) 영상 2 (c) 영상 3

그림 3. 실험 영상

Fig. 3. Images of experiment

(a) Image 1 (b) Image 2 (c) Image 3

카메라 보정에 사용한 GCP의 갯수는 총 20개-인공지물의 윗면 꼭지점-의 특징점중에 10개-실제 3차원 위치 정보를 알고 있는 점-이며 반복법에서 보정량의 임계값은 0.01mm로 하였다. 또한 카메라 보정시 카메라의 왜곡은 없다고 가정하였다. 표 1은 카메라 보정을 한 후의 카메라 파라미터에 관한 결과이다.

표 1. 카메라 보정 결과

Table 1. The result of camera calibration

카메라		카메라 1	카메라 2	카메라 3
과라미터	X <sub>L</sub>	17.2005	35.0979	9.4018
	Y <sub>L</sub>	-9.2951	-2.0968	-0.6970
	Z <sub>L</sub>	75.9996	79.9996	77.4993
카메라 자세 (°)	Roll(ω)	19.30	13.71	12.26
	Pitch(φ)	-1.96	9.91	-7.55
	Yaw(χ)	-8.41	1.40	-2.28
촛점거리(cm)		0.8724	0.8696	0.8774
최소자승법 반복횟수		33	38	26

실제로는 정합이 100%되어 차폐 지역이 발생하지 않았으나 임의로 영상 1의 인공지물의 꼭지점 4개가 차폐되었다고 가정하고 차폐 지역에 대한 실험을 하였으며 영상 1과 영상 2사이에 생성되는 스테레오를 기준 스테레오로 설정하였다. 표 2는 1차~4차 DEM 변환식들의 계수를 계산한 결과이고 이 변환식들을 사용하여 추정된 차폐 지역의 DEM을 표 3에 나타내었다. 표 4는 기준 스테레오의 차폐되지 않은 지역의 DEM과 차폐 지역의 추정 DEM을 결합한 최종 결과이다.

표 2. DEM 변환식 계수

Table 2. Coefficients of DEM transform

계수	C1	C2	C3	C4	C5
1차	1.0106	-0.0971			
2차	-0.1269	1.5697	-0.6372		
3차	-0.4385	2.7418	-4.2805	3.0307	
4차	-0.5279	4.1836	-12.0270	15.5992	-6.4140

표 3. 차폐 지역에 대한 DEM 복원 결과

Table 3. The result of DEM restoration for occluded region

DEM 종류	실제값(cm)	추정값(cm)	오차(cm)	오차율(%)
복원 전 스테레오 3	2.0000	1.7961	0.204	10.20
	1.0000	1.0569	0.057	5.69
	1.4000	1.3007	0.099	7.09
	3.0000	2.7575	0.243	8.08
Mapping (1차)	2.0000	1.7180	0.282	14.10
	1.0000	0.9710	0.029	2.90
	1.4000	1.2174	0.183	13.04
	3.0000	2.6896	0.310	10.35
Mapping (2차)	2.0000	1.7728	0.227	11.36
	1.0000	0.8801	0.120	11.99
	1.4000	1.1899	0.210	15.01
	3.0000	2.7265	0.274	9.12
Mapping (3차)	2.0000	1.6465	0.353	17.67
	1.0000	1.0516	0.052	5.16
	1.4000	1.1367	0.263	18.81
	3.0000	2.8803	0.120	3.99
Mapping (4차)	2.0000	1.5514	0.449	22.43
	1.0000	0.9186	0.081	8.14
	1.4000	1.2235	0.176	12.60
	3.0000	2.3460	0.654	21.80

표 4. 기준 스테레오에 대한 최종 DEM 결과

Table 4. The result of final DEM for standard stereo

DEM 종류	실제값(cm)	추정값(cm)	오차(cm)	오차율(%)
기준 Stereo에서 추출된 DEM	3.0000	3.0625	0.063	2.08
	3.0000	3.0108	0.011	0.36
	2.0000	2.1267	0.127	6.33
	1.0000	1.0834	0.083	8.34
	3.0000	3.0326	0.033	1.09
	3.0000	2.9664	0.034	1.12
	1.4000	1.3812	0.019	1.34
	3.0000	3.0658	0.066	2.19
	3.0000	3.0348	0.035	1.16
	2.0000	2.0103	0.010	0.52
	2.0000	1.9044	0.096	4.78
	1.0000	1.0364	0.036	3.64
	1.0000	0.9599	0.040	4.01
	3.0000	2.9093	0.091	3.02
	1.4000	1.3212	0.079	5.63
	1.4000	1.4504	0.050	3.60
차폐지역에 대한 복원 DEM (2차변환식)	2.0000	1.7728	0.227	11.36
	1.0000	0.8801	0.120	11.99
	1.4000	1.1899	0.210	15.01
	3.0000	2.7265	0.274	9.12

## 6. 결론

본 논문에서는 세 장의 영상에 대해 카메라 보정 및 정합을 한 후 차폐 지역이 발생하였다는 가정하에 복원을 해보았다. 차폐되지 않은 지역의 경우 DEM의 오차는 카메라 보정시 GCP의 오차와 영상좌표의 양자화 오차에 기인한 것으로 생각된다. 차폐 지역의 복원 DEM은 2차 변환식을 선택한 결과 차폐 이전의 DEM과 비교해 볼 때 약 1~8%정도로 오차가 증가된 것을 볼 수 있다. 그러나 절대적 오차가 15%미만인 점을 감안한다면 차폐 지역에 대한 추정값으로는 비교적 좋은 결과라고 할 수 있다.

## 참고문헌

- [1] N. Ayache and F. Lustman, "Trinocular Stereo Vision for Robotics", *IEEE Trans. on PAMI*, vol. 13, pp. 73-85, 1991.
- [2] C. C. Slama, *Manual of Photogrammetry*, American Society of Photogrammetry, 1980.
- [3] P. R. Wolf, *Elements of Photogrammetry*, McGraw-Hill, Japan, LTD., 1974.
- [4] 문병무, "SPOT 위성의 위치와 자세 결정에 관한 연구", 석사학위논문, 서강대학교 대학원, 1991.