

# 수동 유도 미사일 제어를 위한 선형화된 곡률 유도 알고리즘 A Linearized Curvature Guidance Algorithm for a Passive Homing Missile

신용준\*, 0김경근\*\*, 박진배\*\*

\*미시간 대학교 전기 및 컴퓨터 공학과

\*\*연세대학교 전기공학과 (Tel: 02-361-2773; FAX: 02-392-4230; E-mail: jbpark@bubble.yonsei.ac.kr)

**Abstract:** This paper suggests a new concept for missile guidance control, called linearized common curvature guidance law that enhances the probability to kill a target. The proposed guidance system is composed of two switching modes; one for the midcourse guidance and the other for the terminal guidance, which is switched by a specified critical value ( $\epsilon$ ). And the system and the commands are formulated and its simulations are provided in comparison with the conventional commanded line of sight guidance algorithm. Miss distance and angle of attack are denoted as performance of parameters. This new concept, common curvature guidance algorithm, revises the navigation guidance and accompanies various considerations.

**Keywords:** Missile guidance, Curvature guidance, Line of Sight, Linearization

## 1. 서론

최근 미사일 유도에 관한 논문들은 고전적인 방법에서 최적화이론, 신경회로망 기법, 비선형 시스템의 해석, 확률적인 방법등을 이용해 추적오차와 비행거리를 최소화 시키는 데에 주된 관심을 보이고 있다. 특히 Serakos와 Lin은 Kappa Guidance라는 개념으로 미사일이 비행체를 요격할 때 최고의 속력을 갖도록 제어하는 유도 기법을 연구하여 발표한 바 있다[1]. 또한 살상 효과의 극대화를 위하여 수중무기의 경우에 대한 측면공격 방법이 연구되어 발표되기도 했다[2].

본 논문에서는 기존의 미사일 유도에서 항상 축이 되는 파라미터인 시선각 (Line of Sight: LOS)[3]을 대신할 수 있는 새로운 곡률 파라미터 개념을 소개하고 이를 바탕으로 미사일과 비행체간의 비선형 운동 미분 방정식의 선형화된 해를 찾음으로써 기동하는 비행체에 대한 미사일의 명중 오차와 살상 효과를 극대화 시킬 수 있는 개선된 제어 알고리즘을 소개하고자 한다.

비선형의 시스템 방정식의 해법이 가장 중요한 유도 제어의 부분인데, 이 알고리즘을 수학적 해법의 관점에서 보자면, 기하학적인 constraints를 이용하여 기동하는 목표물, 즉 입력에 대하여 출력에 해당하는 미사일과 목표물과의 거리를 0으로 하는 근을 찾는 알고리즘으로 볼 수 있다[4].

본 논문의 2장에서는 전체적인 유도 시스템을 모델링하고 3장에서는 제안되는 곡률 파라미터의 개념과 이론을 살핀 뒤 4장에서는 midcourse mode와 terminal mode에 대하여 유도 알고리즘과 스위칭 시스템을 정의한다. 5장에서는 도의 실험 결과를 보여주고 6장에서는 기존의 유도 시스템과의 성능 비교 및 특성을 설명하고자 한다.

## 2. 유도시스템의 차원과 파라미터의 설정

실제 미사일과 목표물과의 관계는 3차원 공간상에서 고려되어야 하지만, 새로운 알고리즘의 성능평가를 위해서는 2차원 공간에서의 정의와 실험을 통하여 3차원적인 확장이 가능하므로 본 논문에서는 평면상에서의 관계만을 고려하기로 한다.

그림 1에서 미사일과 목표물간의 평면 유도기하와 파라

미터들이 정의되었다. 가속도 벡터는 속도벡터의 반시계방향의 수직방향으로 정의한다. 이 가속도 벡터가 유도 시스템의 지상명령으로 가해져야하는 것으로 이것에 대한 식이 미사일의 추적 궤적을 결정한다고 볼 수 있다. 제안된 시스템은 midcourse mode와 terminal mode의 스위칭 시스템이지만, 여기서 정의된 파라미터들은 모든 경우에 있어서 유효한 정의이다.

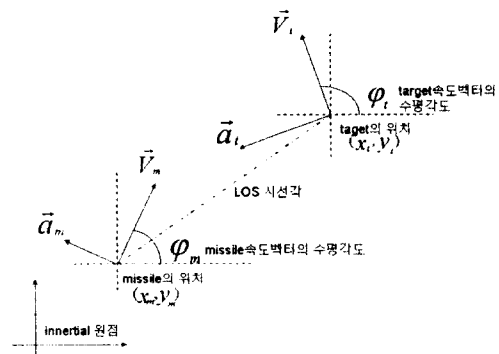


그림 1. 미사일과 목표물간의 평면 유도 기하와 파라미터들

Fig. 1. Planar parameters for a missile and a target

시스템의 공간함수  $\vec{x}$ 를 다음과 같이 정의 하자.

$$\vec{x} = [x_m \ y_m \ v_{xm} \ v_{ym} \ x_t \ y_t \ v_{xt} \ v_{yt}] \quad (1)$$

각 성분들의 단위관계와 유도기하의 정의에 의해 다음의 관계가 서로 성립한다.

$$\ddot{x}_m = -a_m \sin \phi_m \quad (2)$$

$$\ddot{y}_m = a_m \cos \phi_m \quad (3)$$

$$\ddot{x}_t = -a_t \sin \phi_t \quad (4)$$

$$\ddot{y}_t = a_t \cos \phi_t \quad (5)$$

따라서 시스템의 비선형 방정식은 다음과 같이 결정된다.

$$\frac{d}{dt} \vec{x} = f(\vec{x}) + g(\vec{x})u \quad (6)$$

이 시스템의 출력은 미사일과 목표물간의 거리로 정의하

여 다음과 같다.

$$\vec{y} = h(\vec{x}) \quad (7)$$

단, 시스템을 결정하는 비선형 함수  $f(\vec{x})$ ,  $g(\vec{x})$  에 대해  $u(\vec{x})$  는 외부입력으로 여기서는 지상에서 관측된 기준점에 대한 미사일과 목표물의 위치이다.

미사일과 목표물의 순간 속도 진행 방향은 2차원 평면에서 다음과 같이 정의 한다.

$$\varphi_t = \tan^{-1} \frac{v_{yt}}{v_{xt}} \quad (8)$$

위의 정의에 의해 비선형 시스템과 시스템 출력을 풀어 써보면,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ v_{xm} \\ v_{ym} \\ x_t \\ y_t \\ v_{xt} \\ v_{yt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{xm} \\ v_{ym} \\ 0 \\ 0 \\ v_{xt} \\ v_{yt} \\ -a_t \sin \varphi_t \\ a_t \cos \varphi_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin \varphi_m \\ \cos \varphi_m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} a_m \quad (9)$$

$$y = \sqrt{(x_m - x_t)^2 + (y_m - y_t)^2} \quad (10)$$

위의 식에서 시스템과 출력이 정의 되었고, 가속도는 각각의 제어 mode에 의해 선형화 과정을 통하여 결정되어야 한다.

### 3. 곡률반경 파라미터들에 의한 매개변수 변환

그림 2에서는 본 논문에서 제안하는 곡률 파라미터들과 그 관계가 정의되어 있다. 기준점이라고 정의되어진 부분은 실제에 있어서는 미사일과 목표물의 거리를 측정해서 전달해 주는 지상 레이더에 해당하는 부분이다. 실제의 경우에는 많은 목표물, 미사일, 그리고 관측지점들에 의해 여러 가지 조합이 있을 수 있지만, 여기서는 한쌍의 최소 샘플에 대해 고려하기로 하자.

파라미터 d는 고정된 레이더들의 위치로 이미 알려진 값이다. 각 파라미터들의 첨자 t 와 m 은 각각 목표물과 미사일을 나타낸다. 각각의 기준점 쌍으로 만들어지는 외접원 조합을 원  $R_t$  과 원  $R_m$  으로 정의한다. 따라서 기본적인 평면 기하학의 공식을 이용하면 다음의 두 식을 얻게 된다.

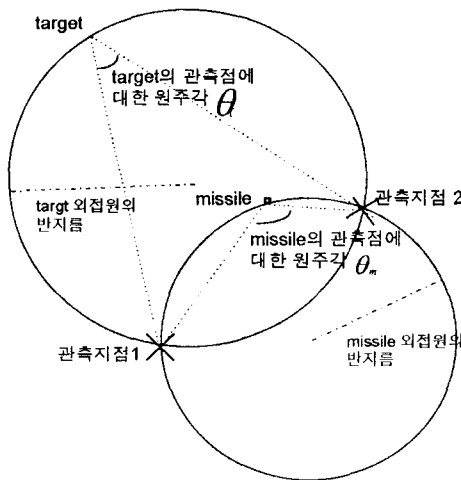


그림 2. 미사일과 목표물간의 곡률 파라미터와의 관계  
Fig. 2. The circumferential angles of a missile and a target

$$\sin \theta_t = \frac{d}{2R_t} \quad (11)$$

$$d^2 = r_{t1}^2 + r_{t2}^2 - 2r_{t1}r_{t2}\cos \theta_t$$

위의 두식을 이용하면 간단한 행렬 계산을 통하여, 각각의 기준점들과, 미사일, 목표물들의 조합에 의하여 생기는 모든 경우의 곡률반경과, 곡률의 중심을 쉽게 계산할 수 있다.

미사일이 목표물에 근접 했을때, 각각의 외접원이 공통 이라면, 원주각이 일정하도록 궤적을 유도하게 되면, 미사일은 정확하게 목표물을 요격하게 된다. Lin의 Kappa Guidance 알고리즘은 요격시의 최대 속력을 얻기 위하여 계산 과정에서 얻어지는 곡률반경에 해당하는 부분을 Kappa라는 파라미터로 정의했지만, 위와 같이 쌍을 이루는 관계에서는 오차를 줄이는 것 뿐만이 아니라, LOS의 정의에 의한 작은 충돌각의 한계점에 대한 개선의 여지를 알아 볼 수 있다.

단, 이 관계가 보정의 범위가 중요하지 않은, 유클리드 평면상에서 가능하지만, 지금까지 설명한 곡률반경에 의한 관계는 함수 공간이 늘더라도 그대로 적용될 수 있는 constraints이다.

따라서 이러한 알고리즘을 비선형 스위칭모드에 적용시키기 위해서는 midcourse mode에서는 미사일과 목표물이 근접할 때 최대한의 임계치 안으로 공통의 곡률반경 즉 공통 외접원을 갖도록 하고, terminal mode에서는 제한된 미사일의 기동력 제어범위 안에서 곡률파라미터를 쫓아가도록 설계해야 한다.

### 4. 유도 제어 시스템의 모델링

#### 4.1. Midcourse Mode 유도 알고리즘

제안된 알고리즘으로 네트워크를 형성한다면, 미사일 발사 순간은, 목표물이 먼쪽에서 가까운 쪽으로의 근접 운동으로 가정했을 때, 관측되는 원주각이 증가하므로 미사일의 유효 범위에 해당하는 임계각을 설정하면, 발사순간을 정의할 수 있다.

발사 이후에서 근접할 때까지는 아래에서 정의되는 시스템의 방정식에 의해 미사일의 유도 궤적이 정의된다. 그림3에서 평면에서의 midcourse의 상황이 나타나 있다. 그림에서 보듯이 C0는 두 기준점과 미사일에 의한 곡률 반원을, C1은 기준점 1과 미사일 그리고 목표물을 지나는 곡률 반원을, C2는 기준점 2에서의 곡률 반원을 나타낸다. 미사일과 목표물이 아주 작은값의 차이내로 근접하게 되면, 서로 중심이 다른 4개의 원의 중심이 가깝게 된다. 이러한 방식에 의해 가장 효과적인 방법으로 미사일과 목표물간의 거리가 작아지면서 곡률중심이 근접할때까지가 midcourse mode 유도기간이다.

따라서 미사일 속도벡터의 방향 성분울 정의해 주는 것이 가장 중요한 문제이다. 곡률파라미터만을 고려했을 때는 기동하는 목표물에 대한 최단 비행경로와 큰차이가 있으므로 다음과 같이 정의한다.

$$\varphi_m = \tan^{-1} \left( \frac{y_m - y_t + R_{myj} - R_{t0y}}{x_m - x_t + R_{mxj} - R_{t0x}} \right) \quad (12)$$

위 식에서의 곡률변수는 다음과 같이 결정 되는데,  $(\min(\bar{R}_{mi} - \bar{R}_{t0}) | i=0,1,2)$  각각의 곡률 성분들의 조합을 수렴하게 될 때에 시스템의 sensitivity를 최소화시키기를 고려하기 때문이다. 즉 미사일의 속도벡터의 방향 성분은, LOS벡터와 선택된 곡률 성분과의 정규화된 벡터의 균등비중의 합이라고 할 수 있다.

이제 전체 시스템의 파라미터들과 곡률 매개변수와의 관계가 정의되었으므로 식 (9)에서 주어진 비선형 시스템 방정식에서 선형화과정으로 지령할 가속도를 정의하자.

시스템의 공간 벡터가  $f(\vec{x})$ ,  $g(\vec{x})$  로 주어졌으므로 지령되는 가속도는 다음과 같이 계산된다.

$$a_m = \frac{1}{L_g L_f h(x)} [v - L_f^2 h(x)] \quad (13)$$

$$L_g L_f h(x) = \frac{(y_m - y_t) \cos \varphi_m + (x_m - x_t) \sin \varphi_m}{\sqrt{(x_m - x_t)^2 + (y_m - y_t)^2}} \quad (14)$$

$$= \sin(\varphi_m + \sigma)$$

단

$$\sigma = \tan^{-1} \left( \frac{|y_m - y_t|}{|x_m - x_t|} \right) \quad (15)$$

따라서 식 (12)를 풀어쓰면,

$$a_m = \frac{1}{\sin(\varphi_m + \sigma)} [v - (\sqrt{(x_m - x_t)^2 + (y_t - y_m)^2})^{\frac{1}{2}}] \quad (16)$$

$$\sigma^2 + a_t \sin(\varphi_t - \sigma)$$

와 같이 가속도벡터의 크기와 방향을 알 수 있다.

주의 할 점은 위의 유도 제어는 제한 되는 출력의 값이 다음의 관계가 성립할 때로 제한되는 switching mode이다.

$$y = h(x) = \sqrt{(x_m - x_t)^2 + (y_m - y_t)^2} \geq \varepsilon \quad (17)$$

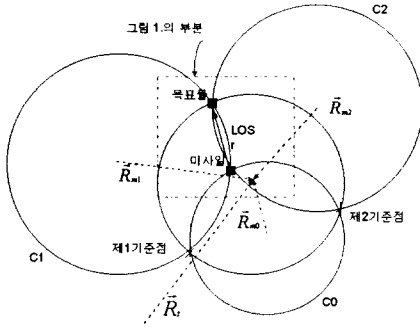


그림 3. 기준점들, 미사일과 목표물간의 곡률 반경과 중심  
Fig. 3. Parameters and their geometry

#### 4.2. Terminal Mode의 유도

미사일과 목표물간의 거리, 즉 시스템의 출력이 임계치 안으로 들어오게 되면, 유도 제어의 mode는 아래에서 설명 되는 terminal mode로 옮겨지게 된다.

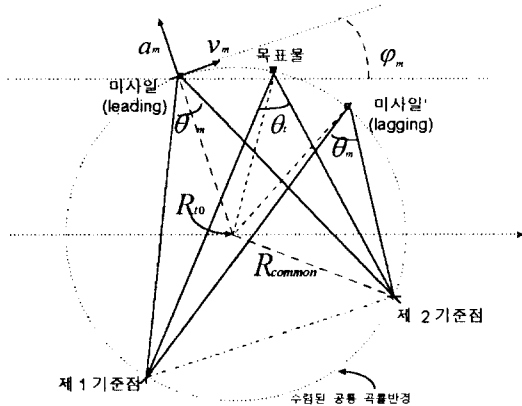


그림 4. Terminal Mode에서의 미사일과 목표물의 유도 기하학적 위치 관계  
Fig. 4. A planar geometry for terminal guidance sharing a circumscribed circle

그림 4는 평면상에서의 terminal mode를 보여주고 있는데, 미사일은 목표물과 공유된 곡률반경을 축으로 유도된다. 단, 방향에 있어서는 곡률 중심각이 앞선 경우와 뒤쳐진 경우가 있으므로 다음의 식에서 처럼 방향이 조절되는

조건으로 미사일의 지령되는 가속도는 이미 알려진 곡률 중심과 곡률반경에 의하여 결정된다.

$$\varphi_m = 90^\circ + (-1)^d \tan^{-1} \left( \frac{|y_m - R_{t0y}|}{|x_m - R_{t0x}|} \right) \quad (18)$$

## 5. 모의 실험 및 결과

전통적인 CLOS방법과 제안된 시스템의 성능 비교를 위하여 모의 실험을 실행한다. 단 모의 실험에서는 다음의 조건들을 가정한다.

모든 수치들은 단위를 무시한 수치로만 쓰고, 경계값은 0.05로 정했으며, 미사일대 목표물의 속도비는 등속도로 4:1로 설정했다.

우선, 제안된 방법에 대해 이상적인 목표물, 즉 목표물 궤적의 곡률 중심이 고정된 경우와, 최악의 경우로 직선운동을 하는 하는 경우에 대해 궤적과 시스템의 출력을 살펴 보자.

그림 5와 그림 6은 곡률반경 400의 경우에 대하여 같은 초기 발사 위치에서의 요격 궤적을 대비하여 보여주고, 각각의 시스템 출력인 미사일과 목표물과의 시간에 대한 변화가 나타나 있다.

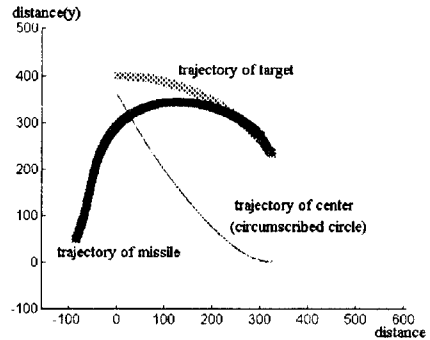


그림 5. 제안된 방법에 의한 미사일의 요격궤적 (곡률반경 400)

Fig. 5. Trajectory of common curvature guidance missile against the target with curvature 400

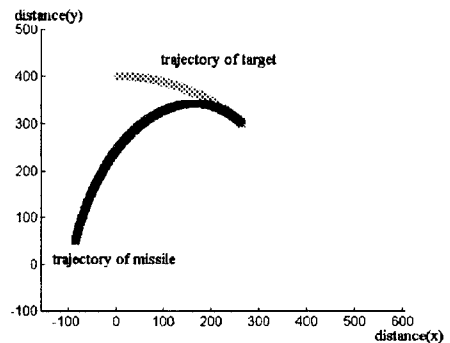


그림 6. 전통적인 CLOS 방법에 의한 요격궤적 (곡률반경 400)

Fig. 6. Trajectory of conventional CLOS guidance missile against the target with curvature 400

여러 참고문헌에서 보여 주고있는 궤적들과 비교해 볼 때, 직관적으로도 늘어난 비행거리에 비해 정확도나, 충돌각에서의 성능 향상을 쉽게 알 수 있다. 그림 7은 제안된 유도 알고리즘에서의 mode전환이 잘 보여지고 있다.

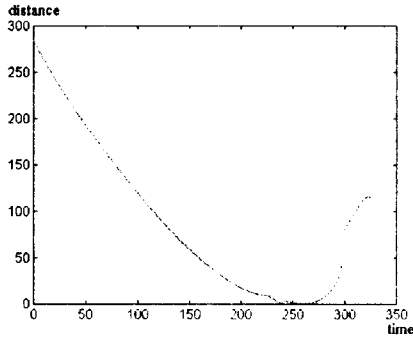


그림 7. 제안된 시스템에서의 시간에 대한 미사일과 목표물간의 거리

Fig. 7. System output of common curvature guidance missile, distance between missile and target with time

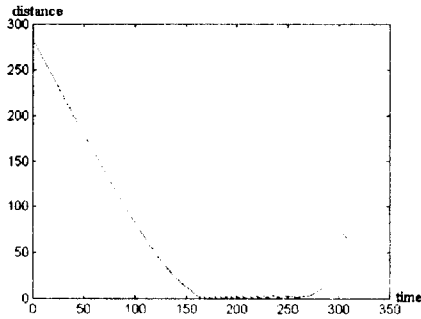


그림 8. 고전적인 CLOS시스템에서의 시간에 대한 미사일과 목표물간의 거리

Fig. 8. System output of CLOS guidance missile, distance between missile and target with time

그림 9와 그림 10은 최악의 경우로 곡률반경이 무한대인 자취에 대해 요격 궤적을 보여주고 있다.

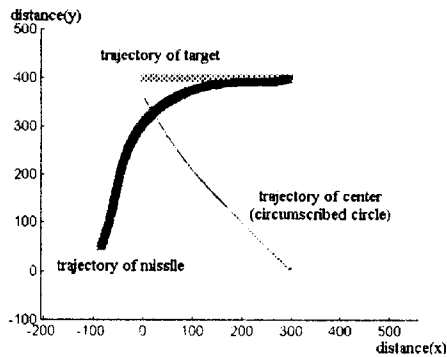


그림 9. 제안된 방법에 의한 미사일의 요격궤적 (곡률반경 무한대)

Fig. 9. Trajectory of common curvature guidance missile against the target with infinite curvature

이렇게 각각의 예를 드는 것으로는 일반적인 성능향상에 대한 일반성이 부족하기 때문에, 초기값들을 기준점들에 대해 일반적으로 분포 시킨 뒤 평균 오차와 충돌각에 대해 실험한 결과가 표 1에 제시되고 있다.

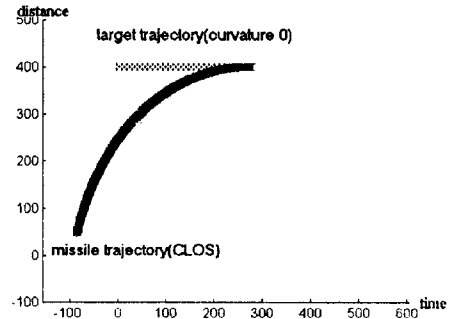


그림 10. 전통적인 CLOS 방법에 의한 요격궤적 (곡률반경 무한대)

Fig. 10. Trajectory of conventional CLOS guidance missile against the target with infinite curvature

표 1. 제안된 방법과 기존의 CLOS 방법과의 성능비교  
Table 1. Performance comparison of common curvature and CLOS algorithm

방 법	곡률반경 400		곡률 반경 무한대	
	제안된 방법	CLOS	제안된 방법	CLOS
평균 명중 오차 거리	0.413	1.74	1.30	0.92
평균 오차 거리의 분산	0.546	2.44	0.032	0.093
평균 충돌 각도	20.7	1.87	21.7	2.02
충돌각의 분산	10.0	5.48	9.6	10.83

## 6. 결론 및 향후 과제

실험 결과에서도 나타나듯이 제안된 방법은 기존의 방법에 비해 명중 오차와 충돌각에서 개선된 성능을 보여주고 있다. LOS벡터와 곡률 파라미터의 비를 함수로 설정하는 방법과 경계값을 변화시켜가는 것을 본 논문에서는 생략했지만 더 높은 성능향상을 기대할 수 있다. 그리고 본 제안된 시스템을 3차원 공간 벡터로 확장 시켜 network를 구성하는 것이 필요하다고 생각된다.

## 참고 문헌

- [1] Demetrios Serakos, and Ching-Fang Lin, "Linearized Kappa Guidance", *Jour. of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 18, No 5, September-October 1995, pp 975-980
- [2] 이보형, 이장규, 한형석, 김병수, 김삼수, 이재명, "최적 제어 이론을 이용한 운동체의 측면 공격 유도기법" 전기학회 논문지 44권, 11호, 1995년 11월, pp.1511-pp.1516
- [3] Gyu Taek Lee, Jang Gyu Lee, "Improved Command to Line-of-Sight for Homing Guidance", *IEEE Trans. on Aero. and Elec. Sys.*, Vol. 31, No 1, January 1995, pp. 506-510
- [4] Scott Bezick, Ilan Rusnack, and W. Steven Gray, "Guidance of a Homing Missile via Nonlinear Geometric Control Methods", *Jour. of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 18, No 3, May-June 1995, pp 41-48
- [5] 송택렬, 김필성, 임태윤, 수동호밍 유도탄의 유도법칙 개선연구, 95 KACC pp. 969-972