

# 새로운 퍼지 제어 방식 및 진화알고리즘에 의한 로봇 매니퓰레이터의 제어

## Robot Manipulator Control Using New Fuzzy Control Method with Evolutionary Algorithm

• 박진현, 최영규

부산대학교 전기공학과 (Tel:(051)510-2371; Fax:(051)513-0212; E-mail:ykicho@hyowon.cc.pusan.ac.kr)

**Abstract** - Fuzzy control systems depend on a number of parameters such as the shape or magnitude of the fuzzy membership functions, etc. Conventional fuzzy reasoning method can not be easily applied to the multi-input multi-output(MIMO) system due to the large number of rules in the rule base. Recently Z. Cao et al have proposed a New Fuzzy Reasoning Method(NFRM) which turned out to be superior to Zadeh's FRM. We have extended the NFRM to handle the MIMO system. However, it is difficult to choose a proper relation matrix of the NFRM. Therefore, we have modified the evolution strategy(ES), which is one of the optimization algorithms, to do efficiently the tuning operation for the extended NFRM. Finally we applied the extended NFRM with the modified ES to tracking control of robot manipulator.

**Key Words** : Fuzzy control systems, New Fuzzy Reasoning Method(NFRM), Evolution Strategy(ES)

### 1. 서 론

현재 산업용 로봇 매니퓰레이터의 제어에 널리 사용되는 PID 제어 방식은 구조가 간단하고 적용하기 간단하나, 시스템이 비선형 동적 시스템이므로 일정이득의 PID 제어기로는 고성능 제어 성능을 얻기 어렵다[1]. 이러한 문제들을 극복하기 위하여 적응제어 및 신경회로망 제어, 퍼지 제어 및 진화알고리즘을 이용한 여러가지 제어방식이 제안되고 있으나, 나름대로 문제점들을 가지고 있다. 특히 시스템의 변화에 대응하여 제어기의 이득을 적절히 조정하는 적응제어는 시스템의 차수가 높아지고 매개 변수의 수가 증가할 경우 수학적 계산이 복잡하고 많은 계산시간이 요구된다. 그리고 신경회로망을 사용한 제어 방식 역시 강인성과 일반화 기능은 뛰어나나 국부수렴의 문제 및 학습시간이 긴 단점을 가진다[1]~[3].

퍼지 추론 시스템은 복잡한 비선형 시스템에 널리 사용되며, 특히 비선형 동적 시스템의 제어에 고성능의 제어 성능을 얻기 위해 많이 사용되고 있다[4] [5]. 그러나 이러한 퍼지 추론 모델이 멤버쉽 함수의 형태와 크기 그리고 규칙에 의해 제약을 받는 단점이 있다. 그러므로 최근 들어 이러한 문제점을 해결하기 위해 많은 연구가 진행되고 있다[6].

이러한 해결책으로 적응제어기법 및 학습알고리즘을 이용하여 퍼지추론의 멤버쉽 형태나 크기 그리고 규칙을 수정하는 방법과, 기존의 퍼지 추론과는 다른 추론 방법으로의 접근이 시도되고 있다. 기존의 퍼지 추론과는 다른 추론 방법의 하나로 Z. Cao 등이 제안한 New Fuzzy Reasoning Method(NFRM)가 제안되었다[6]~[8]. 이는 퍼지 relation matrix를 사용하여 퍼지 규칙을 나타내고, 추론이 간단하며 성능이 뛰어나다는 장점을 갖는다. 그러나 이것 역시 인간의 지식에 의존하여 relation matrix를 설계하여야 하는 단점이 있다[6].

그리고 진화알고리즘(Evolutionary Algorithm)은 70년대 초부터 연구가 진행되어 유전알고리즘(Genetic Algorithm), 진화전략(Evolution Strategy) 및 진화프로그래밍(Evolutionary Programming) 등으로 연구가 진행되고 있다[9]~[11]. 이러한 진

화 알고리즘은 파라메터 영역의 연속성과 미분치의 존재성과 같은 조건이 필요치 않고, 국부탐색이 아닌 전역탐색으로 인한 국부 수렴의 가능성이 줄며, 보조적인 정보가 필요치 않는다.

본 연구에서는 NFRM의 개념을 MIMO 시스템으로 확장 적용한 새로운 퍼지 제어기를 설계하고, NFRM의 문제점인 relation matrix의 설계를 간단하고도 최적점 탐색능력이 우수한 진화알고리즘 중 진화 전략을 사용하여 자동동조하였다. 그리고 로봇 매니퓰레이터에 제안된 제어 알고리즘을 적용하여 제어기로써의 유용성을 보이고자 한다.

### 2. 제어기의 설계

#### 2.1 NFRM(New Fuzzy Reasoning Method)를 MIMO 시스템으로 확장

NFRM(New Fuzzy Reasoning Method)는 퍼지화, relation matrix, 추론 및 비퍼지화 부분으로 되어있다. 일반적인 퍼지제어에서 존재하는 제어규칙 대신 NFRM에서는 relation matrix를 사용하여 퍼지 추론을 행하게 된다. Z. Cao 등이 제안한 NFRM을 MIMO(multi-input multi-output) 시스템으로 확장 적용이 가능하다.

일반적인 MIMO 시스템을 가정하여, 퍼지추론 규칙 k개를 구성하여 나타내면

$$\begin{aligned} \text{If } X_1 \text{ is } A_{11}, \dots, \text{ and } X_n \text{ is } A_{1n}, \text{ then } Y \text{ is } B_1, \dots, \text{ and } W \text{ is } C_1 \\ \text{If } X_1 \text{ is } A_{21}, \dots, \text{ and } X_n \text{ is } A_{2n}, \text{ then } Y \text{ is } B_2, \dots, \text{ and } W \text{ is } C_2 \\ \dots \\ \text{If } X_1 \text{ is } A_{k1}, \dots, \text{ and } X_n \text{ is } A_{kn}, \text{ then } Y \text{ is } B_k, \dots, \text{ and } W \text{ is } C_k \end{aligned} \quad (1)$$

단,  $A_{11}, \dots, A_{1n}, A_{21}, \dots, A_{2n}, \dots, A_{k1}, \dots, A_{kn}$ 은 입력변수  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 의 소속함수를 나타내고,  $B_1, B_2, \dots, B_k$ 과  $C_1, C_2, \dots, C_k$ 는 출력 변수  $Y$ 와  $W$ 의 모든 소속함수 집합의 부분집합을 나타낸다.

만약, 입력  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 이 각각  $a_1, \dots, a_n$ 일 경우, 퍼지 추론

결과는 아래와 같이 나타난다.

If  $X_1$  is  $a_1, \dots, a_n$ , and  $X_n$  is  $a_n$  then  $Y$  is  $b_1, \dots, b_m$ , and  $W$  is  $c_1, \dots, c_h$   
단,  $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m, c_1, \dots, c_h$ 는 실수값을 나타낸다. (2)

Relation matrix는  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 과 출력측의 소속함수  $Y$ 와  $W$  사이의 relation을 나타내며, 만약 변수  $Y$ 에 대하여  $m$ 개의 소속함수  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ 과 변수  $W$ 에 대하여  $h$ 개의 소속함수  $W_1, W_2, \dots, W_h$ 를 가정하면,  $B_1, B_2, \dots, B_k$ 와  $C_1, C_2, \dots, C_k$ 의 멤버쉽 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} B_1 &= b_{11}/Y_1 + b_{12}/Y_2 + \dots + b_{1m}/Y_m \\ B_2 &= b_{21}/Y_1 + b_{22}/Y_2 + \dots + b_{2m}/Y_m \\ &\dots \\ B_k &= b_{k1}/Y_1 + b_{k2}/Y_2 + \dots + b_{km}/Y_m \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} C_1 &= c_{11}/W_1 + c_{12}/W_2 + \dots + c_{1h}/W_h \\ C_2 &= c_{21}/W_1 + c_{22}/W_2 + \dots + c_{2h}/W_h \\ &\dots \\ C_k &= c_{k1}/W_1 + c_{k2}/W_2 + \dots + c_{kh}/W_h \end{aligned}$$

Relation matrix는 다음과 같다.

$$\begin{array}{ccccccccc} & Y_1 & Y_2 & \cdots & Y_m & \cdots & W_1 & W_2 & \cdots & W_h \\ (A_{11}, A_{12}, \dots, A_{1n}) & \left| \begin{matrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1m} & \cdots & c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1h} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2m} & \cdots & c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2h} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{k1} & b_{k2} & \cdots & b_{km} & \cdots & c_{k1} & c_{k2} & \cdots & c_{kh} \end{matrix} \right| \end{array} \quad (4)$$

그리고 그림 1은 이를 그림으로 나타내었다.

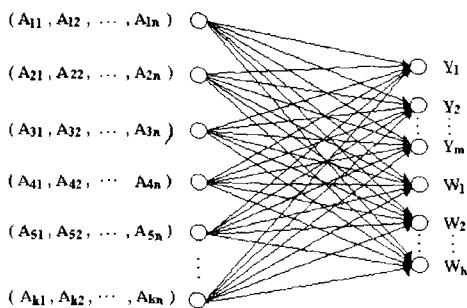


그림 1. MIMO 시스템의 relation matrix의 그래프  
Fig. 1 Graph of the relation matrix with MIMO

임의의  $X_i$  변수에 대하여  $k_i$ 개의 멤버쉽 함수 ( $X(i,1), X(i,2), \dots, X(i,k_i)$ )를 정의 하고,  $X_i = a_i$ 에 대한 퍼지부분집합 (fuzzy subset)  $\tilde{a}_i$ 는 다음과 같다.

$$\tilde{a}_i = a(i,1)/X(i,1) + a(i,2)/X(i,2) + \dots + a(i,k_i)/X(i,k_i) \quad (5)$$

단,  $a(i,j)$ 는 실제값  $a_i$ 가 멤버쉽 함수  $X(i,j)$ 에 속하는 멤버쉽 정도를 나타내며,  $j=1, 2, \dots, k_i$ 이다.

그러므로,  $X_1 = a_1$ 일 때,  $X(1,1), X(1,2), \dots, X(1,k_1)$ 의 멤버쉽 정도는  $a(1,1), a(1,2), \dots, a(1,k_1)$ 이고,  $X_2 = a_2$ 일 때,  $X(2,1), X(2,2), \dots, X(2,k_2)$ 의 멤버쉽 정도는  $a(2,1), a(2,2), \dots, a(2,k_2)$ 이고…… $X_n = a_n$ 일 때,  $X(n,1), X(n,2), \dots, X(n,k_n)$ 의 멤버쉽 정도는  $a(n,1), a(n,2), \dots, a(n,k_n)$ 이다. 그러므로  $X_1 = a_1, X_2 = a_2, \dots, X_n = a_n$ 일 때  $k = k_1 \times k_2 \times \dots \times k_n$ 개의 언어적 표현이 되며,  $X(1,1), X(2,1), \dots, X(n,1)$ 은  $\{(A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{in})\}$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ )의 부분집합이다. 그리고  $\{X(1,1), X(2,1), \dots, X(n,1)\}$ 의 멤버쉽의 정도인  $\{a(1,1), a(2,1), \dots, a(n,1)\}$ 는 단일값이 아니므로 실제 적용을 위해서는  $[0, 1]$ 의 값으로 바꾸어야 한다.

제안된 방법은 아래와 같이 min operator를 취하였다.

$$f(s_1, s_2, \dots, s_n) = \min\{a(1,s_1), a(2,s_2), \dots, a(n,s_n)\} \quad (6)$$

새로운 벡터  $\vec{a}$ 를 식(7)과 같이 정의하여, 식(8), (9)과 같이  $\vec{a}$ 와 relation matrix 간에 논리곱을 행한 후, moment method에 의하여  $Y$ 와  $W$ 의 퍼지 벡터값을 실수로 변환시킨다. 식(10)과 (11)은 moment method에 의한 실제 퍼지 출력값을 나타내었다.

$$\vec{a} = (f(1,1, \dots, 1), f(2,1, \dots, 1), \dots, f(k_1, k_2, \dots, k_n)) \quad (7)$$

단,  $k_1, k_2, \dots, k_n$ 는  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 의 멤버쉽 함수의 수를 나타낸다.

$$y = \vec{a} \cdot (b_{ij}), \quad y_j = \sum_i a_i * b_{ij} \quad (8)$$

단,  $i=1, 2, \dots, k$ 이고  $j=1, 2, \dots, m$ 이다.

$$w = \vec{a} \cdot (c_{iq}), \quad w_q = \sum_i a_i * c_{iq} \quad (9)$$

단,  $i=1, 2, \dots, k$ 이고  $q=1, 2, \dots, h$ 이다.

$$Y_{act} = \sum_j (f_j \times y_j) / \sum_j y_j \quad (10)$$

$$W_{act} = \sum_q (g_q \times w_q) / \sum_q w_q \quad (11)$$

단,  $Y_{act}, W_{act}$ 는 퍼지 출력값이며,  $f_j$ 와  $g_q$ 은  $Y$ 와  $W$ 의 멤버쉽 함수들의 중점값이며,  $j=1, 2, \dots, m$  그리고  $q=1, 2, \dots, h$ 이다.

## 2.2 변형된 진화전략(*Modified Evolution Strategy*)

일반적인 ES(Evolution Strategy)는 최적점 근처에서 최적점을 찾는 데에는 좋은 특성을 나타내나, 탐색 영역이 초기 조건과 표준편차에 의하여 지배받는 단점이 있다. 그런데 이러한 문제는 최대적합도와 평균적합도를 사용하여 매 세대마다 표준편차값을 조정함으로써 해결할 수 있었다[12]. 이는 표준편차값에 따라 ES의 탐색 구간이 결정되므로, 탐색 구간밖에 전역 최소값(global minimum)이 존재하는 경우에 이러한 최소값을 찾는 것이 매우 어렵게 된다. 그러므로 본 연구에서 탐색 구간을 결정하는 표준편차값( $\sigma$ )을 매 세대마다 적합도에 의해 적절히 변

화시켜서 국부 최소값으로부터 빠져나갈 수 있도록 하였다.

임의의 k 세대에서 최대 적합도와 평균 적합도의 차가 작음은 오차가 국부 최소값에 빠져 있거나 오차점이 평평한 오차곡선 모양을 하게 되는 경우이므로, 이럴 경우 탐색 구간을 넓게 사용하여 다음 세대에 더 높은 적합도를 갖는 점이 나타나도록 표준편차값을 늘려야 한다. 이와 반대의 경우, 표준편차값을 줄여 탐색구간이 줄어들도록 하였다. 그러나 표준편차가 너무 크게 변화가 되면, 시뮬레이션이나 오프라인 동조시에는 문제가 되지 않으나, 실제 시스템에 적용시에는 무리한 지령치가 들어갈 수 있으므로 시스템의 안정성에 문제를 발생시킬 수 있다. 그러므로 표준 편차값을 평균적합도의 역수를 곱하여 시스템의 안정성을 고려하도록 하였다. 따라서 본 연구에서는 탐색 구간을 결정하는 표준편차값은 최대 적합도와 평균 적합도 차의 역수와 평균 적합도의 역수의 곱으로 아래식과 같이 나타내었다.

$$\sigma = \frac{K}{(f_{\text{best}} - f_{\text{avg}}) f_{\text{avg}}} \quad (12)$$

단,  $f_{\text{best}}$  와  $f_{\text{avg}}$ 는 최대적합도와 평균적합도를 나타내며, K는 상수이다.

$$\sigma = \begin{cases} \alpha & \text{if } \alpha < \sigma_{\max} \\ \sigma_{\max} & \text{if } \alpha \geq \sigma_{\max} \end{cases} \quad (13)$$

$\sigma_{\max}$ 는 최대 표준편차를 나타낸다.

그리고 본 연구에서 i번째 문자열에 대한 적합도 함수는 아래 식과 같다.

$$F(i) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^N e_i^2(k)} \quad (14)$$

단,  $e_i(k)$ 는 k step 시간에서의 오차를 나타낸다.

### 2.3 NFRM와 변형된 진화전략의 합성

NFRM은 퍼지 relation matrix를 사용하여, 추론이 간단하며 성능이 뛰어나다는 장점이 있다. 그러나 이런한 방법 역시, 일반적인 퍼지 제어기에서 멤버쉽 함수의 형태나 크기 및 추론 방법을 결정하여야하는 것처럼, relation matrix를 인간의 지식에 의존하여 결정하거나, trial-and-error 방식에 의하여 동조하는 단점을 가지고 있다. 그러므로 최적점 탐색능력이 우수한 진화 전략을 사용하여 인간의 지식에 의존하지 않고, relation matrix가 자동동조 되도록 하자 한다.

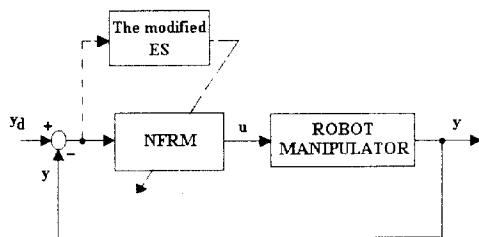


그림 2. 변형된 진화 전략과 NFRM의 합성한 블록선도

Fig. 2. Block diagram combining the modified ES and NFRM

relation matrix의 elements를 진화전략의 individual로 구현하

여, 위에서 제안한 변형된 진화알고리즘을 적용하였다.

위의 그림 2는 변형된 진화 전략과 NFRM를 합성하여 플랜트(로보트 매니퓰레이터)에 적용한 블록선도이다.

### 3. 로보트 매니퓰레이터의 수학적 모델 및 공칭궤적

제안된 제어알고리즘의 유용성을 증명하기 위하여, 2자유도 회전관절형 로보트를 대상시스템으로 시뮬레이션을 행하였다.

다음 식은 로보트 매니퓰레이터의 운동방정식을 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3M_1L^2 + 4/3M_2L^2 & 1/3M_2L^2 + 1/2M_2L^2C_2 \\ +m_2C_2L^2 & \\ 1/3M_2L^2 + 1/2M_2L^2C_2 & 1/3M_2L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$+ \begin{bmatrix} -1/2M_2S_2L^2\dot{\theta}_2 - M_2S_2L_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \\ 1/2M_2GLC_1 + 1/2M_2GLC_{12} \\ +M_2GLC_1 \\ 1/2M_2S_2L^2\ddot{\theta}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/2M_2GLC_{12} \\ 1/2M_2GLC_{12} \end{bmatrix}$$

단,  $M_1, M_2$ 는 링크 1, 2의 질량( $M_1=M_2=1\text{kg}$ )을 나타내고, L은 각 링크의 길이( $L=1\text{m}$ )를 나타낸다. 그리고 시간에 대한  $\theta_1, \theta_2$ 의 크기는  $t=0$ 초일 때  $(\theta_1, \theta_2) = (0^\circ, 90^\circ)$ ,  $t=0.25$ 초 일 때  $(15^\circ, 75^\circ)$ ,  $t=0.75$ 초일 때  $(75^\circ, 15^\circ)$  그리고  $t=1$ 초 일 때  $(90^\circ, 0^\circ)$ 이다. 그리고 공칭궤적은 4-3-4 joint trajectory planning 방법에 의해 구하였다.

### 4. 시뮬레이션 결과

2자유도 회전관절형 로보트는 링크1과 링크2가 커플링되어 있어, 상호 위치와 속도에 영향을 주고 받으므로 각각 1축씩 제어를 행할 경우, 정밀한 제어 결과를 얻기 어렵다. 이러한 MIMO 시스템인 로보트 매니퓰레이터를 제안된 제어알고리즘에 적용하여 그 유용성을 보이고자 한다.

제안된 제어기 입력 변수는 각 링크의 오차와 오차의 미분치인  $e_1, \dot{e}_1, e_2, \dot{e}_2$ 이며, 출력 변수는 각 링크의 토크인  $\tau_1, \tau_2$ 를 사용하여 구현하였다. 그리고 입출력 변수의 멤버쉽 함수는 각각 N(negative), P(positive) 2개씩으로 구성하였다. 그러므로 relation matrix는 표1과 같이  $2^4 \times 40$ 이다. 그림 3은 입출력 변수의 멤버쉽 함수를 나타내었다.

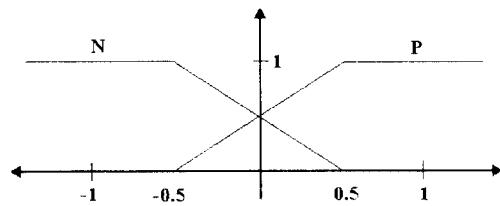


그림 3. 입출력 변수의 멤버쉽 함수

Fig. 3. Membership function of input-output variables

표 1 relation matrix  
Table 1. relation matrix

input				output	
$e_1$	$e_1'$	$e_2$	$e_2'$	$\tau_1$	$\tau_2$
N	N	N	N		
N	N	N	P		
N	N	P	N		relation matrix
					$2^4 \times 4 = 16 \times 4$
P	P	P	P		

변형된 진화전략에 사용된 파라메터는 아래와 같다.

- Population size : 20
- Maximum standard deviation  $\sigma_{\max}$  in (10) : [1.0 1.0 ... 1.0]
- Individual type : 64-dimensional real vector

아래 그림 4는 32세대가 지난 후의 링크1과 링크2의 위치 추적결과를 보였다. 짧은 세대가 지난 후 빠른 수렴 특성을 보였다. 그림 5는 32세대까지의 최대적합도와 평균적합도 그리고 표준편차의 크기를 나타내었다. 세대가 증가함에 따라 최대적합도와 평균적합도가 증가함을 보이며, 표준편자는 감소하여 수렴함을 보인다. 표준편차값이 감소함은 최대적합도와 평균적합도 값이 증가하여 파라미터 영역에서 정밀히 tuning을 하도록 한다.

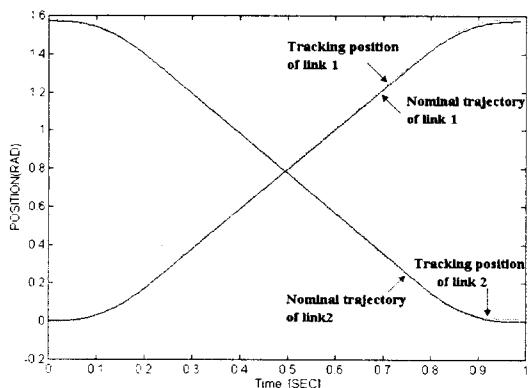


그림 4. 35세대가 지난 후의 링크 1,2의 위치 추적  
Fig. 4. Position tracking of link1 and 2 after 35 generation

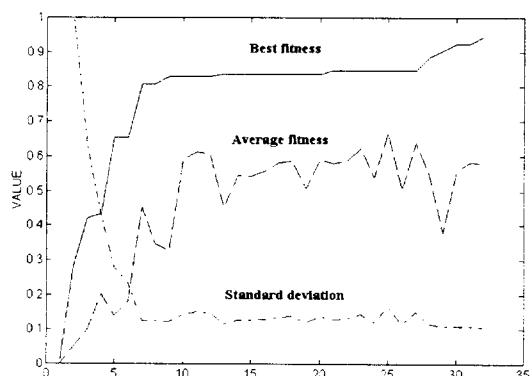


그림 5. 최대적합도와 평균적합도 그리고 표준편차의 경향  
Fig. 5. The trends of bestfitness, average fitness  
and standard deviation

## 5. 결론

주론이 간단하고 성능이 뛰어난 NFRM을 MIMO 시스템에 확장 적용하고, NFRM의 relation matrix를 인간의 지식에 의존하지 않고, 진화알고리즘의 하나인 진화전략을 이용하여 최적의 relation matrix를 구하였다. 진화전략 역시 빠른 수렴특성을 얻기 위하여 표준편차를 적합도에 따라 가변되는 변형된 진화전략을 사용하였다. 이와같이 제안한 제어기를 MIMO 시스템의 하나인 2자유도 회전관절형 로보트에 적용하여, 그 제어기의 유동성과 제어성능이 뛰어남을 증명하였다.

## 참고문헌

- [1] 박진현, 손만석, 최영규, “퍼지제어기와 유전알고리즘에 의한 BLDC 모터의 속도제어”, 대한전기학회논문지, 제44권, 11호, pp.1505-1510, 1995
- [2] Jack. M. Zurada, Introduction to artifical neural networks, West Publishing Company, 1992.
- [3] Kall Johan Åström and Björn Wittenmark, Adaptive control, Addison Wesley, 1992.
- [4] G. V. S. Raju and Jun Zhou, “Adaptive hierarchical fuzzy controller,” IEEE S.M.C. Vol. 23, No. 4, July 1993.
- [5] B. M. Chung and J. H. Oh, “Auto-tuning method of membership function in a fuzzy learning controller,” Journal of Intelligent and Fuzzy system, Vol. 1, 1994.
- [6] Zhiqiang CAO, Abraham Kandel, and Lihong LI, “A New Model of Fuzzy Reasoning”, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 36, pp.311-325, 1990.
- [7] Chen YU, Zhiqiang CAO and Abraham Kandel, “Application of Fuzzy Reasoning to the Control of an Activated Sludge Plant”, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 38, pp.1-14, 1990.
- [8] Daihee Park, Abraham Kandel, and Gideon Langholz, “Genetic-Based New Fuzzy Reasoning Models with Applications to Fuzzy Control”, IEEE Trans. on systems, man, and cybernetics, Vol.24, No.1 January, 1994.
- [9] David E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1989.
- [10] David B. Fogel, “An Introduction to Simulated Evolutionary Optimization,” IEEE Trans. on Neural Networks, Vol. 5, No. 1, January 1994.
- [11] Zbigniew Michalewicz, Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs, Springer-Verlag, 1994.
- [12] J. H. Park and Y. K. Choi, “An on-line PID control Scheme for Unknown Nonlinear Dynamics Using Evolution Strategy”. IEEE international Conference on Evolutionary Computation, May, 1996.