

여유구동을 지닌 5절 기구형 손 메카니즘의 성능해석 및 제어 알고리즘

Analysis and Control Algorithms for 5-bar Finger Mechanism With Redundant Actuators

이 병주 서일홍** 오상록***

**한양대학교 제어계측과(Tel: 0345 400-5218; Fax: 0345 406-6639; E-mail: bj@hyunpl.hanyang.ac.kr)

***한양대학교 전자공학과(Tel: 0345 400-5172; Fax: 0345 408-5803; E-mail: ihsuh@amadeus.kist.re.kr)

****한국과학기술원 정보전자부(Tel: 02 958-5757; Fax: 02 958-5709; E-mail: sroh@amadeus.kist.re.kr)

Abstract : A 5-bar structure with redundant actuators is proposed as a finger mechanism. It is shown that one additional redundant actuator greatly enhances the load handling capacity of the system. The actuator location should be carefully decided to maximize the performance enhancement. Furthermore, we develop stiffness and frequency control algorithms based on the internal loading created by redundant actuation. The effectiveness of these algorithms have been demonstrated by simulations.

Keywords : 5-bar Mechanism, Load Handling Capacity, Stiffness Control, Frequency Control.

1. 서론

어느 특정한 시스템의 모든 위치에서의 운동을 제어하는데 필요한 최소한의 파라메터의 갯수를 모빌리티라고 하며, 모빌리티가 작업 지점에서의 원하는 운동자유도 보다도 많은 경우를 여유자유도 시스템이라고 칭한다. 또한, 모빌리티 보다도 많은 액츄에이터로 시스템을 구동하는 경우를 여유구동(redundant actuation)된 상태라고 칭하며, 일반적인 인체 시스템은 이러한 구동모드를 지님을 살펴볼 수 있다[3, 4]. 예를 들어서 인체 팔은 모빌리티가 7이지만 29 개의 구동 액츄에이터(human muscle)로 구동되고 있다.

본 논문에서는 여유구동을 지니는 5절 형태를 지니는 손가락 구조를 제시하고 이에 대한 모델링, 성능해석 및 제어알고리즘에 대하여 살펴보고자 한다.

2. 기구학/동력학 모델링

2.1 5절 기구 메카니즘에 대한 내부 기구학

5절 기구에 대한 모델링을 위하여 Fig. 1의 형태를 살펴보자 한다. 이러한 5절 기구는 모빌리티가 2이므로 두 개의 액츄에이터로 구동 가능하다. Fig. 1의 모델은 변수 a 의 길이가 0인 형태로 많이 활용되고 있으며 지면에 연결된 두 개의 관절에 액츄에이터를 부착하는 것이 일반적인 경우이다. 그러나, 나머지 세 개의 유효관절들에도 액츄에이터를 부착하는 여유구동의 경우에는 두 개의 독립관절들과 나머지 세 개의 종속관절들 간의 기구학적 연관관계에 대한 이해가 필요하다. 독립관절 (θ_a)과 비독립관절 (θ_b) 간의 일차기구학 관계식은 아래와 같이 주어지며[5],

$$\dot{\theta}_b = [G_a^b] \dot{\theta}_a, \quad (1)$$

여기서 $[G_a^b]$ 는 독립관절들과 종속관절들 간의 일차 기구학적 영향계수를 나타낸다. 마찬가지 방식으로 이차 기구학적 영향계수 $[H_{aa}^b]$ 이 구해진다[1].

독립관절들과 종속관절들 간의 힘평형 관계식은 식 (1)의 속도관계와 힘관계의 이중관계로부터

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = [G_a^b]^T \begin{pmatrix} T_3 \\ T_4 \\ T_5 \end{pmatrix} \quad (2)$$

와 같이 주어지며, 이러한 시스템이 모든 관절 액츄에이

터로 여유구동된 경우에는 독립관절에 대하여 표현된 전체 구동력은 다음과 같이 표현된다.

$$T_a^* = T_a + [G_a^b]^T \begin{pmatrix} T_3 \\ T_4 \\ T_5 \end{pmatrix} = [G_a^b]^T T_\phi, \quad (3)$$

여기서

$$[G_a^b] = \begin{bmatrix} I \\ [G_a^b] \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$T_a = (T_1 \ T_2)^T, \quad T_\phi = (T_1 \ T_2 \ T_3 \ T_4 \ T_5)^T. \quad (5)$$

2.2 5절 기구 메카니즘에 대한 외부기구학

말단장치의 위치와 폐루프 체인의 독립 관절과의 관계를 나타내주는 외부기구학에 대하여 살펴본다. 폐루프 체인의 Open-Tree Structure에서의 r번째 직렬형 매니퓰레이터 체인의 관절들 ($,\phi$)은 종속 관절과 독립 관절로 이루어져 있기 때문에 다음과 같이 시스템 전체의 독립 관절의 항으로 표현될 수 있다.

$$\dot{\phi} = [G_a^b] \dot{\phi}_a, \quad (6)$$

여기서 $[G_a^b]$ 는 $[G_a^b]$ 의 요소들로 구성되며, 식 (6)을 r번째 직렬 체인의 속도관계식에 대입하여 말단장치와 독립 관절과의 관계를 다음과 같이 구한다.

$$\dot{u} = [G_a^b] \dot{\phi} = [G_a^b] [G_a^b] \dot{\phi}_a = [G_a^b] \dot{\phi}_a \quad (7)$$

여기서, $[G_a^b]$ 는 입출력의 차원이 동일할 때에는 유일하게 존재하는 함수이나 여유구동(즉, 입력이 출력보다 많을 경우)의 경우에는 유일하게 정의되지 않고 여러 가지 경우가 존재한다.

3. 최대하중용량에 관한 해석

3.1 최대하중용량

폐루프 메카니즘이 여유구동된 경우, 구동되는 관절 전체는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\theta_A = [\theta_s^T, \theta_a^T]^T \quad (8)$$

여기서 θ_s 는 전체 구동 관절에서 θ_a 을 뺀 나머지

구동관절을 나타내며 θ_p 의 부분집합이다.

말단장치에서의 힘 T_u 와 구동관절의 힘 T_A 간의 힘평형 관계식은 식 (8)과 같이 나타내어진다.

$$T_u = [G_u^A]^T T_A \quad (9)$$

여기서 $[G_u^A]$ 는 전체 구동관절 ϕ_A 와 u 간의 1차 KIC 행렬로서 다음과 같이 표현되며

$$[G_u^A] = [G_a^A][G_u^a] \quad (10)$$

$[G_a^A]$ 는 식 (4)에서 정의된 $[G_a^d]$ 의 부분집합이고,

$[G_u^a]$ 는 식 (6)에서 정의된 $[G_a^u]$ 의 역행렬이다.

$[G_u^A]$ 는 대칭행렬(Symmetric Matrix)이 아니며 T_A 의 차원이 T_u 의 차원보다 크므로 T_A 는 여러 개의 해를 가질 수 있다. 본 연구에서는 다음과 같이 $\|T_A\|$ 이 최소화 되도록 하는 T_A 를 활용한다.

$$T_A = ([G_u^A]^T)^+ T_u \quad (11)$$

여기서

$$([G_u^A]^T)^+ = [G_u^A]([G_u^A]^T[G_u^A])^{-1}. \quad (12)$$

하중 용량은 구동장치의 구동크기(Actuation Size)와 직접적으로 관련되는 성능지수이다. 최대하중용량이란, “어느 하나의 구동장치도 그 구동 한계(Actuation Limit)를 넘기지 않고 말단장치에서 어느 방향으로든지 가할 수 있는 힘의 최대 크기”로 정의된다[2]. 우선 n번째 구동장치의 구동 제한 조건은 아래와 같이 주어진다.

$$(T_{An})_{\min} = -T_{An}^A + T_{An}^G \quad (13)$$

$$(T_{An})_{\max} = T_{An}^A + T_{An}^G \quad (14)$$

여기서, T_{An}^A 는 n번째 구동장치에서의 구동 한계이고,

T_{An}^G 는 n번째 구동장치에 걸리는 중력에 의한 하중이다. 최적화 문제는 식 (12)과 (13)의 구속조건 하에서 $\|T_u\|^2$ 의 최소값을 구하는 것으로서 $\|T_u\|^2$ 는 아래와 같이 정의한다.

$$\|T_u\|^2 = T_u^T [W] T_u \quad (15)$$

여기서, $[W]$ 은 가중치 행렬(Weighting Matrix)이다. 최대허용하중은 아래와 같이 구하여진다[2].

$$(T_u)_{\max}^n =$$

$$\left(\sum_{j=1}^2 \frac{([G_A^u]_{jn})^2}{W_j} \right)^{-1/2} \min \{ |(T_{An})_{\min}|, |(T_{An})_{\max}| \} \quad (16)$$

이상과 같이 n번째 구동장치에 의한 허용하중 $(T_u)_{\max}^n$ 을 구한다. 모든 구동장치에서의 최대하중 용량을 구한 후, 이 값들 중에서 최소값이 그 자체에서의 최대허용하중으로 정의된다.

3.2 시뮬레이션

2 자유도를 지니는 5절 기구를 구동하기 위해서는 최소한 두 개의 액츄에이터를 부착하여야 하는데 여기에는 많은 경우의 수가 존재한다. 액츄에이터의 자중에 의한 동역학적 영향을 줄이기 위하여 두 개의 베이스 관절에 액츄에이터를 부착하는 것이 일반적이나 부동관절을 지면에 고정된 액츄에이터로부터 벨트로 연결하여 구동가능하므로 부동관절에 액츄에이터를 부착하는 것은 실제적으로 동역학적 영향과는 무관하다고 할 수 있다. 따라서 다음의 시뮬레이션에서는 중력의 영향을 무시한 평면형 5절 기구에 대한 해석을 수행한다.

우선 5절 기구의 기구학적/동역학적 파라메터들은 다음과 같이 정한다.

$$l_1 = l_3 = l_4 = l_5 = a = 0.1 m, \quad (17)$$

$$l_2 = 0.2 m$$

$$m_1 = m_3 = m_4 = 0.3 kg, m_2 = 0.6 kg$$

$$I_{z1} = I_{z3} = I_{z4} = 0.00025 kg \cdot m, I_{z2} = 0.002 kg \cdot m.$$

첫번째로 최소관절의 위치가 최대하중용량에 어떠한 영향을 미치는가에 대하여 살펴보자 한다. 각 액츄에이터의 최대구동력이 (+ -) 1 Nm로 주어졌을 때에 베이스관절로 이루어진 $(\theta_1 \theta_3)$ 관절과 $(\theta_1 \theta_2)$ 관절 간의 최대하중용량을 비교하자. 유효활동구간을 Fig. 1에서와 같이 $0.1 \leq x, y \leq 2.5$ 로 정의했을 때에 Fig. 2의 A와 B선도는 각각 $(\theta_1 \theta_3)$ 관절과 $(\theta_1 \theta_2)$ 관절을 구동관절로 정할 때에 작업공간 상에서의 최대하중용량의 분포와 평균치(*avg*)를 나타낸다. 두 개의 베이스관절을 사용하였을 때보다는 한 개의 베이스 관절과 다른 하나의 부동관절을 활용하였을 경우에 보다 큰 하중용량을 얻을 수 있음을 나타내고 있다. 이 결과는 다른 조합의 구동관절을 활용할 경우에 보다 큰 하중용량을 지닐 수 있음을 시사한다.

두번째로 하나의 액츄에이터를 추가로 부착하였을 경우에 하중용량에 미치는 영향을 알아보고자 한다. Fig. 2의 C선도과 D선도는 각각 $(\theta_1 \theta_2 \theta_3)$ 관절과 $(\theta_1 \theta_2 \theta_4)$ 관절에 액츄에이터를 부착한 경우에 대한 최대하중용량을 나타낸다. $(\theta_1 \theta_3)$ 관절과 여유구동된 $(\theta_1 \theta_2 \theta_4)$ 관절의 경우를 비교하면 전체적으로 하중용량이 약 3배 증가한 것으로 추정된다. 이 밖에도 많은 경우의 수가 존재하지만, 결과적으로 하나의 액츄에이터를 추가함으로서 최대하중용량의 극대한 향상이 있음을 판단할 수 있다. Fig. 2의 E선도는 다섯 개의 관절에 액츄에이터를 모두 부착하였을 경우의 최대하중용량을 나타내는데, 추가의 단일 액츄에이터로 여유구동된 경우와 비교하여 하중용량의 큰 증대가 없음을 나타내고 있다. 따라서, 여유구동되는 액츄에이터의 갯수는 하중용량을 증대시키는 데에 큰 역할을 하지 않고 단지 여유구동되는 하나의 액츄에이터가 큰 역할을 담당함을 알 수 있다.

4. 여유구동을 활용한 강성모델링 및 제어 알고리즘

4.1 강성모델링

시스템이 정적평형을 이루고 있는 상태에서 식 (9)은 다음과 같이 표현된다.

$$T_a^* = T_a + [G_a^s]^T T_s = [G_a^A]^T T_A = 0 \quad (18)$$

여기서,

$$[G_a^A] = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} \\ [G_a^s] \end{bmatrix}. \quad (19)$$

이러한 상태에서 시스템에 외란이 발생하면 마치 실제의 스프링처럼 평형상태를 기준으로 하여 진동하는 현상이 발생한다. 기존의 연구에서 식 (18)로부터 강성모델은 다음과 같이 유도된다[1].

$$[K_{aa}] = (-T_A)^T o[H_{aa}^A]^T. \quad (20)$$

몸체좌표계 위치와 최소좌표계 간의 강성행렬 관계식은 아래와 같이 주어지며

$$[K_{uu}] = [G_u^A]^T [K_{aa}] [G_u^a], \quad (21)$$

식 (20)를 식 (21)에 대입하여 정리하면

$$[K_{uu}] = (-T_A)^T o[H_{uu}^A], \quad (22)$$

여기서

$$[H_{uu}^A] = [G_u^a]^T [H_{aa}^A] [G_u^a]. \quad (23)$$

식 (22)을 벡터 형태로 바꾸어 나타내면

$$K_u = -[H_u^A] T_A, \quad (24)$$

여기서 K_u 와 $[H_u^A]$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$K_u = ([K_{uu}]_{1:1} [K_{uu}]_{1:2} [K_{uu}]_{2:2})^T. \quad (25)$$

$$[H_u^A] = \begin{bmatrix} ([G_u^a]^T [H_{aa}^A] [G_u^a])_{1:1} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^A] [G_u^a])_{1:2} \\ ([G_u^a]^T [H_{aa}^A] [G_u^a])_{2:2} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

4.2 주파수 모델링

정적 평형상태에서 시스템에 미소의 변위가 발생하였을 때의 시스템 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} [I_{uu}^*] \delta \ddot{\mathbf{u}} &= \mathcal{A}([G_u^a]^T T_A) \\ &= (T_A^T o[H_{uu}^A]^T) \delta \mathbf{u}. \end{aligned} \quad (27)$$

위의 식은 다시 아래의 식으로 표현되며

$$[I_{uu}^*] \delta \ddot{\mathbf{u}} + [K_{uu}] \delta \mathbf{u} = 0, \quad (28)$$

여기서, $[K_{uu}]$ 은 식 (22)에 주어진 강성행렬이다. 식 (28)의 양변에 $[I_{uu}^*]^{-1}$ 을 곱하여 정리하면

$$\delta \ddot{\mathbf{u}} + [I_{uu}^*]^{-1} [K_{uu}] \delta \mathbf{u} = 0, \quad (29)$$

여기서, 주파수행렬 $[w_{uu}]$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} [\omega_{uu}] [\omega_{uu}]^T &= [I_{uu}^*]^{-1} [K_{uu}] \\ &= (-T_A)^T o([I_{uu}^*] [H_{uu}^A]). \end{aligned} \quad (30)$$

주파수 행렬을 대각행렬이라고 가정하고, 식 (30)을 벡터 형태로 표현하면

$$\omega_u = [W_u^A] T_A, \quad (31)$$

여기서 ω_u 와 $[W_u^A]$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\omega_u = ([\omega_{uu}]_{1:1}^2 \ 0 \ [\omega_{uu}]_{2:2}^2)^T, \quad (32)$$

$$[W_u^A] = \begin{bmatrix} [[I_{uu}^*]^{-1} ([G_u^a]^T [H_{aa}^A] [G_u^a])]_{1:1} \\ [[I_{uu}^*]^{-1} ([G_u^a]^T [H_{aa}^A] [G_u^a])]_{1:2} \\ [[I_{uu}^*]^{-1} ([G_u^a]^T [H_{aa}^A] [G_u^a])]_{2:2} \end{bmatrix}. \quad (33)$$

4.3 힘분배 알고리즘

주어진 메카니즘의 평형 위치에서 $[K_{uu}]$ 의 강성행렬을 합성하기 위해서는 식 (18)과 식 (24)을 다음의 행렬식으로 조합하여 힘분배를 수행한다.

$$\begin{bmatrix} [G_a^A]^T \\ -[H_u^A] \end{bmatrix} T_A = \begin{bmatrix} 0 \\ K_u \end{bmatrix}. \quad (34)$$

식 (32)의 일반 해는 아래와 같다.

$$T_A = [G_{com}]^+ \mathbf{a} + ([I] - [G_{com}]^+ [G_{com}]) \boldsymbol{\epsilon}, \quad (35)$$

여기서, $[G_{com}]^+$ 는 $[G_{com}]$ 의 pseudo-inverse 해를 나타내며, $[G_{com}]$ 과 \mathbf{a} 는 다음과 같이 주어진다.

$$[G_{com}] = \begin{bmatrix} [G_a^A]^T \\ -[H_u^A] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ K_u \end{bmatrix}. \quad (36)$$

또한, 식 (35)의 두번째 항은 강성을 합성하고 남은 여유 액츄에이터를 이용하여 내력을 다른 목적으로 사용할 수 있는 공간을 제공하여 주는 해를 의미한다.

또한 주어진 메카니즘의 평형위치에서 $[w_{uu}]$ 의 주파수를 합성하기 위해서는 식 (24)에서 $[H_u^A]$ 를 $[W_u^A]$ 로 대체하면 된다.

4.4 시뮬레이션

Yi와 Freeman[1]은 일반적인 폐쇄체인 시스템의 상반구동에 의한 스프링효과 생성을 위한 필요조건을 유도하였는데, 이러한 조건에 따르면 주어진 5절 기구 시스템은 두 개의 비선형 holonomic 방정식을 가지므로 작업공간에서 두 방향으로 강성을 제어할 수 있다. 따라서, k_{xx} , k_{xy} , 그리고 k_{yy} 세 개의 강성요소 중에서 단지 두 개만 독립적으로 제어할 수 있고 나머지 하나의 크기는 종속적으로 결정된다. 그리고 두 방향의 운동을 위한 두 개의 액츄에이터와 두 방향의 강성을 제어하기 위한 두 개의 액츄에이터가 필요하므로 전체적으로 총 네 개의 액츄에이터가 요구된다.

시뮬레이션에서는 여유구동을 이용하여 k_{xy} 와 k_{yy} 의 크기를 $(x, y) = (0.1, 0.1)m$ 의 지점에서 $0 N/m$ 과 $500 N/m$ 로 제어한다. 정적평형 상태에서 시스템 액츄에이터가 원하는 스프링 효과를 내도록 구동시킨 상태에서 y방향의 스프링효과를 시험하기 위하여, 양의 y방향으로 $1 cm$ 당겨서 놓을 경우의 진동효과를 살펴보고자 한다. Fig. 3으로부터 5절 기구는 실제의 스프링처럼 진동하는 현상을 나타내고 있다.

일정한 주기를 가지고 진동하기 원하는 경우에는 4.3 절에서 주어진 방법을 사용하여 시스템의 진동주파수를 임의로 제어할 수 있다. Fig. 4와 Fig. 5는 각각 시스템의 진동 주파수가 $4 rad/sec$ 와 $8 rad/sec$ 로 주어졌을 때의 진동현상을 보여주고 있다. 진동주기는 진동주파수와 다음과 같은 관계식을 가지므로

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (37)$$

각 경우의 진동주기를 예측할 수 있으며, Fig. 4의 경우가 Fig. 5의 경우보다 두 배의 진동주기를 가짐을 살펴볼 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 여유구동을 지니는 5절 형태를 지니는 손가락 구조를 제시하였다. 하나의 여유 액츄에이터를 부착하는 경우에 최대하중용량이 매우 증대됨을 살펴보았고 액츄에이터의 부착위치가 성능향상에 매우 중요한 역할을 할 수 있었다. 또한 많은 액츄주파수를 액이터를 활용하여 시스템의 강성과 주파수를 개회로 방식으로 제어하는 알고리즘을 제시하였고 시뮬레이션을 통하여 확인하였다.

참고문헌

- [1] Yi, B-J. and Freeman, R. A., Geometric analysis of antagonistic stiffness in redundantly actuated parallel mechanisms. *Special Issues on Parallel Closed-Chain Mechanism, Journal of Robotic systems Vol. 10*, pp. 581-603 (1993).
- [2] Lee, S. H., Yi, B-J. and Kwak, Y. K., Performance Analysis and Optimal Actuator Sizing for Anthropomorphic Robot Module with Redundant Actuation. *Transaction of The Korean Society of Mechanical Engineers Vol. 19*, pp. 181-192 (1995).
- [3] Spence, P. A., *Basic human anatomy*. The Benjamin/Cummings Publishing Co. Inc. (1986).
- [4] Yi, B-J. and Freeman, R. A., Modeling and control of impedance properties in biomechanical systems. *Proceeding of ASME WAM, Advances in bioengineering BED-Vol. 20*, pp. 521-524 (1991).
- [5] Kang, H. J., Yi, B-J., Cho, W. and Freeman, R. A., Constraint-embedding approaches for general closed-chain system dynamic in terms of a minimum coordinate set. *The 1990 ASME Biennial Mechanism Conference, DE-Vol. 24*, pp. 125-132 (1990).

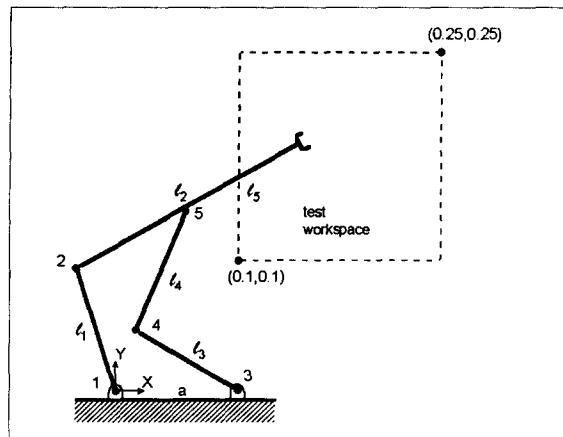


그림 1. 5절 기구 손메카니즘

Figure 1. 5-bar Finger Mechanism

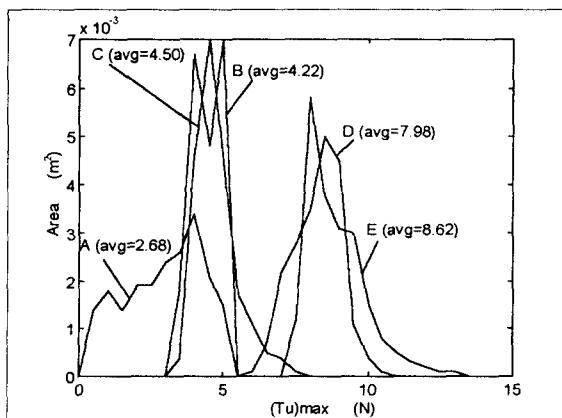


그림 2. 최대하중용량

Figure 2. Maximum Load Handling Capacity

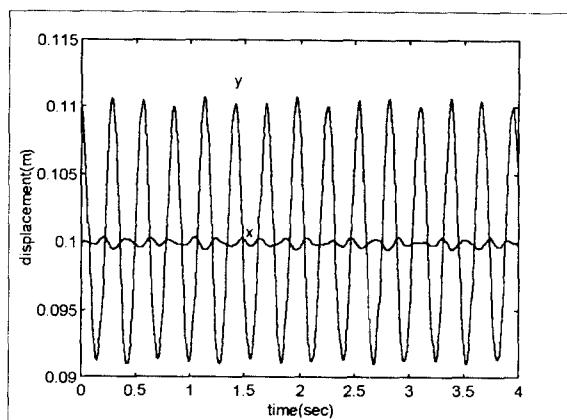


그림 3. 스프링 효과($K_{yy} = 500 \text{ N/m}$)

Figure 3. Spring Effect($K_{yy} = 500 \text{ N/m}$)

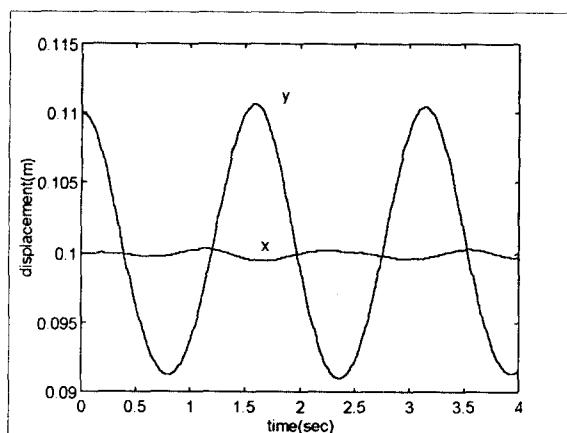


그림 3. 주파수 제어($\omega = 4 \text{ rad/sec}$)

Figure 4. Frequency Control($\omega = 4 \text{ rad/sec}$)

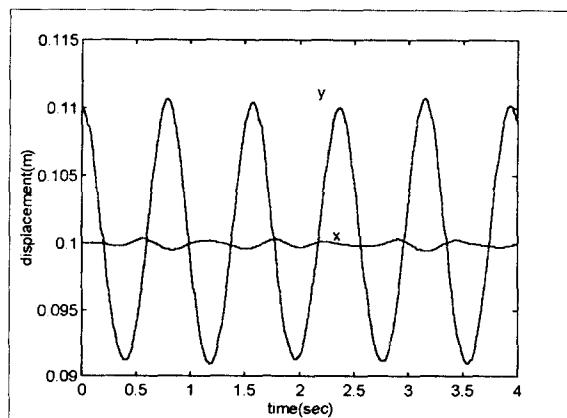


그림 5. 주파수 제어($\omega = 8 \text{ rad/sec}$)

Figure 5. Frequency Control($\omega = 8 \text{ rad/sec}$)