

확장된 칼만 필터를 이용한 속도 및 위치 검출기가 없는 IPMSM의 최대토크 운전

김 윤호 · 윤 병도 · 국 윤상
중앙대학교 전기공학과

Maximum Torque Operation of IPMSM Drives without Speed & Rotor Position Sensors Using An Extended Kalman Filter

Yoon-Ho Kim · Byung-Do Yoon · Yoon-Sang Kook
Department of Electrical Engineering, Chung-Ang University

Abstract - To control the speed of IPMSM drives it is necessary to know the speed and the rotor position. This is normally done by measurement of this values with electromechanical sensors. In this paper, a new approach to the position elimination method for the high performance variable speed IPMSM drives with the current controlled PWM technique is presented.

For the high performance drive capability in the speed region, a Extended Kalman filter algorithm is adopted to estimate the rotor position as well as the angular velocity for the practical sensorless IPMSM drives.

The high performance drive characteristics of the proposed method are verified using the wide simulation.

본 논문에서는 일정 토크 영역에서 릴럭턴스 토크를 이용한 최대 토크 운전기법으로 전류 위상각을 제어하고 제안된 센서리스 알고리즘을 IPMSM에 적용하여 시뮬레이션으로 고찰하였으며 제안된 알고리즘의 타당성을 입증하였다.

2. IPMSM의 모델

2.1 기기 방정식

고정좌표계에서 매입형 영구자석 동기전동기의 기기 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} v_q^s \\ v_d^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_q p & 0 \\ 0 & R_s + L_d p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_q^s \\ E_d^s \end{bmatrix} \quad (1)$$

1. 서론

영구자석 전동기는 회전자에 쿼부되어진 영구자석으로부터 자속을 공급받기 때문에 원활한 토크 제어를 위해서는 항상 정확한 회전자의 위치 정보를 취득하여야 한다.

본 논문에서는 회전형 위치 검출기를 사용하는 경우의 문제점을 해결하기 위한 방법으로 속도 및 위치 검출기가 없이 전 운전 범위에서 매입형 영구자석 동기전동기의 안정된 제어 특성을 얻을 수 있는 새로운 센서리스 알고리즘을 제안한다.

- 1) 전기계의 방정식만을 이용한 전동기 제 정수 변동의 영향을 최소화한다.
- 2) 칼만 필터를 제어에 도입하여 전동기의 역기전력을 추정하고 이를 기준으로 위치 검출기가 없는 영구자석 동기 전동기의 제어 시스템을 구성한다.

본 논문에서는 IPMSM의 최대 토크 운전을 하기 위하여 고정자 전류와 DC링크 전압만을 측정함으로써 전동기의 역기전력을 상태변수로 추정하여 회전자 위치와 속도를 연산하는 새로운 확장된 칼만 필터를 제안하였다.

본 논문에서는 위치에 대한 삼각함수와 속도항이 곱해져 있는 형태로 나타나는 역기전력의 성분을 상태 변수로 보고 상태 방정식을 간략화시킨다. 일반적으로 기계계의 시정수는 전기계의 시정수에 비해 훨씬 크다. 따라서 전동기 제어가 이루어지는 한 제어주기를 기계계의 시정수보다 매우 작게 선정하면 제어주기 내에서는 전동기의 속도가 거의 일정하다는 가정이 성립할 수 있다. 본 논문에서는 이러한 가정을 도입함으로써 한 추정 주기(estimation interval) 내에서 전동기 속도가 일정하다고 보고 전동기의 역기전력 성분을 추정하는 알고리즘을 설계한다.

전동기의 역기전력 성분을 다음과 같이 상태 변수 E_q^s , E_d^s 로 정의한다.

$$\begin{aligned} E_q^s &= \lambda_m \cdot \omega_r \cos(\theta_r) \\ E_d^s &= -\lambda_m \cdot \omega_r \sin(\theta_r) \end{aligned} \quad (2)$$

이때 전동기의 속도가 한 추정주기 내에서 일정하다는 가정으

로부터 다음과 같은 상태 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} E_d^s \\ E_d^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r \\ -\omega_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_q^s \\ E_d^s \end{bmatrix} \quad (3)$$

따라서 상태 변수로 $i_q^s, i_d^s, E_q^s, E_d^s$ 를 취하면 영구자석 동기 전동기의 전체 상태 방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_q^s \\ \dot{i}_d^s \\ \dot{E}_q^s \\ \dot{E}_d^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_s}{L_q} & 0 & -\frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & \frac{R_s}{L_d} & 0 & -\frac{1}{L_d} \\ 0 & 0 & 0 & \omega_r \\ 0 & 0 & \omega_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q^s \\ i_d^s \\ E_q^s \\ E_d^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_q} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_q^s \\ v_d^s \end{bmatrix} \quad (4)$$

2.2 상태 공간 모델

고정좌표계에서 매입형 영구자석 동기전동기의 동적 상태 모델은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (6)$$

상태 벡터 \mathbf{x} , 출력 벡터 \mathbf{y} 그리고 입력 벡터 \mathbf{u} 를 다음과 같이 정의하자.

$$\mathbf{x} = [i_q^s \ i_d^s \ E_q^s \ E_d^s]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{y} = [i_q^s \ i_d^s]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{u} = [v_q^s \ v_d^s]^T \quad (9)$$

여기서, i_q^s, i_d^s : 고정 좌표계의 전류.

v_q^s, v_d^s : 고정 좌표계의 상전압.

E_q^s, E_d^s : 고정 좌표계의 역기전압.

컴퓨터 시뮬레이션과 칼만 필터 알고리즘을 구현하기 위하여, 연속함수 형태의 상태 방정식은 다음과 같은 이산시간 상태 방정식으로 변환될 수 있다.

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi_k \mathbf{x}(k) + \Psi_k \mathbf{u}(k) \quad (10)$$

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}_k \mathbf{x}(k) \quad (11)$$

여기서, $\Phi_k = I + \mathbf{A} \cdot T_s$, $\Psi_k = \mathbf{B} \cdot T_s$

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{C}$$

3. 확장된 칼만 필터의 설계

칼만 필터는 상태 공간 개념에 기초한 최적 회귀 추정 알고리즘이다. 즉, 상관되지 않은 가우시안 공정과 측정 잡음을 가진 통계적 시스템의 상태 가능 분포의 조건적 평균과 분산을 계산하기 위한 최적 추정기이다. 칼만 필터 알고리즘은 시스템 잡음과 측정 오차의 통계, 그리고 초기 조건 정보를 가정하여, 시스템과 측정 동특성에 관한 지식을 이용함으로써 시스템 상태의 최소 오차 추정을 유도하기 위한 방법을 진행한다.

잡음을 포함한 이산시간 상태 모델과 출력 모델을 고려하자.

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi_k \mathbf{x}(k) + \Psi_k \mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (12)$$

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}_k \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \quad (13)$$

여기서, $\mathbf{w}(t)$: 시스템 잡음(process noise)

$\mathbf{v}(t)$: 측정 잡음(measurement noise)

시스템 공정과 측정 잡음 랜덤 프로세스 그리고 시스템의 초기 상태 변수가 다음의 가정을 만족한다고 가정하자.

$$E[\mathbf{w}(k)] = E[\mathbf{v}(k)] = 0 \quad (14)$$

$$E[\mathbf{w}(k)\mathbf{w}(k)^T] = \mathbf{Q}_0 \quad (15)$$

$$E[\mathbf{v}(k)\mathbf{v}(k)^T] = \mathbf{R}_0 \quad (16)$$

$$E[\mathbf{w}(k)\mathbf{v}(k)^T] = 0 \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E(\mathbf{x}_0) \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_0 = E\{[\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0][\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0]^T\} \quad (19)$$

측정 불가능한 잡음이 존재하는 동적 시스템의 미지의 상태 변수들을 추정하기 위하여 미지의 상태 변수들의 온라인 추정을 통하여 시스템 매개변수를 조정하는 것이 바람직하다. 회전자의 속도는 한 샘플링 주기 내에서 일정하다고 가정할때 비선형 방정식과 출력 방정식은 다음과 같은 형태로 표현될 수 있다.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), k) + \Psi_k \mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (20)$$

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k), k) + \mathbf{v}(k) \quad (21)$$

이 모델에서 $\mathbf{f}(\mathbf{x}(k), k)$ 는 상태 방정식의 비선형 부분이다. 모델의 선형화 과정을 위하여 편미분 또는 Jacobian행렬이 삽입되었고, 이산시간 상태모델은 다음과 같다.

$$\Gamma \triangleq \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), k)}{\partial \mathbf{x}_i} \Big|_{\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}(k)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - \frac{R_s}{L_q} T_s & 0 & -\frac{1}{L_q} T_s & 0 \\ 0 & 1 - \frac{R_s}{L_d} T_s & 0 & \frac{1}{L_d} T_s \\ 0 & 0 & 1 & \hat{\omega}_r T_s \\ 0 & 0 & -\hat{\omega}_r T_s & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\Delta \triangleq \frac{\partial h(\mathbf{x}(k), k)}{\partial \mathbf{x}_i} \Big|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}(k)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

위의 모델로부터 역기전력은 다음의 확장된 칼만 필터 알고리즘으로 추정될 수 있다. 상태 방정식의 갱신은 순시 $k+1$ 에서 그들의 기대치와 측정치 사이의 차에 의하여 순시 $k+1$ 에서 추정된다.

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \bar{\mathbf{x}}(k) + K_k(z(k) - h(\bar{\mathbf{x}}(k), k)) \quad (24)$$

위의 식에서 K_k 는 칼만 이득 행렬이고, 오차 공분산을 최소로 하기 위하여 조정될 수 있다.

$$P^-(k) = \Gamma_{k-1}P(k-1)\Gamma_{k-1}^T + Q_0 \quad (25)$$

여기서 Q_0 는 모델 오차에 대한 공분산 행렬이다.

시간 $k+1$ 에서 추정오차의 공분산 행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$P(k+1) = (I - K_k\Delta_k)P^-(k) \quad (26)$$

칼만 이득 행렬은

$$K_k = P^-(k)\Delta_k^T[\Delta_k P^-(k)\Delta_k^T + R_0]^{-1} \quad (27)$$

여기서 R_0 는 측정오차에 대한 공분산 행렬이다.

$$Q_0 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \times 10^3, \quad R_0 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

그리고 초기 상태 변수 추정값과 오차 공분산, $\hat{\mathbf{x}}_0$ 와 P_0 는 초기 상태 변수의 기지의 평균과 분산으로 주어진다.

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \bar{\mathbf{x}}_0 = 0$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 200 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

4. 센서리스 제어기의 설계

확장된 칼만 필터로부터 추정되는 물리량은 영구자석 동기전동기의 역기전력 성분이므로 이들로부터 제어에 필요한 속도 정보 및 위치 정보를 연산하는 작업이 수행되어야 한다.

영구자석 동기전동기의 벡터제어를 수행하기 위해서는 동기좌표계의 물리량이 고정좌표계로 변환되어야 한다. 이때 지속의 위치 정보가 사용되는데 본 논문에서는 역 탄젠트 함수를 사용하여 회전자 각을 취득한 다음 이를 제어에 이용하는 방법을 사용하였다. 전동기의 위치각에 대한 정보를 역 탄젠트를 이용하여 구한 이유는 저속에서의 잠음과 기동 문제 등에 의

한 벡터제어가 안정된 제어각을 확보하기 위한 것이다.

$$\frac{-E_d^s}{E_q^s} = \frac{\lambda_m \cdot \omega_r \sin \theta_r}{\lambda_m \cdot \omega_r \cos \theta_r} = \tan \theta_r \quad (28)$$

$$\therefore \theta_r = \tan^{-1}(-E_d^s, E_q^s) \quad (29)$$

속도가 음의 방향인 경우에는 실제 회전자 각과 역 탄젠트로 구한 값 사이에 180° 차이가 나는 효과가 발생하므로 이를 보정해 줄 필요가 있다.

$$\hat{\theta}_r = \tan^{-1}(-\hat{E}_d^s, \hat{E}_q^s) \quad (30)$$

$$\text{단, } \begin{cases} \text{if } (\omega_r > 0), & \hat{\theta}_r = \hat{\theta}_r \\ \text{else} & \hat{\theta}_r = \hat{\theta}_r + \pi \end{cases}$$

양변을 제곱하여 정리하면 다음과 같은 속도항을 포함한 방정식이 된다.

$$\begin{aligned} (\hat{E}_q^s)^2 + (\hat{E}_d^s)^2 &= (\lambda_m \cdot \hat{\omega}_r)^2 \\ \lambda_m \cdot \hat{\omega}_r &= \text{sgn}(\omega_r) \cdot \sqrt{(\hat{E}_q^s)^2 + (\hat{E}_d^s)^2} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\text{단, } \text{sgn}(\omega_r) = \begin{cases} +1 (\omega_r \geq 0) \\ -1 (\omega_r < 0) \end{cases}$$

이때, 전동기 속도의 방향에 대한 정보가 반드시 요구되며, 이는 추정된 위치각의 시간에 대한 변량으로부터 구할 수 있다.

$$\omega_r = \frac{d}{dt} \theta_r \approx \frac{\hat{\theta}_{a(n)} - \hat{\theta}_{a(n-1)}}{T_s} \equiv \frac{\Delta \theta_{a(n)}}{T_s} \quad (32)$$

$$\therefore \text{sgn}(\omega_r) = \begin{cases} +1 \text{ if } \Delta \theta_{a(n)} > 0. \\ -1 \text{ if } \Delta \theta_{a(n)} < 0. \end{cases}$$

한편, 속도제어를 수행하기 위한 전동기의 속도정보는 다음과 같이 간단한 형태로 얻을 수 있다.

$$\hat{\omega}_r = \text{sgn}(\omega_r) \cdot \frac{1}{\lambda_m} \sqrt{(\hat{E}_q^s)^2 + (\hat{E}_d^s)^2} \quad (33)$$

이렇게 연산된 추정 속도는 속도 제어기에 궤환되어 속도제어를 수행한다. 또한 추정된 속도에 대한 저역통과 필터가 다음과 같이 설계된다.

$$\begin{aligned} \omega_f(n) &= \left(\frac{2 - aT}{2 + aT} \right) \omega_f(n-1) \\ &+ \left(\frac{aT}{2 + aT} \right) [\omega_r(n) + \omega_r(n-1)] \end{aligned} \quad (34)$$

본 논문에서는 제어기의 구조를 크게 전류 제어기와 속도 제어기로 나누고 속도 제어기의 주기를 전류제어기 주기의 5배로 설정하였다. 또한 확장된 칼만 필터 알고리즘은 전류제어기가 실행되는 부분에 삽입하여 전류제어기와 동일한 주기로 동작하게 설계하였으며 속도 및 위치 정보를 계산하는 추정기는 속도제어기와 같이 동작하도록 구성하였다.

실제의 위치각은 속도의 시간에 대한 적분에 해당한다. 이

때 한 주기내에서 속도 변동이 없다고 가정하면 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\Delta\theta_{e(n)} = \hat{\theta}_{e(n)} - \hat{\theta}_{e(n-1)} = T_{est} \cdot \hat{\omega}_r \quad (35)$$

외부에 전부하가 인가되어 있는 경우에 제어기에서 사용하는 초기각과 실제 회전자 각 사이에 많은 위상 차이가 있는 때에는 토크가 제대로 발생되지 못하기 때문에 원활한 초기 구동을 기대하기 어렵다. 그러나 다음의 회전자에 약간의 필터링 작업을 하여 보정함으로써 파생되는 문제를 해결하고 보다 안정된 제어각을 제공함으로써 신뢰성을 부여하고자 한다. 추정 위치각을 보정하는 알고리즘이 그림 1에 도시되어 있다.

$$\Delta\theta_{max} = 2 \times |LF(\hat{\omega}_r)| \cdot T_{est} \quad (36)$$

$$\Delta\theta_{min} = -\Delta\theta_{max} \quad (37)$$

$$\therefore \Delta\theta_{min} \leq \Delta\theta_{e(n)} \leq \Delta\theta_{max} \quad (38)$$

로 설정함으로써 어느 순간에 시스템의 잠음 등에 의해 추정된 $\hat{\theta}_{e(n)}$ 에 오차가 포함될 때 각도의 변동치를 제한하여 제어각으로 사용하게 된다.

또한 위치 정보는 전류제어기에서 벡터제어를 위한 축 변환에 사용되는데 전류제어기의 연속성을 보장하기 위하여 전류제어기에 사용되는 제어각이 연속적으로 변동할 필요성이 있다. 따라서 계산된 위치정보가 속도제어기에 사용될 때에는 위치정보가 갱신되는 시점을 기준으로 속도에 따른 예상치를 고려하였다.

$$\theta_{e(k)} = \theta_{e(n)} + k \cdot T_s \cdot \hat{\omega}_r \quad (39)$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots, N-1)$$

칼만 필터를 사용하여 매입형 영구자석 동기전동기를 센서리스 제어하는 방법의 전체 시스템 구성도를 그림 1에 보인다.

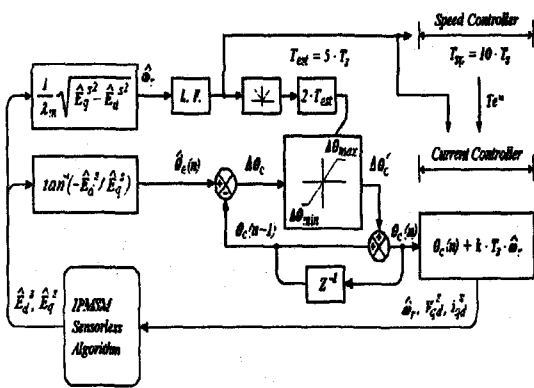


그림 1. 회전자 보정 알고리즘을 포함한 확장된 칼만 필터를 이용한 센서리스 제어기의 시스템 구성도.

Fig. 1. The block diagram of the sensorless controller using Extended Kalman Filter with compensation algorithm for the estimated position.

5. 디지털 시뮬레이션

5.1 시뮬레이션 배경

매입형 영구자석 동기전동기 센서리스 제어 알고리즘의 타당성을 입증하기 위하여 시뮬레이션을 행하였다. 시뮬레이션에 사용된 전동기는 0.5kW급의 정현파 형태의 역기전력을 갖는 매입형 영구자석 동기전동기이며 제 정수는 표 1과 같다.

표 1. 매입형 영구자석 동기전동기의 제 정수
Table 1. Parameter of IPMSM

정격 전류	1.73 [A]
정격 전압	220 [V]
상당 저항	11 [Ω]
상당 d축 인덕턴스	56.35 [mH]
상당 q축 인덕턴스	133 [mH]
회전자 관성모멘트	0.0001 [Nm-sec ²]
점성마찰 계수	0.0002 [Nm/rad/sec]
극수	4 [poles]

IPMSM의 센서리스구동을 위한 전체 제어 알고리즘의 구성도를 그림 2에 보인다.

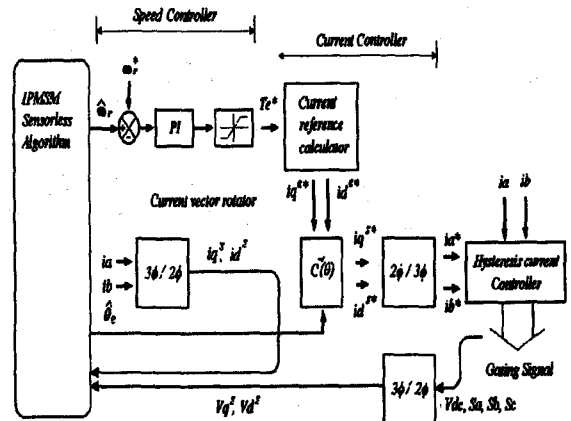


그림 2. 전체제어 알고리즘의 구성도.

Fig. 2. Overall block diagram of the controller algorithm.

5.2 확장된 칼만 필터를 이용한 접근 방식의 시뮬레이션

본 절에서는 확장된 칼만 필터를 이용한 매입형 영구자석 동기전동기의 센서리스 제어에 관한 시뮬레이션을 행한다. 이 방식에서는 위치센서없이 동기전동기의 제어에 필수적인 회전자 각과 회전자 속도를 취득하기 위하여 전동기의 상전류와 전압을 이용하여 역기전력을 확장된 칼만 필터를 이용하여 추정하고 있다.

본 시뮬레이션을 통해 전부하가 인가되어도 센서리스 제어 시스템이 안정적으로 동작함을 확인할 수 있었다.

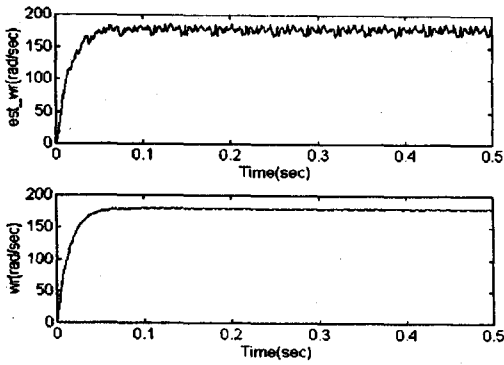


그림 3. IPMSM의 속도 추정 특성.
(속도 명령 : 0 → 2000[rpm], 부하 : 0 [p.u.])
Fig. 3. Speed estimation characteristics for IPMSM.

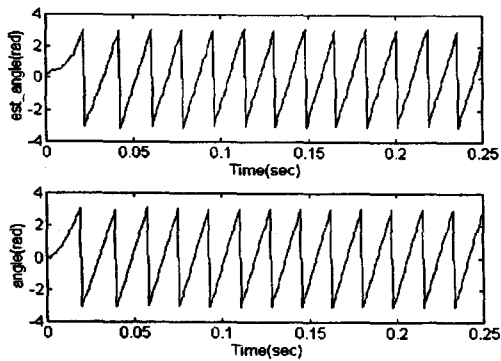


그림 4. IPMSM의 회전자 각 추정 특성.
(속도 명령 : 0 → 2000[rpm], 부하 : 0 [p.u.])
Fig. 4. Rotor angle estimation characteristics for IPMSM.

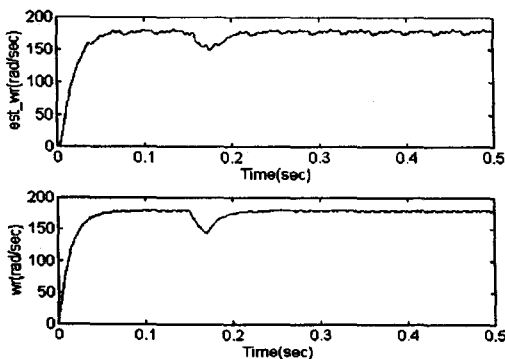


그림 5. 센서리스 제어기의 부하 변동에 대한 속도 특성.
(속도 명령 : 2000rpm, 부하 : 0 → 0.6 → 0[p.u.])
Fig. 5. Speed performance of the sensorless drives with load variation.

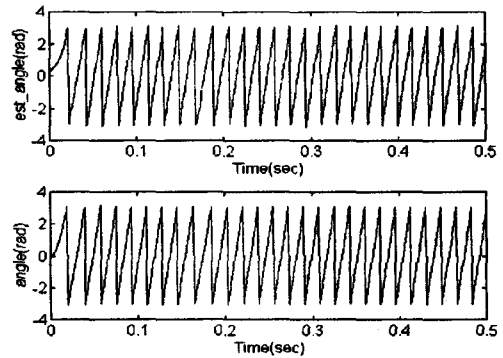


그림 6. 센서리스 제어기의 부하 변동에 대한 회전자 각 특성.
(속도 명령 : 2000rpm, 부하 : 0 → 0.6 → 0[p.u.])
Fig. 6. Rotor angle performance of the sensorless drives with load variation.

6. 결론

본 논문에서는 확장된 칼만 필터가 매입형 영구자석 동기전 동기의 속도와 위치 센서를 제거하기 위한 센서리스 방법을 채택하여 속도와 위치를 추정하기 위하여 구현되었다. 본 논문에서는 IPMSM의 최대 토크 운전을 하기 위하여 고정자 전류와 DC링크 전압만을 측정함으로써 전동기의 역기전력을 상태변수로 추정하여 회전자 위치와 속도를 연산하는 새로운 확장된 칼만 필터를 제안하였다.

본 논문에서는 일정 토크 영역에서 릴럭턴스 토크를 이용한 최대 토크 운전기법으로 전류 위상각을 제어하고 제안된 센서리스 알고리즘을 IPMSM에 적용하여 시뮬레이션으로 고찰하였으며 제안된 알고리즘의 타당성을 입증하였다.

참고 문헌

- [1] N. Ertugrul, PP. Acarnley. "A New Algorithm for Sensorless of Permanent Magnet Motors" IEEE. pp 414-421. 1992.
- [2] A. B. Kulkarni, M. Ehsani, "A novel Position Sensor Elimination Techniche for The Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drive", IEEE. IAS-28, pp. 773-779, 1989.
- [3] Y.S.Kim, S.U.Kim, I.W.Yang, "Speed Estimation of Vector Controlled Induction Motor without Speed Sensor by Reduced-Order EKF", IPEC'95 Yokohama Conf.Rec., pp.1665-1670, 1995