

체적요소기법을 이용한 비균질 유전체의 산란특성

배 근식, 김 চে영
경북대 전자전기공학부

Electromagnetic Scattering of Inhomogeneous Dielectric Body using Tetrahedral Modeling Method

Geon Sik Bae, Che Young Kim
Dept. of Elec., Kyungpook Nat'l Univ.

Abstract- A method for calculating the electromagnetic scattering from and internal field distribution of arbitrarily shaped, inhomogeneous dielectric bodies is presented. Tetrahedral volume elements are used to model a scattering body in which the electrical parameters are assumed constant in each tetrahedron. Special basis functions are defined within the tetrahedral volume elements to satisfy the boundary condition at interfaces between different dielectric media. In order to test the accuracy of the solution by using the present method, it is applied to obtain the scattered field by the dielectric sphere. The accuracy of the fields calculated by using the tetrahedral cell method is found to be comparable to that of others.

I. 서론

유전체에 의한 전자파의 산란현상에 관한 많은 연구가 수행되어 왔다[1, 2]. 특히 현대에는 전자파를 사용한 통신 수요의 비약적인 증가로 인해 전자파 산란 해석이 더욱 중요하게 되었다. 또한 인체에 대한 전자파의 영향에 관한 연구도 활발하게 이루어져 왔다[3, 4]. 임의의 구조체에 의한 산란현상을 조사하기 위해서는 산란체의 표면과 내부구조를 모두 고려하여야 한다. 대부분의 산란체는 비균질 매질로 볼 수 있다. 따라서 이러한 구조에 대한 엄밀해는 거의 존재하지 않기 때문에 주로 수치해석에 의한 근사적인 해를 구해야 한다.

본 논문에서는 임의 형태의 비균질 유전체에 의한 전자파의 산란특성을 조사하기 위하여 사면체 체적요소기법을 도입하였다[1]. 도입된 사면체 체적요소기법과 모멘트법을 사용하여 비균질 유전체 내부의 전개분포를 계산하였다. 전개분포의 계산을 위해서는 관련 적분방정식을 풀어야 하는데, 이를 위하여 각각의 체적요소에 대한 경계조건을 만족시키는 전개합수를 선정하였다. 제안된 기법의 타당성을 검증하기 위하여 이 기법을 비손실유전체구와 손실유전체구에 각각 적용하여 얻은 결과를 타 문헌의 수치와 비교하였다. 본 기법이 적용되는 구조로서 유전체구를 선정한 이유는 이 구조가 인체의 머리부분과 유사하기 때문이다[4]. 계산된 수치로부터 인체에 흡수된 전자파 전력의 크기를 추정할 수 있었다.

II. 체적적분 방정식의 유도

그림 1과 같이 임의의 산란체에 대해 전체전계는 입사전계와 산란체에 의한 산란전계의 합으로 표현된다[5]. 즉,

$$E(x) = E^i(x) + E^s(x) \quad (1)$$

이다. E^i 는 입사전계이고 E^s 는 산란전계를 나타낸다. 여기서 산란전계 E^s 는 벡터포텐셜 A 와 스칼라 포텐셜 ϕ 를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E^s(x) = -j\omega A(x) - \nabla\phi(x) \quad (2)$$

식 (2)의 우변의 각 항은 다음과 같은 체적적분 형태로 표현되어지며 이를 이용하여 체적적분 방정식을 유도할 수 있다.

$$A(x) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \bar{J}(x') \frac{e^{-jk_0|x-x'|}}{|x-x'|} dv' \quad (3)$$

$$\phi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \rho(x') \frac{e^{-jk_0|x-x'|}}{|x-x'|} dv' \quad (4)$$

단, $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0} = 2\pi/\lambda_0$ 이다. 이 때 v 는 복소 유전상수 $\hat{\epsilon}(x) = \epsilon(x) - j\sigma(x)/\omega$ 를 가지는 손실이 있는 비균질 유전체의 체적을 나타낸다. $\epsilon(x)$ 과 $\sigma(x)$ 은 각각 위치 x 에서의 매질유전율과 전도도를 나타내고, ϵ_0 과 μ_0 는 자유공간에서의 유전율과 투자율이다. 전체전계에 의해 유기되는 등가전류밀도 \bar{J} 는 다음과 같이 정의된다[1].

$$\bar{J}(x) = j\omega\{\hat{\epsilon}(x) - \epsilon_0\}E(x) \quad (5)$$

식 (4)의 피적분인자 $\rho(x)$ 은 체적내의 전하밀도이며 등가전류밀도 $\bar{J}(x)$ 과 다음과 같은 관계가 있다.

$$\nabla \cdot \bar{J}(x) = -j\omega\rho(x) \quad (6)$$

식 (1)에 (2), (3), (4), (5)를 대입하면 체적에 대한 전장 적분방정식이 유도된다.

전장 적분방정식은 전류밀도 \bar{J} 에 관해서 얻어지는데 본 논문에서는 산란체 내부에 유기되는 전계를 구하는데 주목적이 있으므로 편위상 전장 적분방정식을 전속밀도 D 에 관한 식으로 나타낸다. 맥스웰방정식에서 전장과 전속밀도의 관계는 다음과 같다.

$$D = \hat{\epsilon}E \quad (7)$$

$\hat{\epsilon}$ 은 매질의 복소유전율을 나타낸다. 식 (7)을 (5)에 대입하여 전류밀도 \vec{J} 를 전속밀도 D 에 관하여 나타내면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\vec{J}(\mathbf{r}) &= j\omega \frac{\hat{\epsilon}(\mathbf{r}) - \epsilon_0}{\hat{\epsilon}(\mathbf{r})} D(\mathbf{r}) \\ &= j\omega K(\mathbf{r}) D(\mathbf{r})\end{aligned}\quad (8)$$

이 때 $K(\mathbf{r})$ 은 대조비(contrast ratio)라 정의되는 인자이다[1]. 지금까지 유도한 식들을 이용하여 비균질 유전체의 채적적분방정식을 전속밀도 D 에 관하여 유도하면 다음과 같다.

$$E^i(\mathbf{r}) = D(\mathbf{r}) / \hat{\epsilon}(\mathbf{r}) - j\omega A(\mathbf{r}) - \nabla \phi(\mathbf{r}) \quad (9)$$

III. 전개함수의 도입

산란체의 채적 v 가 다수개의 사면체 요소로 분할하면, 비균질 유전체 영역을 근사적으로 모델링 할 수 있다. 이 때, 각각의 사면체 요소내에서 유전상수 ϵ 은 일정하다고 가정한다. 사면체 요소로 임의의 채적을 모델링할 때 사면체 요소를 구성하는 삼각형 면은 전개함수를 결정하는데 매우 중요하다.

그림 2는 산란체를 모델링하는데 사용된 하나의 사면체 요소쌍을 나타낸다. 여기서 한 개의 사면체 요소쌍을 이루는 두 사면체 T_n^+ 와 T_n^- 는 한 개의 삼각형 면을 공유하는데 이 공유면의 넓이를 a_n 이라 정의한다. T_n^+ 내의 점들은 원점에 대해 정의된 위치벡터 \mathbf{r} 에 의해 지정되거나 또는 T_n^+ 의 각각의 꼭지점에 대해 정의된 거리벡터 ρ_n^+ 에 의해 지정되어진다. 동일한 방법으로 T_n^- 내의 점들의 위치를 나타낼 수 있는데 다만 ρ_n^+ 가 T_n^+ 의 각각의 꼭지점에서 T_n^+ 의 내부로 향하는데 비해 ρ_n^- 는 T_n^- 의 내부에서 각각의 꼭지점으로 향하는 벡터로 정의되는 것이 다르다. 전개함수는 다음과 같이 정의된다[1].

$$\vec{f}_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{a_n}{3v_n^+} \rho_n^+, & \mathbf{r} \in T_n^+ \\ \frac{a_n}{3v_n^-} \rho_n^-, & \mathbf{r} \in T_n^- \\ 0, & \text{그외의 경우} \end{cases} \quad (10)$$

단, a_n 은 n 번째 사면체 요소쌍의 공유면의 면적이고, v_n^\pm 는 T_n^\pm 의 채적을 나타낸다. 각각의 전개함수는 사면체 채적요소를 구성하는 각 면에 해당되는 함수이다. 이러한 전개함수를 사용하여 전속밀도를 나타내면 다음과 같다.

$$D(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^N D_n \vec{f}_n(\mathbf{r}) \quad (11)$$

여기서 첨자 n 은 사면체 채적모델을 구성하는 삼각형 면의 수를 지시한다. 식 (11)을 이용하면 전류밀도 $\vec{J}(\mathbf{r})$ 과 전하밀도 $\rho(\mathbf{r})$ 을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\vec{J}(\mathbf{r}) = j\omega \sum_{n=1}^N D_n K(\mathbf{r}) \vec{f}_n(\mathbf{r}) \quad (12)$$

식 (12)를 (6)에 대입하면 전하밀도 $\rho(\mathbf{r})$ 에 대한 표현식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\rho(\mathbf{r}) = - \sum_{n=1}^N D_n K(\mathbf{r}) \nabla \cdot \vec{f}_n(\mathbf{r}) - \sum_{n=1}^N D_n \vec{f}_n(\mathbf{r}) \cdot \nabla K(\mathbf{r}) \quad (13)$$

식 (13)의 우변의 첫번째 항은 산란체 내부에 유기되는 채적전하 밀도를 나타내고 두번째 항은 산란체의 표면 전하밀도를 나타낸다.

IV. 전개함수를 사용한 시험과정

유도된 채적 적분방정식에 모멘트법을 적용하여 해를 구하기 위해서 행렬 형태로 변환이 필요하다. 본 논문에서는 근사적인 Galerkin의 시험과정을 이용한다. 앞에서 정의한 전개함수를 시험함수로 사용하여 (9)와 시험함수 $\vec{f}_m(\mathbf{r})$ 과의 내적을 취한다. 먼저 함수 \vec{f} 와 \vec{g} 의 내적은 다음과 같이 정의된다[6].

$$\langle \vec{f}, \vec{g} \rangle = \int_v \vec{f} \cdot \vec{g} dv \quad (14)$$

식 (9)를 시험함수 \vec{f}_m 을 사용하여 내적을 취하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\langle D / \hat{\epsilon}, \vec{f}_m \rangle + j\omega \langle A, \vec{f}_m \rangle + \langle \nabla \phi, \vec{f}_m \rangle = \langle E^i, \vec{f}_m \rangle \quad (15)$$

유도된 식 (15)를 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$[S_{mm}] [D_n] = [E_m] \quad (16)$$

식 (16)의 우변은 입사파의 전계를 나타내고 좌변의 첫번째 행렬은 (15)를 이용하여 계산할 수 있는 계수 행렬이다.

V. 수치 계산 및 결과

제안된 기법의 타당성을 검증하기 위하여 엄밀해가 존재하는 몇 가지 구조에 대해 이 기법을 적용하였다. 그림 3은 기법을 적용한 구조를 도시한 그림이다. 그림 3(a)는 x 축 방향의 편파를 가지는 평면파가 유전체구에 입사할 경우를 나타내고 있다. 그림 3(a)의 유전체 구를 앞에서 소개된 사면체 요소를 이용하여 216개의 사면체로 그림 3(b)와 같은 형태로 모델링하였다.

먼저 그림 4는 그림 3의 유전체구가 손실이 없는 경우에 z 축 방향으로 유도된 내부전계의 분포를 나타낸다. 이 때 유전체구의 상대유전율 ϵ_r 은 36이고, $k_0 a$ 는 0.408로 두었다. 여기서 a 는 유전체구의 반지름을 나타낸다. 수치결과가 부분적인 직선으로 나타나는 이유는 유전체구를 모델링하는 각각의 사면체 요소 중심과 사면체 요소쌍의 공유면의 중심이 동일한 직선 축상에 놓이지 않으므로 구해진 전계의 중간값을 도시했기 때문이다. 그림 5는 유전체구가 손실이 있는 경우에 z 축을 따른 흡수전력 분포를 구한 결과이다. 상대유전율 ϵ_r 은 36이고, $k_0 a$ 가 0.577인 경우의 결과를 구하였다. 손실이 있는 경우에는 입사파에 의해 유기된 내부전계분포가 중심에 대해 비대칭적임을 볼 수 있다. 그림 6은 층이진 비균질 유전체구의 내부전계 분포를 계산한 결과를 나타낸다. 유전체구를 층이 2개인 매질로 두고 두 층의 상대유전율 ϵ_{r1} , ϵ_{r2} 는 각각 16과 9로 두었다. 또, $k_0 a_1$, $k_0 a_2$ 는 각각 0.0595와 0.13으로 두고 결과를 산출하였다.

V. 결론

이상과 같이 본 논문에서 논의한 기법을 적용하여 손실이 없는 경우와 손실이 있는 경우, 그리고 비균질한 매질 형태의 유전

체 구조에 대한 결과를 알려진 엄밀해와 비교하여 상당한 정확성이 있음을 확인하였다. 여기서 논의된 구조 외에도 내부의 유전율 분포가 다양한 경우 사면체 체적기법을 이용하여 입사파에 의해 유기되는 내부필드의 계산이 가능하다.

참고문헌

- [1] D. H. Schaubert, et al., "A tetrahedral modeling method for electromagnetic scattering by arbitrarily shaped inhomogeneous dielectric bodies," *IEEE Antennas Propagat.*, vol. 32, no. 1, pp. 77-85, Jan. 1984.
- [2] S. M. Rao, et al., "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans Antennas Propagat.*, vol. 30, pp. 409-418, May 1982.
- [3] R. Jongakiem, "Electromagnetic absorption in biological bodies," *M. S. Thesis*, Dept. of Electrical and Computer Engr., Florida Atlantic Univ., Aug. 1988.
- [4] R. Rukspolmuang and K. M. Chen, "Heating of spherical versus realistic models of human and infrahuman heads by electromagnetic waves," *Radio Sci.*, vol. 14, no. 6, pp. 51-62, Nov. 1979.
- [5] R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, New York: McGraw-Hill, pp. 113-115, 1961.
- [6] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, New York: Macmillan, pp. 23-27., 1968.

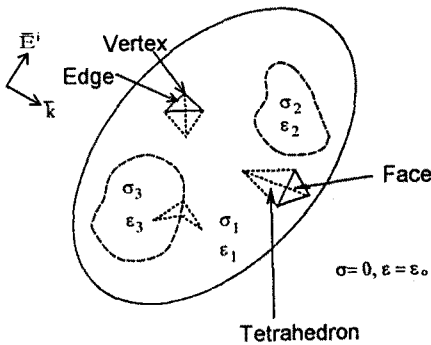


그림 1. 임의의 비균질 산란체

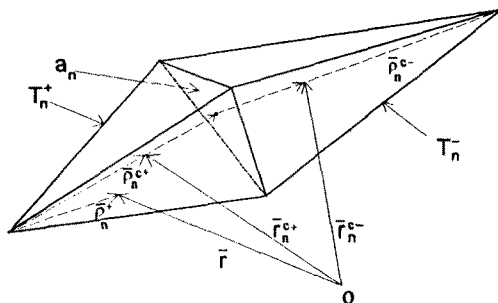


그림 2. 체적모델링에 이용된 사면체 요소쌍

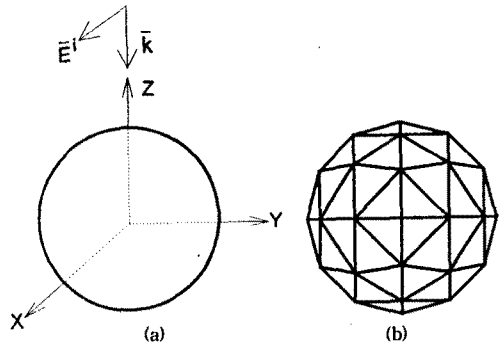


그림 3. 평면파가 입사되는 유전체구

(a) 유전체구 (b) 216개의 사면체로 모델링된 유전체구

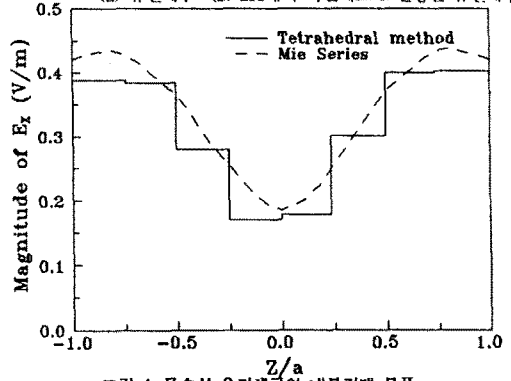


그림 4. 무손실 유전체구의 내부전계 분포

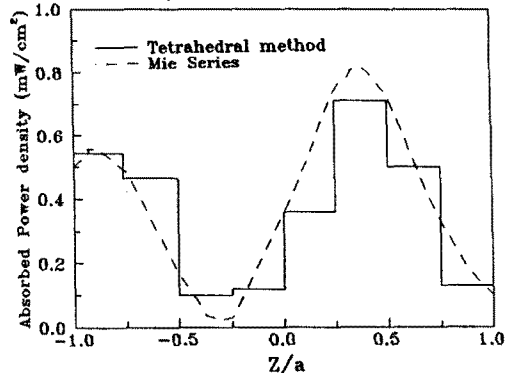


그림 5. 손실 유전체구의 흡수전력 ($\tan \delta = 0.39$)

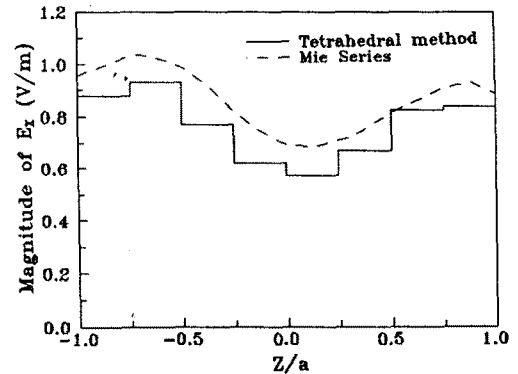


그림 6. 층이 진 비균질 유전체구의 내부전계 분포