

간략화된 Cavity내부의 Pancake 가열 시물레이션

이평화* *친창율* 이승우** 한송엽** 조규완*** 김웅수*** 정봉식*** 김현정***
 *서울시립대 전자공학과 **서울대 전기공학과 *** (주) LG 전자 (생활시스템 연구소)

Heating simulations of the pancake in the simplified 3D microwave oven.

Pyeonghwa Lee* *, Changyul Cheon*, Seung-Woo Lee**, Song-yop Hahn**

Kyuwan Cho***, Eungsu Kim***, Bongsik Jeong***, Hyunjung Kim***

*Dept. of Electronic Engineering, Seoul City University

**Dept. of Electrical Engineering, Seoul National University

***LG Electronics Inc. (Living System Laboratory)

Abstract : This paper presents simulations of the pancake in the simplified 3D microwave oven. The results were compared with experimental data. For the comparison we used infrared photography of the heated pancake and electric field distribution obtained by simulation. Finite Element Method (FEM) using edge element is employed for the simulation. For solving the large sparse system parallelled QMR method was used.

제 1 절 서 론

전자레이저를 이용한 음식물 가열 문제를 시물레이션 할 때 문제가 되는 점은 해석을 위하여 요소 분할을 하였을 때 너무 많은 미지수가 발생한다는 것이다. 전자레이저만을 요소 분할 하여도 크기가 대략 350×220×350 인 cavity와 음식물을 받쳐 주는 Tray, 주변 형상들을 고려하면 미지수 (edge)의 개수가 약 140000개가 발생한다. 그러나 cavity 내에서의 field의 분포는 음식물의 형상과 유전율에 의해 좌우되기 때문에 실제적인 제품 개발을 위해서는 cavity와 함께 음식물을 고려해야 한다. 유전율이 높은 생선이나 밀가루 반죽, 닭고기 같은 것을 같이 meshing할 경우에는 적어도 100만개, 보통 수백만 개의 mesh가 발생하게 된다. 140000개의 미지수를 계산하는데 Parallel Virtual Machine (PVM) system을 이용한 7대의 HP735 workstation에서 병렬 QMR solver를 이용하여 약 27시간이 걸렸다. 만약 100만개가 넘는 미지수를 계산하려면 슈퍼 컴퓨터를 사용하더라도 시간이 얼마나 걸릴지 알 수 없다. 이런 이유들로 해서 아직까지는 cavity와 함께 음식물을 시물레이션 하려는 시도를 하지 못하였고, 또 시물레이션 하였다 하더라도 제한된 메모리 때문에 요소 분할을 적절히 (충분히) 하지 못하거나 그 외 다른 이유들에 의해서 시물레이션 결과가 실험 결과와 일치하지 못하였다. 이런 불일치는 시물레이션을 위한 이론적인 가정들이 실제 현상을 대신하기에는 부족한 것이 아닌가 하는 의문만을 가져왔었다.

본 논문에서는 전자레이저의 성능 평가에 자주 쓰이는 pancake를 고려한 시물레이션 결과를 실제 실험 결과와 비교하여 만약 요소 분할을 적절히 한다면 두 결과가 거의 일치한다는 것을 보여졌다. 결과 비교는 pancake를 가열한 뒤 적외선 촬영한 사진과 시물레이션한 pancake에서의 전속 밀도 분포를 이용하였다.

해석 방법으로는 벡터 유한요소법이 임의의 형상에 적용이 가능하면서도 가상해(spurious solution)가 나타나지 않으므로 이를 이용하여 해석을 하였다. 실험에 사용된 pancake은 높이 (두께)를 얇게 하고 면적이 Cavity와 거의 같게 하였는데 이렇게 한 이유는 다음과 같다. 첫째, 모든 wave는 유전율이 높은 매질에서는 파장이 짧아지게 된다. 따라서 mesh의 크기도 작아져야 하는데 3D의 경우 mesh의 크기가 1/2이 되면 발생되는 요소의 개수는 약 8배가 되게 된다. 만약 어떤 유전체의 공기에 대한 상대적 유전율(ϵ_r)의 크기가 25라면 동일한 부피 내에서 동일한 mode를 고려하여 meshing하였을 경우 유전체에서 발생되는 요소의 개수는 공기 중에서 발생되는 개수의 125배가 되게 된다. 실험에 사용한 pancake의 유전율(ϵ_r)이 28 - j8 이었기 때문에 거의 ($\sqrt{\epsilon_r}$)³ 배로 증가하는 요소 수를 최소화하기 위해서 두께를 최대한 얇게 한 것이다. 둘째, pancake의 면적을 cavity와 거의 같게 하면 3D의 문제를 1D의 문제처럼 만들 수 있다. 이렇게 되면 계산상에 여러 가지 잇점이 있다. 예를 들면, 만일 1D의 FEM을 풀 경우 한 파장당 발생시키는 요소의 수를 줄더라도 2D나 3D 문제에 비하여 그 오차가 적다는 것이다. (따라서, 파장당 10개의 요소를 발생하지 않더라도 해석이 가능하다. 본 논문에서는 pancake내에서 파장당 4개의 요소를 생성하였었다.) 그리고, 이러한 잇점을 이용하여 pancake내에서 발생하는 요소의 개수를 줄일 수 있었다.

본 논문의 제 2절에서는 수치 해석에 사용한 유한요소법을, 제 3절에서는 수치 해석 결과와 실험치의 비교를, 제 4절에서는 3절의 결과에 의거한 결론을 적었다.

제 2 절 유한 요소법

어떤 모델 내의 전자파를 해석할 때 전체 또는 자계의 세기를 변수로 사용할 수 있으나 본 논문에서는 전체의 세기를 변수로 취하였다. Cavity 내의 전체의 세기는 벡터 Helmholtz 방정식을 만족하여야 하고 또한 cavity의 벽면이 완전 도체로 이루어졌다는 가정 하에서 벽면의 접선 성분의 전체의 세기가 '0'이 된다는 경계 조건을 만족하여야 한다. 이러한 경계 조건은 자계를 변수로 취했을 때 비하여 실질적인 미지수의 수가 줄어드는 장점을 가지다준다.

그림 1과 같은 cavity 내의 전계(electric field)를 해석하기 위해서 도파관의 입사면(S)에 TE₁₀모드를 입사시킨 경우, 지배 방정식은 (1)식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) - k_0^2 \epsilon_r \vec{E} &= 0 \\ \mathbf{n} \times \vec{E} &= 0, S \text{를 제외한 모든 면에서} \end{aligned} \quad (1)$$

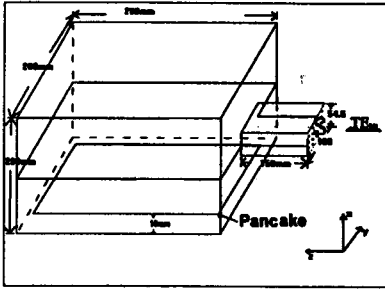


그림 1. Pancake 실험에 쓰인 cavity.

여기서 $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ 이고 cavity의 모든 면은 완전 도체라고 생각한다. (1)식은 cavity 내의 전체 영역에서 만족하여야 하므로 (1)식에 weighting 함수 \vec{N} 을 곱하여 전체를 적분하면 (2)식과 같이 되고 벡터 등식을 고려하여 전개하면 (3)식과 같이 된다.

$$\int_V \vec{N} \cdot \left[\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) - k_0^2 \epsilon_r \vec{E} \right] dv = 0 \quad (2)$$

$$\int_V \left[(\nabla \times \vec{N}) \cdot \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) - \nabla \cdot (\vec{N} \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right)) - k_0^2 \epsilon_r \vec{N} \cdot \vec{E} \right] dv = 0 \quad (3)$$

(3)식에 발산 정리를 사용하면 (4)식과 같이 된다.

$$\int_V \left[(\nabla \times \vec{N}) \cdot \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right) - k_0^2 \epsilon_r \vec{N} \cdot \vec{E} \right] dv + \int_S \vec{N} \cdot (\hat{\mathbf{n}} \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E} \right)) ds = 0 \quad (4)$$

여기서 $\hat{\mathbf{n}}$ 은 Cavity의 외부로 향하는 단위 법선 벡터이다. (5)식에서 면적분의 경우 도파관의 입력 포트(port)인 S면을 제외한 나머지 면은 모두 완전 도체이므로 S면 이외의 면에서는 그 값이 '0'이 된다. 면적분을 고려하면 입사파를 TE_{10} 이라고 생각하고 반사파도 도파관의 길이를 충분히 길게 하여서 ($\lambda_p/2$ 이상) 역시 TE_{10} 이라고 놓을 수 있도록 하면, 이 면에서의 전개는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z) &= \vec{E}^{inc} + \vec{E}^{ref} \\ &= \hat{x} E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{-jk_z z} + \hat{x} R E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) e^{jk_z z} \\ &\quad, 0 \leq y \leq a \end{aligned} \quad (5)$$

R : 반사 계수 (reflection coefficient)

$$k_z = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}$$

a : 도파관의 폭

(5)식과 같이 표현된 전개에 대해서 (4)식의 면적분을 풀이 보면,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{n}} \times \nabla \times \vec{E} &= j k_z \vec{E} - 2 j k_z \vec{E}^{inc} \\ &= -k_z \hat{\mathbf{n}} \times (\hat{\mathbf{n}} \times \vec{E}) + \vec{U}^{inc} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $\vec{U}^{inc} = -j 2 k_z \vec{E}^{inc}$ 이다.

이제 (4)식의 입사면의 적분 항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_S \vec{N} \cdot (\hat{\mathbf{n}} \times \frac{1}{\mu_r} \nabla \times \vec{E}) ds \\ = \int_S \frac{1}{\mu_r} [k_z (\hat{\mathbf{n}} \times \vec{N}) \cdot (\hat{\mathbf{n}} \times \vec{E}) + \vec{N} \cdot \vec{U}^{inc}] ds \end{aligned} \quad (7)$$

사면체 내의 변(edge)과 절점(node)을 그림 2와 같이 정하였을 때 절점을 기반으로 하는 사면체 요소의 형상 함수와 그 계수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$L_i^e = \frac{a_i^e + b_i^e x + c_i^e y + d_i^e z}{6V^e}, \quad i=1,2,3,4 \quad (8)$$

$$a_i^e = \begin{vmatrix} x_{i+1}^e & x_{i+2}^e & x_{i+3}^e \\ y_{i+1}^e & y_{i+2}^e & y_{i+3}^e \\ z_{i+1}^e & z_{i+2}^e & z_{i+3}^e \end{vmatrix}, \quad b_i^e = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_{i+1}^e & x_{i+2}^e & x_{i+3}^e \\ y_{i+1}^e & y_{i+2}^e & y_{i+3}^e \end{vmatrix} \quad (9-1)$$

$$c_i^e = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_{i+1}^e & x_{i+2}^e & x_{i+3}^e \\ y_{i+1}^e & y_{i+2}^e & y_{i+3}^e \end{vmatrix}, \quad d_i^e = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ y_{i+1}^e & y_{i+2}^e & y_{i+3}^e \\ x_{i+1}^e & x_{i+2}^e & x_{i+3}^e \end{vmatrix} \quad (9-2)$$

여기서 V^e 는 요소의 체적이고, \cdot^e 는 어떤 한 요소 내부에서 결정되는 값임을 의미한다.

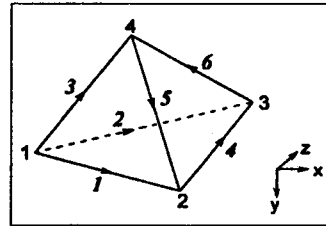


그림 2. 사면체 변요소

절점 기반의 스칼라 형상 함수인 L_i^e 를 이용해서 변 기반의 벡터 형상 함수인 \vec{N}_i^e 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{N}_i^e &= L_n^e \nabla L_2^e - L_2^e \nabla L_n^e, \quad i=1,2,3,4,5,6 \\ (i, 2) &\text{는 } i\text{번째 변의 시작절점과 끝절점의 번호} \end{aligned} \quad (10)$$

이렇게 정의된 형상 함수를 이용해서 요소 안의 전개는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{E}^e = \sum_{i=1}^6 \vec{N}_i^e E_i^e \quad (11)$$

(11)식을 모든 요소에 적용하여 (4)식과 (7)식에 의하여 system matrix를 만든 후 matrix의 해를 구하면 원하는 필드 값을 얻을 수 있다.

제 3 절 실험과 해석

프로그램 해석을 위해 mesh generating에 사용된 model (그림 1)은 실험에 사용한 실제 모델을 축정한 것이다. Mesh generating에는 MS사의 aries - version7.0이 쓰였다.

그림 1과 같이 가로-세로-높이가 280-280-200mm인 cavity에 바닥으로부터 10mm, 100mm위치에 밀가루 반죽 (pancake)을 놓고 각각 실험을 하여 이를 시뮬레이션한 결과와 비교를 해 보았다. 시뮬레이션에서 밀가루의 유전율과 무자율은 실험에 사용한 밀가루 반죽을 실제 측정 한 값으로 ϵ_r 은 $28 - j8$, μ_r 은 $1 + j0$ 로 했으며 입력 단에는 TE_{10} 모드를 입사했다.

Mesh를 자를 때는 파의 분포를 임의로 추론하여 고주파가 발생할 수 있는 부분 (구조적 불연속면, 매질의 불연속면)에서는 영역을 여러 개로 나누어 자유 공간 파장당 (122.4mm at 2.45GHz) 20개 이상으로 잘랐고, 입사 면에서는 TE_{10} mode의 도파관에서의 한 파장 길이에 대하여 15에서 20개로 잘랐다.

전체 미지수(mesh)의 개수는 pancake이 높이 10mm에 있을 때는 219,725개이고 100mm에 있을 때는 245,637개이다.

1) Pancake이 10mm 높이에 있을 때

그림 1에서 pancake이 10mm높이일 때의 실험결과가 그림 3 (30초간 가열)과 그림 4 (90초간 가열), 이를 시뮬레이션한 결과가 그림 5에 있다. 이들 그림을 비교하면 field pattern (가열 위치)이 일치함을 알 수 있다.

$y=0$ mm인 cavity 단면의 simulation한 전장 분포 결과 (electric field)가 그림 6에 나타나 있다. 이러한 단면을 보면 필드가 손실매질 (pancake)과 금속 면 (cavity) 사이에서 어떻게 진행하였는지 짐작할 수가 있다. 따라서 만일 cavity의 형상에 변화를 주었을 때 필드가 어떻게 변화할 것인가를 짐작할 수 있고, 이에 의해서 효율적인 cavity의 형상을 구현할 수 있을 것이다.

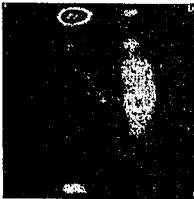


그림 3. 30초간 가열 (Pancake이 $x=10$ mm에 있을 때 실험한 결과)

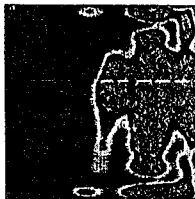


그림 4. 90초간 가열



그림 5. Pancake에서의 electric field 분포 (pancake이 $x=10$ mm에 있을 때 시뮬레이션 한 결과)



그림 6. $y=0$ mm인 단면의 electric field 분포

2) Pancake이 100mm 높이에 있을 때

바닥으로부터 100mm높이에서 실험한 결과 (pancake)가 그림 7에 이를 시뮬레이션한 결과가 그림 8에 나타나 있다. 그림 7은 cavity에 pancake을 넣어 20초간 가열한 것이다. 그림

에서 보듯이 field pattern이 거의 같고, 또, 각 mode의 상대적인 세기도 거의 일치하여, 시뮬레이션의 결과가 실제 실험 결과와 마찬가지로 신뢰할 수 있는 것임을 잘 보여주고 있다.

$x=100$ mm, $y=0$ mm인 cavity 단면의 simulation한 전장 분포 결과가 (electric field) 각각 그림 9, 10에 나타나 있다.

그림 9를 보면 pancake에서 손실되고 남은 field가 반사되어 도파관에서 정제파로 형성되어 있음을 알 수 있다.

그림 10을 보면 pancake의 loss tangent가 커서 pancake이 마치 electric wall처럼 작용하였음을 알 수 있다.

제 4 절 결 론

제 3 절에서 제시한 실제 실험 결과와 시뮬레이션 결과의 비교를 통하여 전자레인지의 가열 시뮬레이션이 실제 실험 결과물 대신할 수 있음을 보였다. 그리고 시뮬레이션을 하였을 경우 또 다른 잇점이 있음을 보였다. 실험을 하였을 경우에는 '음식물의 어느 부분이 어떻게 가열되었다' 라는 것만을 알 수 있다. 따라서, Cavity의 어떤 부분에서 반사된 field가 음식물의 어느 부분에 부딪히는 지를 전혀 알지 못하기 때문에 cavity의 어느 곳을 어떻게 고쳐야 음식물에 원하는 field pattern이 형성될지 알 수가 없었다. 그러나 시뮬레이션을 이용하면 음식물과 cavity 사이에서 field가 어떤 식으로 전파되고 반사되는지를 대략 알 수가 있다. 따라서 field가 음식물의 한 부분에 집중될 수 있도록, 또는 음식물에 끌고루 분산될 수 있도록 cavity의 형상을 변화시키 원하는 성능을 갖는 제품을 보다 쉽게 구현할 수 있을 것이다.

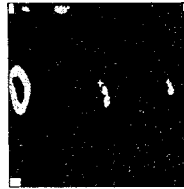


그림 7. 실험 결과 (* pancake이 $Y = 100$ mm에 있을 때)

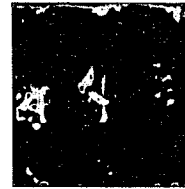


그림 9. $X = 100$ mm인 단면의 전계 분포 (pancake이 $x=100$ mm에 있을 때)

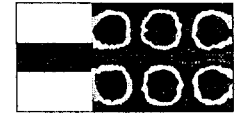


그림 10. $Y = 0$ mm인 단면의 전계 분포 (pancake이 $x=100$ mm에 있을 때 시뮬레이션한 결과)

REFERENCES

[1] Seung-Woo Lee, Analysis of 3D Microwave Oven Using Finite Element Method, IEEE CEFC' 96 Seventh Biennial Conference pp 333.
 [2] Jianming Jin, The Finite Element Method In Electromagnetics, John Wiley & Sons, New York, 1993.
 [3] Constantine A. Balanis, Advanced Engineering Electromagnetics, John Wiley & Sons, New York, 1989.
 [4] David M. Pozar, Microwave Engineering, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. New York, 1990.
 [5] R.F. Harrington, Time-Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1961.