

H^∞ 필터를 갖는 2관성계의 2자유도 PI제어

김승범^o, 김진수^o, 이을재^{*}, 김영석^{*}
인하대학교 전기공학과, 다원산전^{*}

Two-Degree-of-Freedom PI Control of Two-Mass System with H^∞ Filter

Seoung-Beom Kim^o, Jin-Soo Kim, Eul-Jae Lee^{*}, Young-Seok Kim
Inha University, Dawon Industrial Electronics^{*}

Abstracts

In the Industrial motor drive system, a torsional vibration is often generated because of the elastic element in torque transmission. Such system is simply modelled as a two-mass system. In this paper, it is proposed control system which is based on the two-degree-of-freedom PI control and resonance ratio control with the H^∞ filter which is robust in disturbance and noise. The control performance of the proposed control system are examined by the computer simulation.

1. 서론

전력변환기나 마이크로프로세스의 고성능화, 고기능화로 인하여 전동기 제어기술은 급속한 발전을 이루하게 되어 복잡한 부하계를 가진 전동기도 보다 견실하게 제어되기를 바라게 되었다. 특히 산업용 로보트나 철강 플랜트의 압연기 구동계 등의 전동기 구동시스템에 있어서, 전동기와 부하와의 결합부가 강성이 낮으면 이 기계계는 낮은 공진주파수를 갖게되고, 축비틀림이 발생하게 되는데 이러한 기계계를 2관성공진계라 한다.

이와 같은 공진주파수가 낮은 기계계에 대해서 종래의 PI 속도제어계로 제어하려고 하면, 공진에 의하여 결합축에 비틀림진동이 생기게 되어 응답속도가 빠르고 정정시간이 짧은 제어가 곤란하게 된다. 그래서 진동을 억제하기 위하여 여러 가지 제어법이 제안되어지고 있다. 그 중에서 공진비제어는 축비틀림 토크를 추정하여 관성비를 조정하여 축비틀림을 보상하는 것이다[1][2].

크기를 알지 못하는 의관에 대해 견실하도록 설계된 추정이론이 H^∞ 필터이다[3]. 본 논문에서는 축토오크의 변동에 견실하도록 H^∞ 필터를 사용한 2자유도 PI제어를 제안한다. 모의 실험을 통하여 제안된 알고리즘의 타당성을 검증하였다.

2. 2관성계

강성이 낮은 축에 의해 전동기와 부하가 연결된 2관성계의 시스템은 그림 1과 같이 되고, 그 블럭선도는 그림 2와 같이 구성된다.

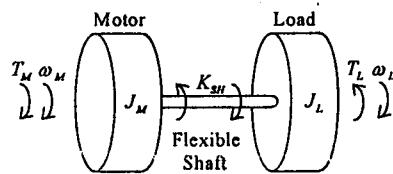


그림 1 2관성계 플랜트 모델

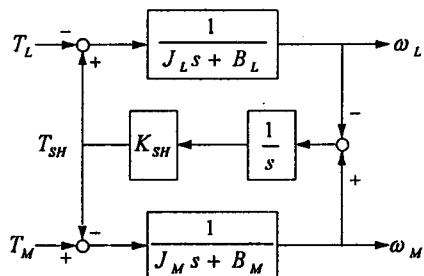


그림 2 2관성계 블럭선도

2관성계의 상태방정식과 출력방정식은 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{x} = A_p x + B_p T_M + B_d T_L, \quad \omega_M = C_p x \quad (1)$$

$$x = \begin{bmatrix} \omega_M \\ T_F \\ \omega_L \end{bmatrix}, A_p = \begin{bmatrix} -\frac{B_M}{J_M} & -\frac{1}{J_M} & 0 \\ K_{SH} & 0 & -K_{SH} \\ 0 & \frac{1}{J_L} & -\frac{B_L}{J_L} \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J_L} \end{bmatrix}, C_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

단, J_M , J_L : 전동기관성 $0.038[\text{kgm}^2]$, 부하관성 $0.1[\text{kgm}^2]$

B_M , B_L : 전동기, 부하감쇠계수 0

K_{SH} : 저탄성축비를림정수 $275.36[\text{Nm}/\text{rad}]$

ω_M , ω_L : 전동기, 부하각속도

T_M , T_{SH} , T_L : 전동기발생토오크,

축비를림토오크, 부하외란토오크

플렛에서 제어량은 부하속도 ω_L 이지만 관측할 수 있는 양은 전동기속도 ω_M 뿐이다.

3. 2자유도 PI제어계

그림 3에 2자유도 PI제어계를 보인다. 여기서 보상기 $G_1(s)$, $G_2(s)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \alpha K_p + \frac{K_i}{s} \\ G_2(s) &= (1-\alpha) K_p \end{aligned} \quad (2)$$

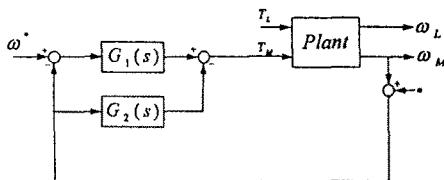


그림 3 2자유도 PI제어계

파라메타 $\alpha=1$, $B_M=0$, $B_L=0$ 으로 한 PI제어에서 모델링 오차가 없는 경우 그림 3의 속도제어계의 특성방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_p(s) &= s^4 + \frac{K_p}{J_M} s^3 + \left(\frac{K_{SH}}{J_L} + \frac{K_{SH}}{J_M} + \frac{K_i}{J_M} \right) s^2 \\ &\quad + \frac{K_p K_{SH}}{J_M J_L} s + \frac{K_i K_{SH}}{J_M J_L} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 K_p : 비례계인

K_i : 적분계인

다음에 $G_p(s)$ 를 다음의 2중근을 가지도록 설정한다.

$$G_p(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_H s + \omega_H^2)^2 \quad (4)$$

여기서 ζ : 감쇄계수($0 < \zeta \leq 1$)

$$\omega_H = \sqrt{\frac{K_{SH}}{J_L}} : \text{반공진주파수}$$

식 (3)과 식 (4)의 비교로부터 각 피드백계인은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_p &= 4J_M\zeta\omega_H \\ K_i &= J_M\omega_H^2 \end{aligned} \quad (5)$$

위의 식에 의해서 각 피드백계인의 설정은 ζ 만으로 설정된다. 식 (5)에 의해 PI제어로 개인을 설정한 제어계의 용답특성은 그림 4와 같다. 여기서는 0.5초에서 스텝외란을 부가하였다. PI제어만에 의해서 제어를 하면 오버슈트가 생겨 목표치 용답특성이 좋지 않게 된다. 그래서 그림 3의 2자유도 PI제어계를 사용하여 파라메타 α 를 조정하여 외

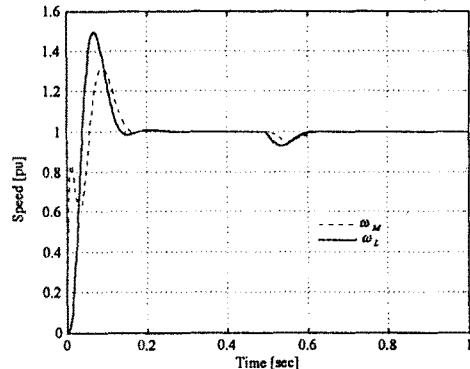


그림 4 PI제어에 의한 용답특성

란역압특성에는 영향을 주지 않고 목표치 용답특성을 임의로 조정할 수 있다. 그림 5는 2자유도 PI제어에 의해 제어된 파형이다. 이때 $\alpha=0.1$ 이다.

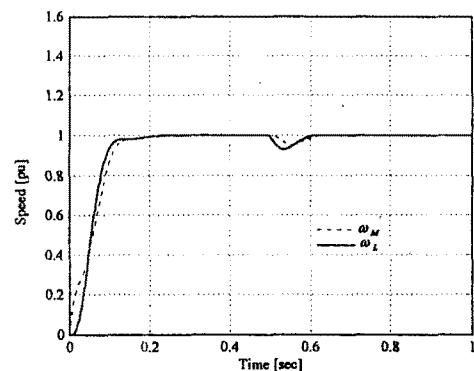


그림 5 2자유도 PI제어에 의한 용답특성

2자유도 PI제어를 하면 목표치 용답특성은 좋지만 여전히 정상상태에 이르는 시간이 약간 긴 것을 알 수 있다.

4. H^∞ 필터를 갖는 2자유도 PI제어계

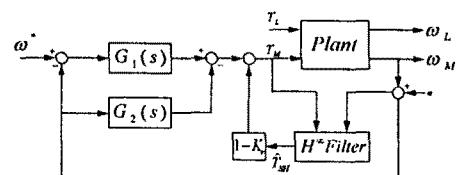


그림 6 H^∞ 필터를 갖는 2자유도 제어계

그림 6은 H^∞ 필터를 갖는 2자유도 PI제어계이다. 그림과 같이 H^∞ 필터를 사용하여 \hat{T}_{SH} 를 추정하며, H^∞ 필터의 출력인 \hat{T}_{SH} 를 공진비제어하고 있다.

4-1. 공진비제어

공진비제어는 축비를림토오크인 T_{SH} 를 K_p 에 비례하여

피드백시킴으로써 가상적인 전동기의 관성을 변동시키는 제어방법이다. 축비틀림토오크에는 외란을 포함하기 때문에 제어대상에 의하여 축비틀림을 억제하는 작용을 할 수 있다. \hat{T}_{SH} 를 T_{SH} 로 가정하고, 축토오크를 피드백한 후의 공진주파수 ω_n 은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}\omega_n &= \sqrt{\frac{K_{SH}}{J_M} K_r + \frac{K_{SH}}{J_L}} \\ &= K_R \omega H\end{aligned}\quad (6)$$

여기서 K_R 는 공진비로 다음 식으로 표시된다.

$$\begin{aligned}K_R &= \sqrt{\frac{K_r J_L}{J_M} + 1} \\ &= \sqrt{4\zeta^2 + 1}\end{aligned}\quad (7)$$

반공진주파수 ω_H 는 실제의 플랜트와 동일하여 변화하지 않지만 공진주파수 ω_n 과 공진비 K_R 은 파라미터 K_r 에 의해 변화한다.

4-2 H^∞ 필터

필터는 측정된 값을 사용하여 시스템의 상태를 추정하는 것이다. 본 논문에서 사용한 H^∞ 필터는 추정오차의 전력밀도스펙트럼의 최대값을 최소화시키는 것이다.

H^∞ 필터의 구현을 위한 상태방정식을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)w(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)w(t)\end{aligned}\quad (8)$$

여기서 $x(t) \in R^n$: 상태량

$y(t) \in R^p$: 측정량

$w(t) \in R^m$: 외부로부터 들어오는 잡음과 외란

여기서 (A, B) 는 가안정이고, (C, A) 는 가판축이고, 플랜트외란과 관측잡음이 서로 독립일 때 성능측정을 다음 식으로 정의한다.

$$J := \sup_{0 \leq t \leq T_2} \|z - \hat{z}\|_2^2, \quad \text{단 } x(0) = 0 \quad (9)$$

식 (9)에서 어떤 스칼라량인 γ 를 $J < \gamma^2$ 를 만족하도록 설정한다. 만약 다음의 미분방정식을 만족하는 대칭행렬 $P(t)$ 가 식 (10)과 같으면, $J < \gamma^2$ 인 필터가 존재한다.

$$\begin{aligned}P(t) &= A(t)P(t) + P(t)A^T(t) - P(t)C^T(t)C(t)P(t) \\ &+ \frac{1}{\gamma^2} P(t)L^T(t)L(t)P(t) + B(t)B^T(t)\end{aligned}\quad (10)$$

여기서 $P(t)$ 는 필터식을 구하기 위한 Riccati 미분방정식이고, $P(0) = 0$ 으로 한다. 따라서 $J < \gamma^2$ 를 만족하는 일 반적인 필터식은 다음과 같이 주어지게 된다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A(t)\hat{x}(t) + P(t)C^T(t)[y(t) - C(t)\hat{x}(t)], \\ \hat{x}(0) &= 0\end{aligned}\quad (11)$$

여기서 \hat{x} 은 우리가 원하는 추정값이고 $L(t)$ 는 원하는 추정값을 출력하기 위한 행렬이다.

본 논문에서는 2자유도 PI제어기를 사용하여 파라메터

α 값을 조정하여 값을 조정한 다음 H^∞ 필터를 사용하여 축비틀림 토오크를 추정해서 값을 보상해 준다. 축토오크를 추정하기 위하여 식 (11)의 필터 결과식을 2관성계에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A_p \hat{x} + PC_p^T[y - C_p \hat{x} + B_p T_M], \\ \hat{x}(0) &= 0\end{aligned}\quad (12)$$

$$\hat{z} = L \hat{x}.$$

여기서 L 은 상태 x 중에서 축비틀림을 출력하기 위해서 다음과 같이 정의한다.

$$L = [0 \ 1 \ 0] \quad (13)$$

H^∞ 필터를 사용하여 추정해온 값 \hat{T}_{SH} 에 공진비개인 K_r 을 곱하여 보상한 2자유도 PI제어의 응답특성을 그림 7과 같다. 그림에서와 같이 목표치 응답에서 시간지연이 없는 우수한 추종성능을 얻을 수 있다.

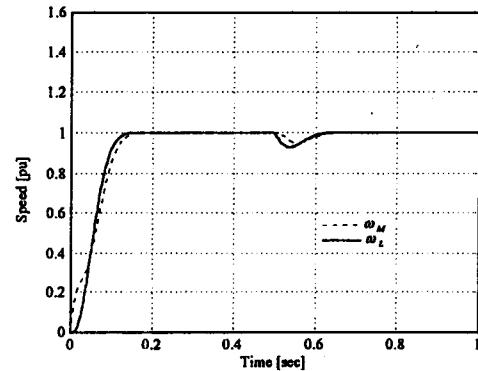


그림 7 H^∞ 필터를 갖는 2자유도 PI제어의 응답특성

6. 결론

본 논문에서는 2관성계를 가진 유도전동기의 진동억제 제어를 위하여 H^∞ 필터를 사용하여 추정한 \hat{T}_{SH} 에 공진비제어를 하여 2자유도 PI제어기에 보상하는 제어기를 제안하였다. 모의실험결과 축비틀림 진동억제, 외란억압, 목표치추종에 대하여 좋은 성능을 가짐을 확인하였다. 추후로 이 결과들을 실험을 통하여 입증하고자 한다.

참고문헌

- [1] 進藤 崇 外 2人, “共振比制御を施した2慣性系の H^∞ 制御による速度制御”, 日本電氣學會産業應用部門全國大會 No. 272, 1994
- [2] 龜山 浩幸 外 2人, “共振比制御に基づく軸ねじり振動抑 制制御と制御ゲインの設計法”, 日本電氣學會産業應用 部門全國大會 No. 271, 1994
- [3] Nagpal and Khargonekar, "Filtering and Smoothing in an H^∞ Setting", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 36, No. 2, 1991