

능동 차폐형 초전도 MRI 마그네트의 형상 최적화

진홍범⁰, 오봉환, 류강식 : 한국전기연구소 초전도용융연구사업팀
송준태 : 성균관대학교

Shape Optimization of Active Shield Superconducting MRI Magnet

H.B.Jin⁰, B.H.Oh, K.S.Ryu : Applied Superconductivity Lab in KERI
J.T.Song : Sung Kyun Kwan university

Abstract

A nonlinear optimization method for the shape optimization of actively shielded superconducting MRI magnet is presented. The presented design method can optimize both main coil and shielding coil simultaneously by setting constraints on stray field intensity at a specified distance from the magnet center. A 1 Tesla actively shielded superconducting MRI magnet, with 30cm bore diameter, is designed using the presented method.

1. 서론

초전도 MRI(Magnetic Resonance Imaging) 마그네트는 비교적 용이하게 고자계를 발생시킬 수 있으며, 영구전류스위치(Persistent current switch)를 이용하여 영구전류모드로 운전이 가능하므로 시간적으로 변화가 없는 안정한 자계를 발생시킬 수 있는 장점이 있다. 최근 초전도 MRI 마그네트의 개발동향은 화질향상 및 MRIS(MR Spectroscopy)를 위해 고자계화되는 추세이다. 그러나 마그네트의 발생 자계가 커질수록 주위로의 누설자계가 증가하기 때문에 주위환경에 악영향을 준다. 의료용 전자장비나 컴퓨터, 자기 테이프 등은 자계의 영향을 받기 쉬우며, 특히 심장 보조장치(pacemaker)는 매우 특별한 주의가 필요하다. 미국 FDA(Food and Drug Administration)에서는 MRI실 밖으로의 누설자계를 5 가우스(gauss) 이하로 권장하고 있다[1]. 따라서 누설자계를 억제하기 위한 대책이 필요하다.

본 논문에서는 주코일(main coil) 외부에 차폐코일(shielding coil)을 배치하여 억자계를 발생시킴으로써 누설자계를 억제하는 능동 차폐법에 관하여 연구하였다. 본 논문에서는 마그네트의 중심 공간에서 고균일한 자계분포를 형성하는 동시에 마그네트의 중심으로부터 일정 거리 이상에서는 설정된 자계값 이하로 누설자계를 억제하는 형상 최적화 수법에 대하여 기술한다.

2. 마그네트의 설계

z 축에 대하여 완전 축대칭(axial symmetry)인 이상적인 솔레노이드 코일의 z 축상 자속밀도는 다음 식(1)과 같이 축상 거리의 함수로서 Taylor Series로 나타낼 수 있다[2].

$$B_z(z) = B_0 + \sum_{n=1}^{\infty} q_n z^n \quad (1)$$

식(1)에서 $q_n = \frac{1}{n!} \frac{\partial^n B_z(0)}{\partial z^n}$ 는 코일의 n 차 source 항으

로서 코일의 기하학적 형상 및 전류밀도에 의해 결정된다. 짹수차의 source 항의 계산식은 참고문헌 [2]에 잘 정리되어 있으나, 본 논문에서는 먼저 두께가 매우 얕은 단층 솔레노이드 코일의 source 항의 계산식을 비오사바르(Biot-Savart)법칙으로부터 유도하고, 이것을 이용하여 여러층으로 이루어진 실제 솔레노이드 코일의 source 항을 계산하였다[3]. 마그네트의 중심 공간에서 균일한 자계분포를 형성하기 위해서는 다수의 솔레노이드 코일을 공간상으로 배치하고 식(1)에서 중심자계 B_0 이외의 항들이 최소화 되도록 코일의 기하학적인 형상과 공간상의 위치를 최적화 해야 한다. 또한 누설자계를 억제하기 위해서는 균일자계의 형성을 위한 조건과 함께 누설자계에 대한 조건을 함께 고려해야 한다.

본 논문에서는 능동 차폐형 MRI 마그네트의 설계 프로그램으로서 IMSL(International Mathematical and Statistical Library)[4]의 NCONF subroutine을 활용하여 비선형 최적화 프로그램을 개발하였다. 일반적으로 비선형 함수는 수많은 국부최소값(local minima)을 가지고 있으므로 초기치 설정이 매우 중요하다. 즉 초기치 설정을 잘해야 최적 해를 얻을 수 있으며 이것은 설계자의 경험에 의존하거나 그렇지 않으면 많은 시행착오를 반복해야 한다. 본 논문에서는 source 항과 동작전류의 선형관계를 이용하여 선형계획법(Linear Programming method)으로 코일의 초기형상을 결정하였다.

2.1 코일의 초기형상

그림1(그림1은 대칭성을 고려하여 전체의 1/4 평면만 나타낸)에 나타낸 바와 같이 주코일과 차폐코일은 각각 20개의 전류요소(current element)로 분할하고, 마그네트의 초기형상을 구하기 위하여 다음의 선형계획문제(Linear Programming Problem)를 설정하였다.

요소 수를 최소화하기 위해 각 요소전류의 절대치의 총합을 목적함수로 한다. 그리고 목표로 하는 중심자계 값과 균등 자계를 형성하기 위한 등호 제약조건으로서 중심 자속밀도를 1 Tesla, 8차까지의 source 항을 영으로 주고, 누설자계를 억제하기 위한 부등호 제약조건으로서 Z 축상 2m 지점 및 R 축상 1.5m 지점에서의 자속밀도의 절대치를 5 가우스 이하로 설정한다. 또한 설계변수인 동작전류에 제약을 주어 주코일의 동작전

류는 0~155 A, 차폐코일의 동작전류는 -155~0 A의 boundary를 준다. 이상을 간략하게 나타내면 다음과 같다.

등호 제약조건

$$\sum_{k=1}^{40} q_k^k = \sum_{k=1}^{40} q_4^k = \sum_{k=1}^{40} q_6^k = \sum_{k=1}^{40} q_8^k = 0$$

$$Bz(0,0)=1 \text{ Tesla}$$

및 부등호 제약조건

$$\begin{aligned} |Bz(\text{at } z=2\text{m})| &\leq 5 \text{ gauss} \\ |Bz(\text{at } r=1.5\text{m})| &\leq 5 \text{ gauss} \end{aligned}$$

하에서 다음의 요소전류를 변수로 하여

$$0 \leq I_1 - I_{20} \leq 155 \text{ ampere}$$

$$-155 \leq I_{21} - I_{40} \leq 0 \text{ ampere}$$

목적함수 $\sum_{k=1}^{40} |I_k|$ 를 최소화한다.

이와 같이 설정한 선형계획문제를 revised simplex algorithm에 기초한 IMSL의 DLPRS subroutine을 이용하여 해석한 결과 요소전류의 분포는 그림1의 빛금친 부분과 같다. 그림1에서 보면, 전류 값이 영이 아닌 요소의 분포는 주코일에서는 5개의 섹션으로 그리고 차폐코일은 2개의 섹션으로 구성된다. 본 논문에서는 각각의 섹션을 독립적인 코일로 간주하여 그림2에 나타낸 바와 같이 코일의 초기형상으로 결정하였다.

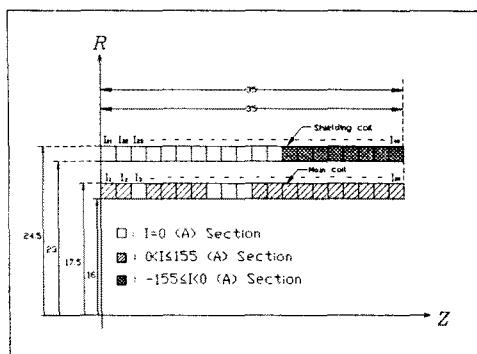


그림1 전류요소의 분할 및 요소전류의 분포

2.2 코일 형상의 최적화

2.1절에서는 각 전류요소의 동작전류를 설계변수로하여 코일의 초기형상을 결정하였다. 본 절에서는 주코일 및 차폐코일의 동작전류를 각각 155 A, -155 A 으로 고정시키고, 각 코일의 기하학적인 형상변수를 설계변수로하여 주어진 조건을 만족하는 최적 코일형상을 구한다.

먼저 제작 상의 편의성을 고려하여 주코일 및 차폐코일의 내 반경 $R_1(k)$ 을 각각 16cm, 23cm로 일정하게 한다. 그리고 각 코일의 외반경 $R_2(k)$ 및 길이 $L(k)$ 를 코일의 크기를 결정하는 설계변수로 사용하고, $z=0$ 평면으로부터 코일 좌측 단까지의 거리 $S(k)$ 를 코일의 위치를 결정하는 설계변수로 사용한다. 목적함수로서 총 선체 길이를 설정하여 선체 소요량을 최소화하도록 하고, source항 및 중심 자속밀도에 등호 제약조건을 주고, 누설자체에 부등호 제약조건을 준다. 또한 구해진 최적 코일형상이 실제적으로 제작 불가능한 형상(예를 들어 각 섹션이 겹쳐지는 경우)이 되지 않도록 설계변수에도 제약조건을 준다. 이상을 간략하게 요약하면 다음과 같다.

8차까지의 자계불균일 성분을 상쇄시키고, 원하는 중심자체를 발생시키기 위한 등호 제약조건

$$\sum_{k=1}^7 q_2^k = \sum_{k=1}^7 q_4^k = \sum_{k=1}^7 q_6^k = \sum_{k=1}^7 q_8^k = 0$$

$$Bz(0,0)=2 \text{ Tesla}$$

및 누설자체를 지정값 이하로 제한하기 위한 부등호 제약조건

$$\begin{aligned} |Bz(\text{at } z=4\text{m})| &\leq 5 \text{ gauss} \\ |Bz(\text{at } r=3\text{m})| &\leq 5 \text{ gauss} \end{aligned}$$

하에서 다음의 코일 형상변수를 설계변수로하여
lower limits $\leq X(i) \leq$ upper limits

사용되는 총 선체길이

$$\sum_{k=1}^7 \pi \cdot Td \cdot [R_2(k)^2 - R_1(k)^2] \cdot L(k)$$

를 최소화한다. 여기서 Td 는 권선밀도(권선수 /cm²), $X(i)$ 는 설계변수이다.

표1에는 비선형 최적화 프로그램으로 구한 코일의 치수를 나타낸다. 비교를 위하여 초기형상의 치수를 괄호 안에 함께 나타냈으며, 단위는 cm로 표기한다. 코일 번호는 그림2에 나타낸 바와 같이 내측의 주코일을 1번, 중간 부분의 주코일을 2번, 외측의 주코일을 3번으로 하고, 차폐코일을 4번으로 표기한다.

표1 최적화한 코일의 치수

Section No.	$R_1(k)$	$R_2(k)$	$L(k)$	$S(k)$
1	16(16)	17.1(17.5)	1.68(1.75)	0(0)
2	16(16)	17.1(17.5)	4.2(3.5)	4.88(5.25)
3	16(16)	17.5(17.5)	9.1(12.25)	14.98(14)
4	23(23)	24.5(24.5)	6.3(7)	39.1(28)

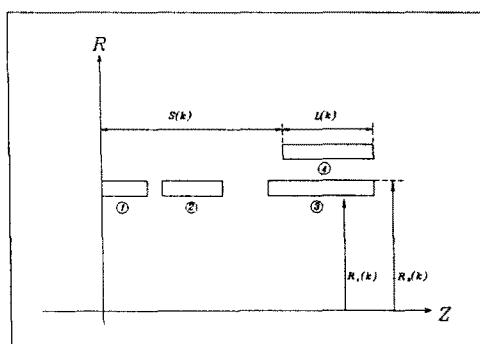


그림2 코일의 초기형상

표2에는 설계한 마그네트의 사양을 나타낸다. 자계 균일도는 2.5ppm/10cm DSV이며, 코일 내 최대 자속밀도는 1.8 Tesla, 저장에너지지는 43.7 kJ이다. 그림3에는 설계한 마그네트의 z축상의 자계분포를 나타낸다. 그리고 그림4 및 그림5에는 각각 차폐코일이 있는 경우와 있는 경우의 자속 분포도를 비교하여 나타낸다. 차폐코일이 있는 경우에는 자속선이 마그네트 외부로 무한히 뻗어 나가는 반면에 차폐코일이 있는 경우에는 차폐

코일에 의해 누설 자계가 억제되는 것을 볼 수 있다. 차폐코일이 없는 경우 5 가우스 영역은 마그네트의 원점으로부터 z축상으로 2.9m, R축상으로 2.3m 이었으나, 차폐코일이 있는 경우 5 가우스 영역은 마그네트의 원점으로부터 z축상으로 1.8m, R축상으로 1.5m 이내로 제한되었다.

표2 마그네트의 설계사양

동작전류	주코일 : 155 A 차폐코일 : -155 A
중심 자속밀도	1 Tesla
자계 균일도	2.5 ppm/10cm DSV
누설 자계	Z 축상 1.8m ≤ 5 Gauss R 축상 1.5m ≤ 5 Gauss
코일 내 최대 자속밀도	1.8 Tesla
선재사양	NbTi(φ 1 mm, 24심, Cu:s/c=7:1) $I_c=250$ A at 2.5 Tesla
권선밀도	100 turns/cm ²
권선수	주코일 : 4024 차폐코일 : 1890
선재길이	주코일 : 4.2 km 차폐코일 : 2.8 km
인덕턴스	3.6 Henry
저장에너지	43.7 kJ

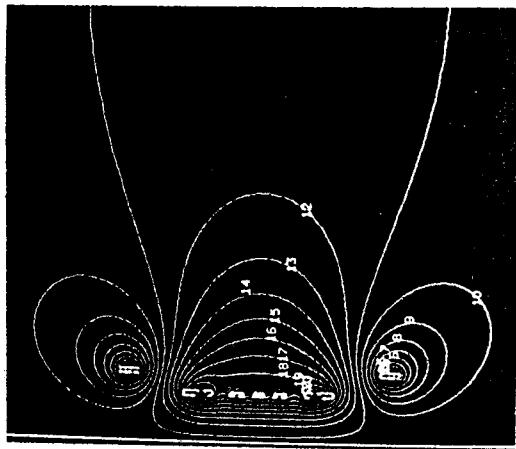


그림5. 농동 차폐한 마그네트의 자속분포

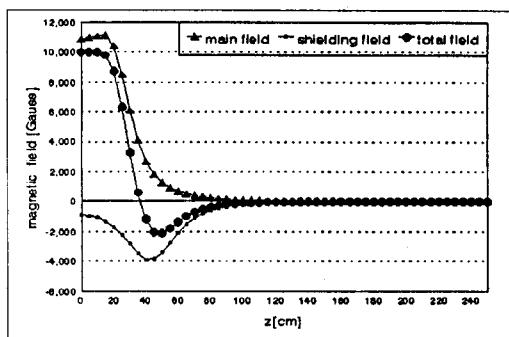


그림3. 마그네트의 z축상 자계분포

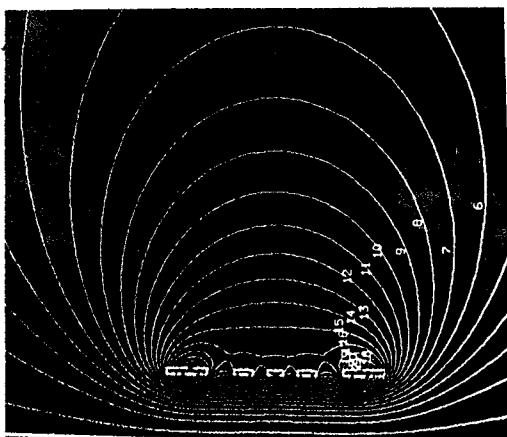


그림4. 차폐하지 않은 마그네트의 자속분포

3. 결론

주코일의 외부에 역방향의 자계를 발생하는 차폐코일을 배치한 구조의 농동 차폐형 초전도 MRI 마그네트를 설계하기 위해서는 마그네트의 중심 공간에서 균일한 자계를 형성하는 동시에 외부로의 누설자계를 일정 값 이하로 억제하는 설계법이 필요하다. 본 논문에서는 균일자계를 형성하기 위한 조건과 누설자계를 억제하기 위한 제약조건을 동시에 설정하고, 이를 조건을 만족하는 코일형상의 최적화 수법을 개발하였다. 본 최적화 수법을 적용하여 보아직경 30cm, 중심자계 1 Tesla의 농동 차폐형 초전도 MRI 마그네트를 설계한 결과 본 설계법의 타당성을 입증할 수 있었다.

참고문헌

- [1] D.C.Hawksworth, "Development of Superconducting Magnet Systems for MRI," Advances in Cryogenic Engineering, Vol.35, pp.529-538, 1990.
- [2] D.B.Montgomery, et al, Solenoid Magnet Design, Robert E. Krieger Publishing Co., 1980.
- [3] 진홍범 외 2명, "농동 차폐형 초전도 MRI 마그네트의 설계," 전기학회 논문지, 제45권, 제1호, pp.24-29, 1996.
- [4] IMSL MATH/LIBRARY, IMSL, Inc., Version 1.1, 1989.