

## 벌크형 고온초전도에서의 상전도영역 전파속도 해석

추용\*, 주민석, 김호민, 고태국  
연세대학교 전기공학과

### The Analysis of Normal Zone Propagating Velocity in High Tc Bulk superconductor

Yong Chu, Minseok Joo, HoMin Kim, TaeKuk Ko  
Dept. of Electrical Eng., Yonsei University

**Abstract** - This paper is a study on the analysis of nomal zone propagating velocity in high Tc superconductor. Steady-state solution is analyzed based upon the one-dimensional heat transfer equation. This model incorporates the temperature and magnetic field depedent superconductor properties. The analytical results indicate that the propagation velocity is not a linear function of operating current, magnetic field and temperature.

#### 1. Introduction

고온초전도체는 액체질소의 끓는점인 77K보다 높은 임계온도를 가지므로 저온상태를 만들기 위한 냉매로써 액체질소의 이용이 가능하게 되어, 기존의 저온초전도체에 비해 냉각비용이 훨씬 감소하게 되었는데, 이러한 점 때문에 고온초전도체의 용융은 많은 분야에서 시도되고 있으며 그중 가장 기본적이며 빨리 실용화될 수 있는 것으로는 고온초전도 스위치가 있다. 초전도체가 임계에너지 이상의 에너지(MQE ; Minimum Quench Energy)를 공급받게 되면 초전도체는 상전도체로 전이하게 되며, 이러한 현상을 '팬칭'이라고 한다. 초전도발전기 등 대부분의 초전도 용융기기에서 이러한 팬칭현상은 시스템의 안정도나 손실측면에서 나쁜 영향을 미치게 되나, 이러한 특성을 유기적으로 제어함으로써 on-off 동작을 수행하는 스위치로 이용할 수가 있게 된다. 이러한 스위치동작해석은 상전도영역의 발생 및 전파메카니즘에 대한 이해가 필요하다. 그 중 상전도영역의 전파메카니즘에서 초전도체에서 정상상태시 상전도영역의 전파를 해석하는 것은 필수적인 과정으로 사료된다.

해석방법 차원에서 본다면, 기존의 논문들은 초전도의 비열 및 열전도도 등을 상수로 처리함으로써 해석을 단순화 하였다[3]. 물론 이와 같은 해석은 실제적용시 큰 오차를 발생하지는 않지만, 보다 정확한 해석을 위해서는 물질상수를 온도의존함수로 처리함이 필요하다. 본 논문에서는 YBCO 벌크

를 해석모델로 설정하고 실험데이터를 근거로하여 나온 물질상수값들을 근거로하여 상전도영역의 전파에 대해 시뮬레이션하였다.

#### 2. The Governing Equation

초전도체에 MQE이상의 에너지 침입은 국부적인 상전도영역을 형성한다. 일단 이러한 영역이 형성되면 전송전류와 상전도영역의 저항에 줄발열(joule heating)이 발생하고 이러한 발열이 주변 냉매로의 열전달보다 크게 된다면, 열전도(heat conduct)에 의해 초전도-상전도 경계면은 초전도영역으로 확장하게 된다.

또한, 단면과 길이의 비(S/L)가 S/L<<1이면, 단면에서의 물리적양들의 변화율은 길이방향의 변화율에 비해 무시할 수 있게 된다. 따라서, 이러한 열적거동을 표현하는 방정식은 1차원적 모델로 근사화할 수 있으며, 냉매로의 대류를 고려한 일반적인 열전달방정식은 해석모델에서 다음과 같다.

$$K_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial K_s}{\partial T_s} \left( \frac{\partial T_s}{\partial x} \right)^2 - C_s \frac{\partial T_s}{\partial t} - \frac{h_s P}{A} (T_s - T_b) + Q_s = 0 \quad (1)$$

$$K_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{\partial K_i}{\partial T_i} \left( \frac{\partial T_i}{\partial x} \right)^2 - C_i \frac{\partial T_i}{\partial t} - \frac{h_i P}{A} (T_s - T_b) = 0 \quad (2)$$

여기서,  $C$ 는 비열,  $K$ 는 열전도도,  $h$ 는 대류열전달계수,  $A$ 는 초전도체의 단면,  $P$ 는 단면주위의 길이,  $T_s$ 는 냉매의 온도, 그리고  $Q$ 는 초전도체에서의 줄발열이다.

정상상태에서 상전도영역의 전파속도는 등속도라고 할 수 있으므로, 다음과 같이 변수를 치환할 수 있다.[4]

$$q = x - ut \quad (3)$$

식(3)에 의해 식(1), (2)는 다음과 같이 정리된다.

$$K_s \frac{d^2 T_s}{dq^2} + \frac{dK_s}{dT_s} \left( \frac{dT_s}{dq} \right)^2 + uC_s \frac{dT_s}{dq} - \frac{h_s P}{A} (T_s - T_b) + Q_s = 0 \quad (4)$$

$$K_i \frac{d^2 T_i}{dq^2} + \frac{dK_i}{dT_i} \left( \frac{dT_i}{dq} \right)^2 + uC_i \frac{dT_i}{dq} - \frac{h_i P}{A} (T_s - T_b) = 0 \quad (5)$$

식(4)에서 발열량  $Q$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$Q = \rho f^2 \quad (6)$$

위의 지배방정식에 대한 경계조건은 상변화에 따른 잠열은 원식의 물리량에 거의 영향을 미치지 않으므로, 경계면인  $q=0$ 에서는 열속연속의 법칙이 적용되며, 이 경계면에서의 온도는  $T_c$ 이다. 또한  $q < 0$ 인 지점에서의 최대온도는 즐열발생과 냉매로의 대류사이의 평형상태를 이루며,  $q > 0$ 인 지점에서는 냉매의 온도와 같다고 할 수 있으므로 경계조건은 다음과 같다.

경계조건 (Boundary Conditions) :

$$\begin{aligned} T_s|_{q=0^+} &= T_s|_{q=0^-} = T_c \\ K_s(\frac{dT_s}{dq})|_{q=0^+} &= K_s(\frac{dT_s}{dq})|_{q=0^-} \\ q > 0 \rightarrow f^2 \rho &= \frac{hP}{A}(T - T_b) ; \quad T_s(-\infty) = T_b + \frac{A}{hP} f^2 \rho \\ q > 0 \rightarrow T_s &= T_b, \quad \frac{dT_s}{dq} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

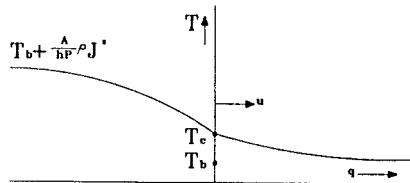


그림 1. 상전도영역 전파에 따른 온도분포도

## 2.1 Approximated Solution

식(4), (5)와 경계조건 식(7)에서 해석적인 해를 구한다는 것은 온도분포의 직관적인 관찰에 많은 도움이 된다.  $C_s$ ,  $K_s$ 를 일정한 값으로 하였을 때의 해는 다음과 같다.

$$T_s(q) = \left( T_b + \frac{A}{hP} \rho f^2 \right) + \left( T_c - T_b - \frac{A}{hP} \rho f^2 \right) \times \exp \left[ \left( -u C_s + \left( u^2 C_s + \frac{4hPH_s}{A} \right)^{1/2} \right) \frac{q}{2K_s} \right] \quad (8)$$

$$T_s(q) = T_b + (T_c - T_b) \times \exp \left[ \left( -u C_s - \left( u^2 C_s + \frac{4hPH_s}{A} \right)^{1/2} \right) \frac{q}{2K_s} \right] \quad (9)$$

식(8), (9)를 살펴보면, 상전도영역의 온도분포함수인  $T_s(q)$ 는 선형적인 변화로 근사화할 수 있으므로, 따라서,  $K_s d^2 T_s / dq^2$ 는 0으로 근사화할 수 있다. 그러므로, 준식(4)의 온도의 2계미분항을 제거할 수 있게된다. 또한 문제해결을 단순화하기 위해 일단 초전도체를 열적으로 단열되어있다고 가정한다. 실제로 이러한 가정은 온도분포 시뮬레이션 결과 대류에 의한 온도분포는 열발생, 전도항에 비해서 약 3~5%

정도의 효과를 미치는 것이 확인되었기 때문에 가능하다.

이러한 조건하에서 지배방정식은 식(7), (8)로 유도될 수 있다.

$$\frac{dK_s}{dT_s} \left( \frac{dT_s}{dq} \right)^2 + u C_s \frac{dT_s}{dq} + \rho f^2 = 0 \quad (10)$$

$$K_s \frac{d^2 T_s}{dq^2} + \frac{dK_s}{dT_s} \left( \frac{dT_s}{dq} \right)^2 + u C_s \frac{dT_s}{dq} = 0 \quad (11)$$

해석적인 해를 구하기 위해서 일단 식(10)은  $dT_s/dq$ 에 대해서 풀면, 다음과 같은 해를 갖는다.

$$\frac{dT_s}{dq} = \frac{-C_s u \pm \sqrt{(C_s u)^2 - 4\rho f^2 \frac{dK_s}{dT_s}}}{2 \frac{dK_s}{dT_s}} \quad (12.1)$$

식(11)을 풀기위해서 일단 식(12.2)와 같이 치환한 후, 식(11)을 정리하면 식(12.3)와 같은 Bernoulli 방정식으로 정리된다.

$$Q = \frac{dT_s}{dq} \quad (12.2)$$

$$\frac{dQ}{dT_s} + \left( \frac{1}{K_s} \frac{dK_s}{dT_s} \right) Q = -\frac{C_s u}{K_s} \quad (12.3)$$

식(12.1)과 (12.3)을 경계조건에 적용하여, 전파속도  $u$ 에 대해서 풀면, 식(13)과 같은 전파속도 식이 도출된다.

$$u = J \left( \frac{1}{\rho K_s(T)} \int_{T_c}^{T_s} C_s(T) dT \right) \left[ C_s(T) - \frac{1}{K_s(T)} \frac{dK_s(T)}{dT} \int_{T_c}^{T_s} C_s(T) dT \right]^{-1/2} \quad (13)$$

## 2.2 Simulation

식(13)에서는 정상상태시 온도에 의존함수로 표현된 상전도영역의 전파식이 도출되었다. 주어진 재료에서 이것을 해석하기 위해서는 그 물질상수에 대한 정보가 필요하다. 비열은 초전도상태와 상전도상태에서 다음과 같이 주어진다. data fitting을 위해  $C_s$ 의 계산식에서 비열의 불연속을 나타내는 항의 계수를 0.09의 상수를 취하였다.

$$C_s = \gamma T + \beta T^3 \quad \text{at } T \geq T_c$$

$$C_s = \gamma T + \beta T^3 + 0.09 \gamma \left( \frac{3T^2}{T_c^2} - 1 \right) \quad \text{at } T \leq T_c \quad (14)$$

그리고,  $T \ll T_b$ ,  $T \gg T_p$ 인 온도영역에서, 열전도도와 비저항사이의 관계는 Wiedemann-Franz 법칙에 의해 표현될 수 있다. 즉,  $L_0 T = K_s \rho$ 에 의해 열전도도의 온도의 미분항은 다음과 같이 표현된다.[4]

$$\frac{1}{K_s} \frac{dK_s}{dT} = \frac{1}{T} \quad (15)$$

$$\text{단, } L_0 = \pi^2 k_B^2 / 3e^2 = 2.34 \times 10^{-8} V^2 K^{-2}$$

식(15)을 이용하여 전파속도식인 식(13)을 정리하면 식(16)의 형태로 표현되며, 표1에서는 시뮬레이션에 필요한 YBCO

의 물질특성 상수를 나타내었다..

$$u = J \left( \frac{1}{L_0 T} \int_{T_c}^T C_s(T) dT \right)^{-1/2} \quad (16)$$

표1. YBCO 물질특성상수 데이터[5]

Material Properties of YBCO		
$\gamma$	[mJ/cm <sup>3</sup> K <sup>2</sup> ]	$7.78 \times 10^{-1}$
$\beta$	[mJ/cm <sup>3</sup> K <sup>4</sup> ]	$1.946 \times 10^{-3}$
$\rho$	[ $\mu\Omega\text{cm}$ ]	570
$T_c$ (At zero field, at zero temperature)	[K]	92
$T_D$ (Debye Temperature)	[K]	410

### 3 Results and Discussion

임계온도는 전류 및 인가자장의 함수이므로, 프로그램에서는 온도, 전류 그리고 자장에 대한 관계를 고려하여 시뮬레이션 하였다. 그림2에서는 외부에서 인가된 자장을 일정하게 유지한 후, 전송전류를 변화시켜가며 이에 따른 전파속도를, 그림3에서는 일정한 전류를 헤리는 상태에서 인가자장을 변화시켜가며 전파속도를 고찰하였다. 식(16)의 전파속도식에 보듯이 곡선이 선형적이 아니라는 사실은 온도, 자계, 전류를 축으로 하는 임계곡면의 비선형성을 보여주며, 또한 비열이 온도의 선형함수가 아니라는 점에 기인한다. 4.2K에서 동작하는 Nb-25%Zr의 경우, 인가자장이 없는 경우  $6 \times 10^4 A/cm^2$ 의 전송전류하에서 대략 4m/sec정도의 전파속도를 보여주는 대 반해, YBCO의 경우 시뮬레이션 결과, 1.4cm/sec정도의 전파속도를 보여주므로 기존의 저온초전도체에 비해 그 전파속도가 매우 낮은 것을 확인할 수 있었다. 이는 고온초전도체가 갖는 높은 열용량에 기인한 것으로 분석된다.

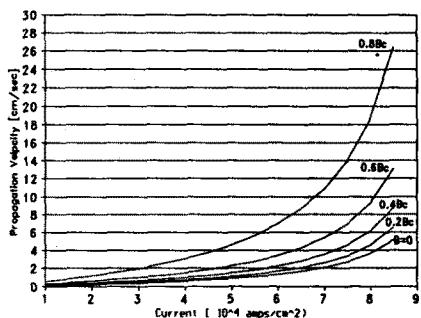


그림 2. 전송전류에 따른 전파속도

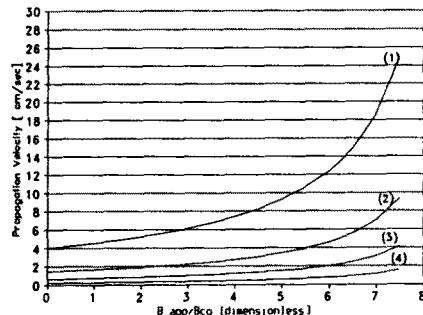


그림 3. 외부인가자장에 따른 전파속도

- (1) :  $8 \times 10^4 A/cm^2$ , (2) :  $6 \times 10^4 A/cm^2$
- (3) :  $4 \times 10^4 A/cm^2$ , (4) :  $2 \times 10^4 A/cm^2$ ,

### 4. Reference

- [1] Z.P.Zhao and Y.Iwasa : Cryogenics, 1991, Vol.31, 1991, pp817-825
- [2] Clayton N.Whetstone and Charles E.Roos : J.Appl.Phys. Vol.36, No.3, 1965, pp783-790
- [3] L.Dressner : IEEE, Vol.Mag-15, No.1, 1979, pp328-330
- [4] Martin N. Wilson : Superconducting Magnet, Clarendon Press, Oxford
- [5] Charles P.Poole,Jr, et.al : Superconductivity, Academic Press