

유한요소법을 이용한 단상변압기권선의 운동특성 해석

최명준[°] 김형석 박일한

송실대학교 전기공학과

Movement Characteristics Analysis of Single Phase Transformer Winding Using Finite Element Method

Myoung-jun Choi[°] Hyung-seok Kim Il-han Park

Dept. of Electrical Eng, Soongsil Univ.

Abstract

In this paper, the dynamic motion driven by electromagnetic force of transformer windings is modeled and its characteristics are numerically analyzed. The electromagnetic field is obtained using the 2D finite element method taking account of anisotropic property of iron core, and the electromagnetic force on the transformer winding is calculated from Lorenz's force formula using the field distribution result. The system motion equation driven by electromagnetic force and gravitational force is numerically analyzed using the 4-order Runge-Kutta algorithm. Above analyses procedure is applied to a single-phase core-type transformer to validate its algorithm.

1. 서론

변압기에서 권선이 받는 전자기력은 권선부분의 누설자속에 의해 발생한다. 이런 권선의 전자기력은 권선의 구조적 변화와 진동, 소음의 원인으로 작용하고, 이는 변압기의 고장 원인이 되기도 하고 동작특성에 나쁜 영향을 준다. 따라서 본 논문에서는 변압기의 권선부분에 존재하는 누설자속의 분포를 유한요소법으로 정확히 계산한 후, 이 누설자속에 의해 권선이 받는 전자기력을 계산하여 권선의 운동방정식에 이를 도입하여 권선의 운동특성을 해석한다. 해석 대상으로서 단상변압기의 디스크타입 권선의 운동방정식을 도출하고 이 모델에 작용하는 각 권선의 전자기력을 계산한다. 전자기력을 계산하기 위해 변압기를 유한요소법을 이용한 이방성 해석을 한 후, 해석에서 얻어진 자속밀도분포를 사용하여 변압기 권선에서의 전자기력을 로렌츠 전자력을 이용하여 구하였다. 다음으로 변압기 권선에 대한 2차 상미분방정식 형태의 운동방정식을 상태 방정식으로 변형하여 여기에 Runge-Kutta의 수치해석기법을 적용하여 각 권선들의 변위를 계산하였다.

2. 유한 요소해석 및 권선의 전자기력 계산

2-1 코어의 유한요소 이방성 모델

변압기의 코어의 투자율이 이방성을 가질 때 2차원 모델에서

주축(principal axis)에 대하여 물질특성을 갖는다.

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu_x & 0 \\ 0 & \nu_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

여기서, ν 는 magnetic reluctivity이고, $\nu_x \neq \nu_y$. 코어가 시스템 내에서 임의의 방향으로 배치될 때 다음과 같은 변환을 이용하여 유한요소 정식화를 수행한다.

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_x & 0 \\ 0 & \nu_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

여기서, θ 는 코어의 회전각도이다. (2.2)는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu_{x1} & \nu_{x2} \\ \nu_{y1} & \nu_{y2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} \nu_{x1} &= \nu_x \cos^2 \theta + \nu_y \sin^2 \theta \\ \nu_{x2} &= \nu_x \cos \theta \sin \theta - \nu_y \sin \theta \cos \theta \\ \nu_{y1} &= \nu_x \cos \theta \sin \theta - \nu_y \sin \theta \cos \theta \\ \nu_{y2} &= \nu_x \cos^2 \theta + \nu_y \sin^2 \theta \end{aligned}$$

따라서 이방성을 갖는 전자장시스템의 범함수는 다음과 같다.

$$I = \int_R \left(\frac{1}{2} \vec{B} \cdot \left[\begin{bmatrix} \nu_{x1} & \nu_{x2} \\ \nu_{y1} & \nu_{y2} \end{bmatrix} \vec{B} - \vec{J} \cdot \vec{A} \right] dR \right) \quad (2.4)$$

식(2.4)에서 \vec{B} 을 $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ 로 대치한 후, 베티자기포텐셜 \vec{A} 에 대하여 변분을 취한 후, 극치 조건을 적용하여 요소에 대한 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial I^{(e)}}{\partial A_{ik}} &= \int_{k'} \sum_{j=1}^3 \left\{ \nu_{x1} \left[\frac{\partial N_{je}}{\partial y} \frac{\partial N_{ke}}{\partial y} \right] - \frac{1}{2} \nu_{x2} \left[\frac{\partial N_{ke}}{\partial y} \frac{\partial N_{ke}}{\partial x} \right] \right. \\ &\quad - \frac{1}{2} \nu_{x2} \left[\frac{\partial N_{ke}}{\partial y} \frac{\partial N_{ke}}{\partial x} \right] - \frac{1}{2} \nu_{y1} \left[\frac{\partial N_{ke}}{\partial x} \frac{\partial N_{ke}}{\partial y} \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \nu_{y1} \left[\frac{\partial N_{ke}}{\partial x} \frac{\partial N_{ke}}{\partial y} \right] + \nu_{y2} \left[\frac{\partial N_{ke}}{\partial x} \frac{\partial N_{ke}}{\partial x} \right] \Big\} A_{jk} dx dy \\ &\quad - \int_{k'} J \cdot N_{ke} dx dy = 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

식(2.5)을 각 요소에 대하여 조립하면, 다음과 같은 행렬식을 얻는다.

$$[S][A] = [F] \quad (2.6)$$

여기서, [S]는 시스템 행렬이고, [A]는 벡터자기포텐셜이고, [F]는 구동 행렬이다.

2-2 권선의 전자기력

권선이 받는 전자기력은 권선 부분이 자성체를 포함하고 있지 않으므로 토렌쓰의 전자기력 공식을 적용한다.

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} \quad (2.7)$$

여기서, \vec{F} 는 전자기력밀도 [N/m^3], \vec{J} 는 전류밀도 [A/m^2], \vec{B} 는 자속밀도 [T]이다. 전류밀도 \vec{J} 는 z축 성분만 존재하고, 자속밀도 \vec{B} 는 x, y 성분을 가지기 때문에, 전자기력 \vec{F} 는 x, y 성분을 갖는다. 이를 분리하여 구하면 다음과 같다.

$$F_x = -J_z B_y \quad (2.8)$$

$$F_y = J_z B_x \quad (2.9)$$

여기서, F_x 는 축에 수직방향의 전자기력이고, F_y 는 축방향 전자기력이다. 권선에서 F_x 는 권선의 변형을 야기시키고, F_y 는 권선의 상하 진동을 유발한다. 변압기의 권선 설계에서는 이 두 전자기력들이 고려되어야 되고, 권선 부분의 자장분포 특성상 F_x 는 F_y 보다도 상대적으로 크다.

3. 권선의 운동방정식 모델링

변압기의 디스크타입 권선들이 축방향의 전자기력에 대하여 어떻게 움직이는지를 계산하기 위해 그림 1과 같이 변압기의 권선을 집중 정수(질점, 스프링)로 모델링하였다. 각 권선의 운동방정식들은 Newton의 운동방정식으로부터 다음과 같이 표현된다.

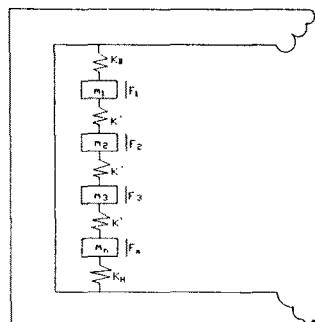


그림 1. 디스크타입 권선의 해석 모델링

$$\begin{aligned} m_1 \frac{d^2 Z_1}{dt^2} + B \frac{dZ_1}{dt} + K_B Z_1 + K'(Z_1 - Z_2) &= F_1 + m_1 g \\ m_2 \frac{d^2 Z_2}{dt^2} + B \frac{dZ_2}{dt} + K'(Z_1 - Z_2) + K''(Z_2 - Z_3) &= F_2 + m_2 g \\ \vdots & \vdots \end{aligned} \quad (3.1)$$

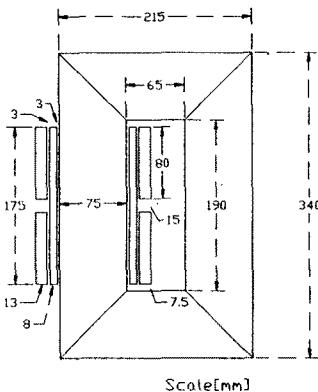
$$m_n \frac{d^2 Z_n}{dt^2} + B \frac{dZ_n}{dt} + K''(Z_{n-1} - Z_n) + K_H Z_n = F_n + m_n g \quad [2]$$

여기서, m_i 는 각 권선의 질량, B 는 마찰계수, Z_i 는 각 권선의 상대적인 변위, K_B, K_H 는 탄성계수, F_i 는 각 권선의 전자기력, g 는 중력가속도이다. 식(3.1)의 2차상미분방정식을 풀기 위해 Runge-kutta법을 사용한다. 이를 위해 식 (3.1)을 행렬식으로 표현된 상태 방정식으로 변환하여 Runge-kutta법을 적용하여 계산하면 각 권선의 변위 Z_i 와 속도 dZ_i/dt 를 얻을 수 있다. 본 논문에서는 해의 정확성을 위해 4차 Runge-Kutta법을 사용했다.

4. 수치해석 적용 사례

4.1 해석 모델

앞에서 언급한 유한요소법을 이용한 전자기력 계산 및 권선의 운동해석의 알고리즘을 그림 2와 같은 단상외침형 변압기에 적용하였다. 저압측권선은 하나로 되어 있고 자장분포의 상하 대칭성으로부터 축방향 전자기력의 합은 영이 되므로 전자기력을 계산할 필요가 없다. 하지만 고압측권선은 상하로 분리되어 있어, 각각의 전자기력을 계산해야 한다.



[10 KVA, 210/105V, Z 축 길이 : 140[mm]]

그림 2. 해석 모델

유한요소 해석 모델을 이차원 이방성 유한요소로 모델링하였는데 1차 삼각형요소를 사용하였고, 미지질점수는 1,443개이다. 코어부분의 자속밀도에 의해 권선부분의 누설자속밀도는 상당히 적은 값이므로 그림으로 보이기 어려워 본 논문에는 수록하지 않고 수치적으로만 계산하였다. 그리고 전류가 정현적으로 흐른다고 가정하고 최대 전류에서 최대 전자기력을 계산한 후, 전원 주파수의 2배 주파수로 한쪽 방향으로만 작용한다. 즉, 이는 다음과 같이 표현된다.

$$F = \frac{F_{\max}}{2} + \frac{F_{\max}}{2} \sin 2 w_s t \quad (4.1)$$

여기서, F_{\max} 는 권선이 받는 최대 전자기력이고, w_s 는 전원 각 속도이다. 그리고 권선의 운동변위는 상당히 적은 값이고 이 번위에 대한 누설자속의 변화는 거의 없기 때문에 단 한번의 전자장 해석결과만을 이용한다. 고압측권선의 운동해석을 위한 모델

링은 그림 3과 같다. 여기서 권선의 질량은 권선 부분의 체적, 비중, 점적율을 고려하여 계산하였고, 스프링 상수 및, 마찰계수는 정지상태에서 미소변위와 수치실험결과를 고려하여 가정하였다.

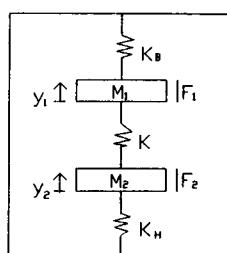


그림 3. 권선 운동 해석 모델

표 1. 해석모델의 입력데이터

상수	입력값
K _B	2136.36 [N/m]
K	2136.36 [N/m]
K _H	2136.36 [N/m]
M ₁	0.64792 [kg]
M ₂	0.64792 [kg]
F ₁	0.2408+0.2408SIN754t-M ₁ g [N]
F ₂	-0.2408-0.2408SIN754t-M ₂ g [N]
B	5.0 [N s/m]

4.2 해석 결과

이 해석모델에서 진동하는 전자기력의 주기는 0.00833초이고, 운동시스템의 고유진동수에 의한 주기는 0.10942이므로 운동해석을 정확히 하기 위해서는 시간간격을 전자기력의 주기보다 훨씬 작게 잡아야 한다. 본 논문에서는 시간간격을 0.00007초로 잡았다.

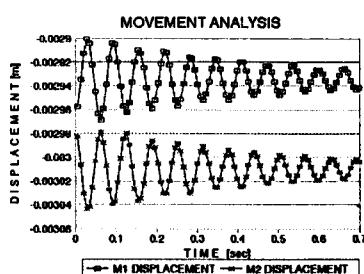
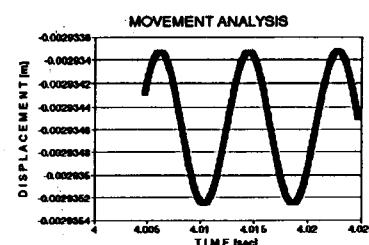
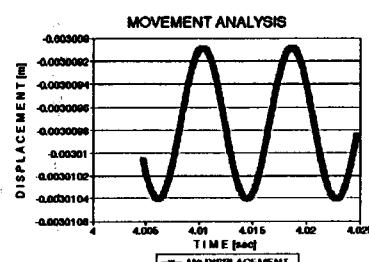


그림 4. 시간에 대한 권선 변위의 변화

그림 4는 권선에 유한요소해석에 의해 얻어진 전자기력을 인가했을 때의 권선의 이동을 시간에 대해 그린 것으로 정상상태에 도달하기 전의 초기상태를 나타낸다. 초기조건은 중력만 입력하였을 때의 운동방정식 해석을 통해 최종적으로 정지된 위치를 구하여 사용하였는데, 그 값은 각각 -0.00297[m]이다.



(a)



(b)

그림 5. 정상상태에서 권선의 변위

그림 5는 충분한 시간이 지나 정상상태에 도달했을 때의 권선의 진동주파수와 진폭을 보기 위해 권선의 변위를 확대하여 그린 것이다. 즉, 정상상태에서의 주된 진동수는 150[1/sec]인데, 이는 운동시스템의 고유진동수 57[1/sec]과 전자기력의 진동수 754[1/sec]의 사이에 존재함을 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 면압기권선의 전동특성 해석을 위한 전자장 및 운동특성을 모델링하고 이를 단상면압기에 적용하였다. 유한요소법에 의한 전자력을 권선의 운동방정식에 대입하여 해석한 결과 권선의 주된 진동주기는 0.0042초로 얻어졌는데, 이는 운동시스템의 고유진동주기보다 2.6배정도 빠르고 전자기력의 진동주기보다 0.2배정도 느린 것으로 분석되었다. 본 연구에서 제시한 / 권선의 운동해석은 비교적 간단한 모델에 적용되었지만 복잡한 대형변압기 시스템에도 적용될 수 있을 것으로 사료된다.

참 고 문 헌

- [1] T.Yungiu, et.al, "Numerical calculation of short circuit Electromagnetic Forces on the Transformer winding", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.26, No.2, pp.1039-1041, 1990.
- [2] T.Renyuan, et.al, "Numerical Analysis of Transient Magnetic Fields Coupled to Mechanical Displacement in Large Transformers", COMPUMAG' 95, Berlin