

3차 볼테라 시스템의 선형화를 위한 적용 선행처리 기법

김 진 영^o, 최 봉 준, 남 상 원
한양 대학교 전기공학과

On the Adaptive Pre-processing Technique for the Linearization of a Third-Order Volterra System

Jin-Young Kim, Bong-Joon Choi, and Sang-Won Nam
Dept. of Electrical Engineering, Hanyang Univ.

Abstract-- In this paper, we propose a new adaptive pre-processing technique for the linearization of a weakly nonlinear system which can be modeled by a Volterra series up to third order. To compensate the nonlinear effects of a given system, an update algorithm for the linear filter coefficients of the proposed adaptive pre-processor is introduced, and to compensate the linear distortion of the given system, the linear inverse filter is also utilized. For the performance test of the proposed adaptive pre-processor, computer simulation results obtained by analyzing an ANRSS loudspeaker model are provided.

1. 서론

부분의 실제 시스템은 선형 영역에서 동작하며, 주로 선형 시스템 이론이 적용되어 왔다. 선형 시스템은 수학적으로 유용한 성질을 갖고 있고 간결하여 디자인과 구현이 용이하다. 그러나, loudspeaker, A/D converter, high-speed sampler, QAM radio system, digital satellite channel 등과 같이 시스템의 비선형 왜곡이 발생하는 경우 실제 시스템을 선형 시스템으로 모델링하는 데 따르는 오차를 무시할 수 없다. 이러한 시스템의 비선형 특성 보상을 위해서는 볼테라 금수, 신경회로망 등을 적용하여 비선형 시스템의 해석 및 식별, 그리고 대상 시스템의 앞 단이나 뒷단에 비선형 보상을 설치하여 비선형 왜곡을 제거 또는 감소시키는 방법들이 제안되어 왔다[1, 2, 3]. 즉, 비선형 왜곡 보상을 위한 기존의 방법으로 볼테라 금수의 pth-order inverse 방법, 신경회로망, 그리고 ANRSS 필터를 이용하는 방법이 있다[4, 5, 6, 7]. Pth-order inverse 방법은 구조가 복잡하고 계산량이 많으며 고차의 비선형 왜곡을 발생시킨다는 단점이 있으며, 신경회로망은 활성화 함수(activation function)가 비선형이므로 고차의 비선형성을 갖는 시스템을 볼테라 금수가 필요로 하는 것에 비해 적은 개수의 가중치(weights)로 모델링할 수 있다. 그러나 신경회로망은 학습 알고리즘이 확률적인 경사(stochastic gradient) 방법에 의존하고 있어서 비선형성으로 인한 국소 최소점에 빠질 수 있고, 수렴이 느린다. 또 신경회로망의 가중치로는 시스템의 물리적 특성을 알 수 없다는 단점이 있다[8]. 특히 비선형 보상을 위해 적용되었을 시 고차의 비선형 왜곡을 발생시키지 않는 장점을 갖는 반면에 비선형성이 적은 경우 pth-order inverse 방법에 비해 성능이 뛰어진다. 또한 ANRSS 방법은 시스템의 메모리가 긴 경우에 적용되는 장점이 있는 반면, IIR 필터의 고유한 안정도 문제가 발생한다[9].

본 논문에서는 비선형 시스템의 선형화를 위한 새로운 선행처리 기법을 제안한다. 특히 제안된 선행처리 기법은 pth-order inverse에 의한 시스템 선형화 방법에 비하여 보다 단순한 구조로 되어 있으며 따라서 실제 구현이 용이하다. 구체적으로, 실제 입력 신호를 적용 선행처리기를 통과시킨 뒤 그 출력을 실제 시스템의 입력으로 인가하여 전체 시스템을 선형화 하였고, 특

히 확률적인 경사 알고리즘을 이용해 선행처리기의 비선형 소거 필터의 계수 개선 알고리즘을 유도하였다.

2절에서는 weakly nonlinear 시스템의 모델링에 대해서 논하였다. 3절에서는 선행처리 방법을 설명하고 선행처리기의 구조를 보았으며, 4절에서는 비선형 왜곡 보상을 위한 적용 필터링 알고리즘을 유도하였다. 그리고 5절에서는 loudspeaker의 ANRSS 필터 모델에 대해 모의 실험하여, 출력에서의 비선형 왜곡의 감소를 검증하였고 실제 비선형 시스템 선형화에 적용 가능성을 살펴보았다.

2. Weakly Nonlinear 시스템의 3차 볼테라 금수 모델링

비선형 시스템을 모델링하는 대표적인 방법으로 볼테라 금수를 이용한 방법이 있는데 이는 메모리를 갖는 테일러 금수의 확장된 표현식으로서 시스템의 물리적 특성 이해에 도움이 된다.

볼테라 금수는 비선형 항의 차수가 커지면 계산량에 의해 계산을 받게 되므로 용용이 어려워진다. 본 논문에서는 weakly nonlinear 시스템의 모델링에 3차 볼테라 금수를 이용하였다. 3차 볼테라 금수로 모델링 되는 시스템의 입력 $y[n]$ 대한 출력 $w[n]$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} w[n] &= \sum_{l=1}^3 H_l[y[n]] \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} h_1[i]y[n-i] \\ &\quad + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h_2[i, j]y[n-i]y[n-j] \\ &\quad + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} h_3[i, j, k]y[n-i]y[n-j]y[n-k] \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $H_l[\cdot]$ 은 L 차 볼테라 operator이며 $h_1[i], h_2[i, j], h_3[i, j, k]$ 은 각각 볼테라 금수의 1차, 2차, 3차 커널(kernel)이고, N 은 시스템의 메모리를 나타낸다.

볼테라 금수로 모델링 되는 시스템은 pth-order inverse 방법에 의해서 역시스템(inverse system)을 구할 수 있다[10]. 이 방법에서는 역시스템을 대상 시스템의 앞이나 뒷단에 설치함으로써 보상기와 왜곡을 발생시키는 시스템을 합한 전체 시스템에 의한 출력으로 본래 입력 신호와 $(p+1)$ 차 이상의 비선형 왜곡 신호가 얻어진다. Pth-order inverse 방법은 볼테라 금수의 차수가 증가함에 따라 그 구조가 매우 복잡해지고 또한 $(p+1)$ 차 이상의 왜곡이 큰 영향을 미치는 경우 바람직하지 못하다는 단점이 있다[8]. 본 논문에서 제안된 방식은 pth-order inverse 방식에 비해 간단한 구조로 되어 있으며 weakly nonlinear 시스

법에 대해 우수한 왜곡 감소 성능을 보인다.

3. 선행처리 방법에 의한 선형화

비선형 왜곡을 보상하기 위한 방법은 보상기의 위치에 따라 선행처리와 후행처리로 나눌 수 있다. 선행처리는 후행처리에 비해 몇 가지 장점을 갖고 있다. 그 예로 loudspeaker와 같이 비선형 시스템에 대한 왜곡 보상 시 후행처리가 불가능한 경우 선행처리 방식을 적용해야 한다. 그리고 선행처리 방식에서는 잡음이 신호에 더해지기 이전에 비선형 왜곡이 보상되어지므로 noise enhancement 효과를 막을 수 있다. 본 논문에서 세로이 제안하는 선행처리기의 불력선도는 그림 1과 같다.

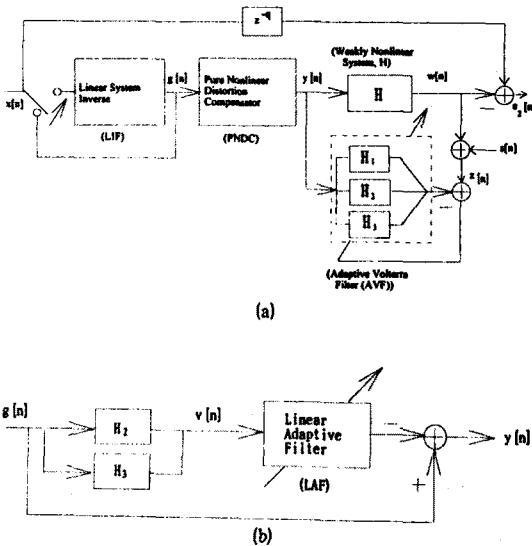


그림 1: (a) 왜곡 감소를 위한 선행처리 기법의
불력선도.

(b) 순수 비선형 왜곡 보상기(PNDC)의 구조.

주어진 weakly nonlinear 시스템(H)의 인식(identification)을 위해 3차 적용 불태라 필터를 적용하였는데 특히 불태라 커널의 추정을 위해 RLS 알고리즘을 적용하였다. 즉,

$$e_0[n] = w[n] - \sum_{l=1}^3 H_l[y[n]] \quad (2)$$

일때 $E[e_0^2[n]]$ 을 최소화 하도록 RLS를 적용, 시스템을 식별하여 H_1, H_2, H_3 를 측정하면 시스템 인식 결과

$$w[n] \approx \sum_{l=1}^3 H_l[y[n]] \quad (3)$$

로 놓을 수 있다. 이산 입력 신호 샘플마다 불태라 필터 계수가 개선되고 그 개선된 계수는 선행처리기의 순수 비선형 필터(즉, H_1, H_2, H_3 ; 그림 1 (b) 참조) 값으로 전달된다. 선행처리기의 적용 선형 필터(LAF)는 $H_1[g[n]]$ 과 weakly nonlinear 시스템의 출력($z[n]$) 사이의 오차를 최소화하도록 하였다. 동시에 weakly nonlinear 시스템의 선형 왜곡 부분의 보상을 위해 $H_1^{-1}[\cdot]$, 즉 linear inverse filter(LIF) (그림 1(a) 참조)를, 어느 정도 비선행 왜곡 부분이 감소한 후 적용하여 전체 시스템을 구성하였다(그림 1, 2 참조). 그림 1(a)에서 LIF가 동작하기 이전에는,

입력 $x[n]$ 이 직접 선행처리기(PNDC)를 통과하여 ($g[n] = x[n]$) 출력 $y[n]$ 이 얻어진다. 주어진 비선행 시스템의 인식이 완료되어 LIF가 작동을 시작하면 $x[n]$ 은 LIF와 PNDC를 통과하여 $y[n]$ 이 얻어진다. Inverse 필터(LIF) 계수가 적용적으로 개선되어 수렴된 값이 얻어지면 $g[n]$ 은 $H_1^{-1}[x[n]]$ 이므로 weakly nonlinear 시스템 출력으로 $H_1[g[n]]$, 즉, 왜곡이 제거된 신호 $x[n-q]$ (q : delay)가 얻어진다.

4. 비선행 왜곡 보상을 위한 적용 알고리즘

실제 시스템의 비선행성에 의한 비선행 왜곡을 감소시키기 위해 다음과 같이 선행처리기를 통과한 출력 $y[n]$ 을 실제 시스템의 입력으로 인가하였다.

$$y[n] = \left[-\sum_{m=0}^{M-1} f[m]v[n-m] + g[n] \right] \quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned} v[n] &= \sum_{l=1}^3 H_l[g[n]] \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h_2[i, j]g[n-i]g[n-j] \\ &\quad + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} h_3[i, j, k]g[n-i]g[n-j]g[n-k] \end{aligned} \quad (5)$$

이며 $f[m]$ ($m = 0, 1, 2, \dots, M-1$)은 비선행 왜곡 보상을 위한 적용 선형 필터(LAF)의 계수이다. 또한 $M-1$ 은 LAF의 차수이고, $H_l[\cdot]$ 은 시스템 식별을 통해서 추정된 비선행 시스템의 L 차 불태라 operator를 나타낸다. 그리고 이제 시스템 출력 $z[n]$ 은

$$z[n] \approx \sum_{l=1}^3 H_l[y[n]] + s[n] \quad (6)$$

으로 주어진다. 여기서 $s[n]$ 은 측정 잡음을 나타낸다.

시스템의 비선행 왜곡은

$$e_1[n] = H_1[g[n]] - z[n] \quad (7)$$

이고 이때 이 비선행 왜곡을 최소화하기 위해 평균 자승 오차($E[e_1^2[n]]$)를 최소화하는 확률적인 경사 알고리즘을 적용한다. 특히 비선행 소거를 위한 적용 필터의 n 번 째 iteration에서의 ($n+1$) 번 째 계수 $f_n[n]$ 은 다음과 같은 update 식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} f_{n+1}[m] &= f_n[m] - \frac{\mu}{2} \frac{\partial e_1^2[n]}{\partial f_n[m]} \\ &= f_n[m] + \mu e_1[n] \frac{\partial z[n]}{\partial f_n[m]} \\ &\quad (m = 0, \dots, M-1) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$\frac{\partial z[n]}{\partial f_n[m]} = \sum_{r=0}^{N-1} \frac{\partial z[n]}{\partial y[n-r]} \frac{\partial y[n-r]}{\partial f_n[m]} \quad (9)$$

이고 식 (9)의 우변에서 각각의 미분 항은

$$\frac{\partial z[n]}{\partial y[n-r]} = h_1[r] + 2 \sum_{i=0}^{N-1} h_2[r, i] y[n-i] + 3 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h_3[r, i, j] y[n-i] y[n-j] \quad (10)$$

$$\frac{\partial y[n-r]}{\partial f_n[m]} = -v[n-r-m] \quad (11)$$

으로 주어진다. 따라서 식 (8)~(11)로 부터 비선형 소거 필터의 계수 값을 얻을 수 있다.

5. 모의 실험

컴퓨터 모의 실험을 통하여 본 논문에서 제안된 적용 선형 처리 알고리즘을 다음과 같은 loudspeaker의 ANRSS 필터 모델에 적용하고 그 성능을 확인하여 보았다 [9].

$$\begin{bmatrix} x_{p1}[n+1] \\ x_{p2}[n+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.3 & 0.2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{p1}[n] \\ x_{p2}[n] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.6 \end{bmatrix} y[n] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.006x_{p1}^2[n] + 0.03x_{p1}^3[n] \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$z[n] = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_{p1}[n] \\ x_{p2}[n] \end{bmatrix} + s[n] \quad (13)$$

여기서 실제 시스템 출력 측정 시 포함되는 잡음($s[n]$)은 백색 가우시안으로 하였으며 SNR은 30 dB 경우를 대루었다. 알고리즘의 성능을 측정하기 위해 다음과 같이 정의되는 값을 사용하였다.

$$10 \log_{10} \left(\frac{E[e_2^2[n]]}{E[x^2[n-q]]} \right) [\text{dB}] \quad (14)$$

$x[n]$ 은 왜곡 보상에 의해 시스템 출력으로 얻어져야 하는 값이다. $e_2[n]$ 은 시스템 출력과 $x[n-q]$ (q : delay) 사이의 오차를 나타낸다.

400회 독립 수행을 통하여 얻은 선형 및 비선형 왜곡의 감소 곡선의 수렴 특성을 그림 2에 나타내었다. iteration이 500 회가 되면 linear inverse 필터가 동작을 시작하고 iteration이 1000회 이상인 경우 오차가 상당히 감소하여, 시스템의 왜곡 보상이 이루어짐을 알 수 있다.

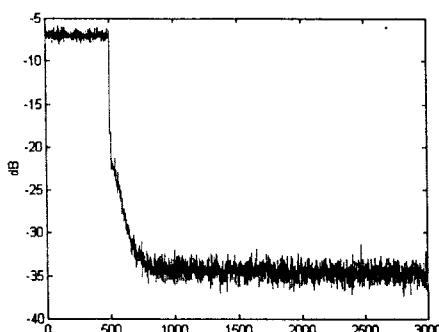


그림 2. 왜곡 감소 곡선.

6. 결론

본 논문에서는 weakly nonlinear 시스템의 선형화를 위해 실제 시스템의 앞 단에 설치되는 새로운 적용 선형처리 알고리즘을 제안하였다. 특히 선형처리기는 불태라 금수로 표현되는 순수 비선형 필터 부분과 비선형 특성의 선형화를 위한 적용 선형 필터 부분으로 이루어져 있으며, 적용 선형 필터가 어느 정도 수렴한 이후 실제 시스템의 선형 필터의 inverse를 앞 단에 설치하여 선형 왜곡과 비선형 왜곡이 모두 제거되도록 하였다. 모의 실험에서는 ANRSS 필터로 모델링 되는 loudspeaker 시스템을 3차 불태라 필터를 이용하여 식별하고 제안된 알고리즘을 적용한 결과 선형 왜곡과 비선형 왜곡이 상당히 감소되었음을 관찰하였다.

앞으로 비선형 시스템 식별 시 요구되는 계산량 감소에 관한 연구 및 실제 비선형 시스템 선형화에 적용 시 예상되는 문제점들에 대한 연구가 계속되어야 할 것이다.

본 연구는 96년 한국과학재단 연구비 지원에 의한 결과임.

참고 문헌

- [1] R. de Vries and A.P. Berkhoff, C.H. Slump and O.E. Herrmann, "Digital Compensation of Nonlinear Distortion in Loudspeakers," Proc. of ICASSP'93, vol. 1, pp.165-167, Minneapolis, Minnesota, USA, Apr. 27-30, 1993.
- [2] G. Karam and H. Sari, "A Data Predistortion Technique with Memory for QAM Radio Systems," IEEE Trans. on Commun., vol. 39, no. 2, pp. 336-344, Feb. 1991.
- [3] S. Benedetto and E. Biglieri, "Nonlinear Equalization of Digital Satellite Channel," IEEE Journal on Selected Areas in Commun., SAC-1, no. 1, pp. 57-62, Jan. 1983.
- [4] S. Nair and J. Moon, "Hardware-efficient Nonlinear Equalizer and its Performance," Proc. of the 1995 IEEE Int. Conf. on Commun., Part 1, pp. 653-657, 1995.
- [5] W.G. Jeon, et al., "Nonlinear Equalization for Reduction of Nonlinear Distortion in High-density Recording Channels," Proc. of the 1995 IEEE Int. Conf. on Commun., Part 1, pp. 503-507, 1995.
- [6] A. Bernadini and S. De Fina, "Cyclic Equalization for Nonlinear Modulations," Proc. of the 1995 IEEE Int. Conf. on Commun., Part 2, pp. 1003-1008, 1995.
- [7] A. Gutierrez and W.E. Ryan, "Performance of Adaptive Volterra Equalizer on Nonlinear Satellite Channels," Proc. of the 1995 IEEE Int. Conf. on Commun., Part 1, pp. 488-492, 1995.
- [8] C. Eun and E.J. Powers, "Utilization of Neural Network Signal Processing in the Design of a Pre-distorter for a Nonlinear Telecommunication Channel," Proc. of the 1994 Int. Conf. on Neural Network, Part 6, pp. 3582-3586, 1994.
- [9] F.X.Y. Gao and W. M. Snellgrove, "Adaptive Nonlinear Recursive State-space Filters," IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. 41, No. 11, pp. 760-764, Nov. 1994.
- [10] M. Schetzen, *The Volterra and Wiener theories of nonlinear systems*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1980.