'96 대한전기학회 하계학술대회 논문집 (1996. 7. 22~24)

전력계통의 확대상태행렬 고유치감도 해석

심 관식°, 남 해곤, 김 용구
전남대학교 전기공학과

Eigen-sensitivity Analysis of Augmented System State Matrix

Kwan-Shik Shim, Hae-Kon Nam, Yong-Gu Kim
Dept. of Electrical Engineering, Chonnam National University

Abstract

This paper presents a new method for first and second order eigen-sensitivity analysis of system matrix in augmented form. Eigen-sensitivity analysis provides invaluable informations in power system planning and operation. However, conventional eigen-sensitivity analysis methods, which need all the eigenvalues and eigenvectors, can not be apllicable to large scale power systems due to large computer memory and computing time required.

In the proposed method, all sensitivity computations for a mode are carried out using the augmented system matrix and its own eigenvalue and right & left eigenvectors. In other words sensitivity analysis for a mode does not need informations on the other eigenvalues and eigenvectors and sparsity technique can be fully utilized. Thus compuations can be done very efficiently with moderate computer memory and computing time even for large power systems.

The proposed algorithm is tested for one machine infinite bus system.

1. 서 론

전력계통의 계획과 운용을 위한 계통의 성능평가는, 전력계통이 대규모 계통이고 계통에 FACTS 기기등의 다양한 기기등이 도입되고 중부하로 운전되는 경향으로 인하여 점점 복잡하게 되었다. 전력계통을 선형 상태방정식으로 나타내고, 이 상태방정식과 고유치 해석을 사용한 성능평가는 mode shape와 감도등 전통적인 계통해석 방법이 제공하기 어려운 매우 유익하고 상세한 정보를 제공하는 장점이 있다. 특히 고유치 감도해석은 특정한 고유치에 대한 임의의 계통정수 및 제어정수의 고유치 감도를 계산함으로써 불안정의 요인을 파악하고 이를 시정하기 위한 계통의 보상방법 및 그 양과 제어기 정수의 최적값을 설정하는데 유용하게 사용될 수 있다.

이러한 장점에도 불구하고 고유치해석을 대규모 전력계통에 적용하는데는 상태방정식의 차수가 매우 커 계산시간과 컴퓨터 기억용량의 제약으로 인하여 범용 고유치해석 알고리즘으로는 고유치해석이 불가능한 어려움이 있다. 따라서 고유치해석은 60년대 중반에 처음 전력계통에 도입된[4] 이래 비교적 저차의 전력계통에 대해서 여자기, 터빈, 계통리액턴스에 대한 1, 2차 고유치 감도 계산과[5,6] PSS에 관한 1, 2차 고유치감도를 계산하는데 국한되었다.

고유치해석방법을 대규모 전력계통에 응용하기 위해서는 계통상태행렬의 sparsity를 고려한 확대행렬(augmented matrix) 형태로 표현하고 고유치/고유벡터도 QR법과 같이 모든 고유치를 동시에 계산하기보다는 관심의 대상이 되는 고유치/고유벡터를 선택적으로 계산하는 것이 필요하다. 최근 이러한 알고리즘이 개발되어 대규모 전력계통의 미소신호 안정도와 전압안정도의 해석에 응용되고 있다.[1-3]

그러나 지금까지 개발된 고유치 감도해석은 participation factor(PF)와 같이 확대행렬 형태가 아닌 상태행렬의 한 요소에 관한 감도만을 고려하고 있다. 일반적으로 하나의 계통정수 또는 제어정수가 변할 때, 확대행렬 형태로 표현된 상태행렬은 몇 개의 요소만이 영향을 받지만 확대행렬 형태가 아닌 상태행렬에서는 많은 요소가 영향을 받는다. 따라서 이미 발표된 고유치 감도해석 알고리즘은 계통정수등 변동에 따른 감도해석을 하기에는 부적합하고 그 응용범위가 제한적이다. 본 논문에서는 이러한 제한을 해소하기 위하여 고유치 감도해석을 확대계통상태행렬로 확장하고 이를 1기 무한모선에 적용하여 그 정확성을 확인하였다.

2. 확대계통상태방정식

입력을 무시하면 전력계통의 선형 상태방정식은 다음 식과 같은 확대행렬 형태로 표현할 수 있다.[2,3]

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_G & B_G \\ -C_G & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix} \tag{1}$$

여기서 벡터 x는 상태변수이고 v는 모선전압벡터로써 각 기기의 상태변수들과 조류계산식을 연결하는 매개변수벡터이다. 그리고 행렬 Y는 조류계산식에서 어드미턴스 행렬이다. 이로부터 계통상태행렬은

$$A = A_G + B_G Y^{-1} C_G \tag{2}$$

로 나타낼 수 있다. 앞으로 식 (2)의 상태행렬을 확대계통상태행렬에 대응하여 축약계통상태행렬 (RSSM : reduced system state matrix)이라고 부른다. 대규모 전력계통에서는 행렬 A의 차원이 매우 크고 역행렬을 계산함으로 인해서 전력계통의 sparse한 특성을 상실하므로, 상태행렬을 사용한 고유치 해석이 컴퓨터 기억용량과 계산시간의 제약으로 불가능

하다. 따라서 식 (3)의 확대계통상태행렬(ASSM : augmented system state matrix) $\tilde{A}$를 사용하여 모든 고유치 연산을 하여야한다.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_G & B_G \\ -C_G & Y \end{bmatrix} \tag{3}$$

ASSM의 좌우고유벡터를 각각 $\tilde{w}_i$, $\tilde{v}_i$라 하면 고유치 문제는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{A}\,\tilde{v}_i = \lambda_i \tilde{B}\,\tilde{v}_i \tag{4}$$

$$\tilde{A}^T\,\tilde{w}_i = \lambda_i \tilde{B}\,\tilde{w}_i \tag{5}$$

여기에서 $\tilde{B}$는 상태변수의 수만큼의 처음 대각선 요소에 1을 가지고 있고 나머지 요소는 0인 행렬이다.

3. ASSM의 고유치 감도 해석

계통행렬을 A라 하고 x를 상태변수라 할 때, 임의의 정수 K에 대한 고유치 감도는 다음과 같다[4-7].

• 1차 고유치감도

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K} = \frac{w_i^T \frac{\partial A}{\partial K} v_i}{w_i^T v_i} \tag{6}$$

• 2차 고유치감도

$$\frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial^2 K} = \frac{1}{w_i^T v_i}\left[w_i^T \frac{\partial^2 A}{\partial^2 K} v_i + 2w_i^T\left(\frac{\partial A}{\partial K}\sum_{j=1\neq i}^{n} \alpha_{ij} v_j\right)\right] \tag{7}$$

여기에서

$$\alpha_{ij} = \frac{w_j^T \frac{\partial A}{\partial K} v_i}{w_j^T v_j (\lambda_i - \lambda_j)} \tag{8}$$

이고 v_i와 w_i는 RSSM A의 우고유벡터와 좌고유벡터이다. 그러나 행렬 A는 전력계통의 스파스한 특성을 상실하고 임의의 제어정수 K의 변화에 대한 많은 요소들의 변화를 추적하기 어렵다. 그리고 2차 고유치감도식에서는 α_{ij}를 계산해야 하는데 RSSM A의 모든 고유값과 고유벡터에 대한 연산과정이 포함되므로 대규모 전력계통에 적용하기는 어렵다.

3.1 ASSM의 1차 고유값 감도

ASSM을 이용해서 고유값감도를 계산하면 전력계통의 sparse한 특성을 보존할 수 있다.

〔정리 1〕 RSSM과 ASSM의 감도행렬

임의의 행렬 A가 $A=A_{11}-A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}$로 정의될 때 A의 부분행렬 A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}로 이루어진 확대행렬은

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

로 표현된다고 하자. 행렬 A의 좌우고유벡터를 각각 w_i와 v_i, $\tilde{A}$의 좌우고유벡터를 각각 $\tilde{v}_i$와 $\tilde{w}_i$이면 임의의 정수 K의 변화로 인한 축약행렬 A와 확대행렬 $\tilde{A}$의 감도 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$w_i^T \frac{\partial A}{\partial K} v_i = \tilde{w}_i^T \frac{\partial \tilde{A}}{\partial K} \tilde{v}_i \tag{9}$$

따라서 RSSM의 1차 고유치 감도 (first order eigenvalue sensitivity, FOES) s_i는 정리 1로 부터 다음 식으로 계산하는 것이 가능하다.

$$s_i = \frac{\partial \lambda_i}{\partial K} = \frac{\tilde{w}_i^T \frac{\partial \tilde{A}}{\partial K} \tilde{v}_i}{w_i^T v_i} \tag{10}$$

위 식에서 임의의 정수 K에 대한 ASSM의 편미분 행렬은 정수 K와 관련된 몇 개의 요소만 변화하므로 매우 스파스하다. 정리 1은 RSSM의 감도를 ASSM의 감도를 이용하여 계산할 수 있어 계통의 sparse 특성을 유지면서 대규모 계통의 고유치 감도해석을 수행할 수 있음을 의미한다.

3.2 ASSM의 1차 고유벡터 감도

식(4)-(5)의 양변을 임의의 정수 K에 관해서 미분하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$(\tilde{A} - \lambda_i \tilde{B})\frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial K} = \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial K}\tilde{B} - \frac{\partial \tilde{A}}{\partial K}\right)\tilde{v}_i \tag{11}$$

$$(\tilde{A}^T - \lambda_i \tilde{B})\frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial K} = \left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial K}\tilde{B} - \frac{\partial \tilde{A}^T}{\partial K}\right)\tilde{w}_i \tag{12}$$

그리고 새로운 행렬 M, N을 다음과 같이 정의하면

$$M = \frac{\partial \tilde{A}}{\partial K} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial K}\tilde{B}, \quad N = \frac{\partial \tilde{A}^T}{\partial K} - \frac{\partial \lambda_i}{\partial K}\tilde{B}$$

이고 이들 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$M = N^T, \qquad N = M^T \tag{13}$$

〔정리 2〕

축약계통상태행렬 RSSM을 A라 하고 확대계통상태행렬 ASSM을 $\tilde{A}$라 할 때, 행렬 $(A - \lambda_i I)$가 singular이면 확대계통상태행렬에 의한 행렬 $(\tilde{A} - \lambda_i \tilde{B})$도 singular이다.

그러므로 정리 2에 의해서 식 (11)-(12)에 포함되어 있는 행렬 $(\tilde{A} - \lambda_i \tilde{B})$와 $(\tilde{A}^T - \lambda_i \tilde{B})$가 singular이므로 윗식들의 선형연립방정식의 해인 좌우고유벡터 감도는 유일하지 않고, 따라서 $\frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial K}$와 $\frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial K}$의 한 성분을 지정하여야 한다. 이 성분을 임의로 지정할 경우 1차 고유벡터 감도는 방향과 크기가 변하여 감도해석이 임의로 변할 수 있는 딜레마에 놓이게 된다.

한편 우고유벡터의 감도는 $\tilde{v}_i$를 제외한 다른 우고유벡터 $\tilde{v}_j (i \neq j, j = 1, 2, \cdots, n)$들의 선형결합으로 이루어진다. 따라서 우고유벡터의 감도는 $\tilde{w}_i$에 직교한다. 좌고유벡터에 대해서도 같은 관계가 성립한다. 그러므로

$$\tilde{w}_i^T \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial K} = 0 \tag{14}$$

$$\tilde{v}_i^T \frac{\partial \tilde{w}_i}{\partial K} = 0 \tag{15}$$

이 성립하고 이 식들과 식 (11)-(12)을 각각 연립하여 풀면 $(\tilde{A}-\lambda_i\tilde{B})$와 $(\tilde{A}^T-\lambda_i\tilde{B})$의 singularity 문제를 극복할 수 있고 이로부터 1차 고유벡터 감도를 계산할 수 있다.

이 방법은 모드 i의 고유치/고유벡터 감도해석을 수행함에 있어 다른 모드의 고유치나 고유벡터에 관한 정보가 불필요하고 자신의 고유치와 좌우 고유벡터에 관한 정보만으로 감도해석을 수행할 수 있으므로 대규모 계통의 감도해석을 가능하게 하는 중요한 의미를 가진다.

3.3 ASSM의 2차 고유치 감도

ASSM의 1차 고유값 감도식을 정수 K에 관하여 다시 편미분 하면 2차 고유값 감도를 얻을 수 있는데 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2\lambda_i}{\partial K^2} = \frac{1}{\beta_i}\left(\frac{\partial s_i}{\partial K} - \frac{\partial\lambda_i}{\partial K}\frac{\partial\beta_i}{\partial K}\right) \tag{16}$$

여기에서

$$\frac{\partial s_i}{\partial K} = \frac{\partial\tilde{w}_i^T}{\partial K}\frac{\partial\tilde{A}}{\partial K}\tilde{v}_i + \tilde{w}_i^T\frac{\partial^2\tilde{A}}{\partial K^2}\tilde{v}_i + \tilde{w}_i^T\frac{\partial\tilde{A}}{\partial K}\frac{\partial\tilde{v}_i}{\partial K} \tag{17}$$

$$\frac{\partial\beta_i}{\partial K} = \frac{\partial w_i^T}{\partial K}v_i + w_i^T\frac{\partial v_i^T}{\partial K} \tag{18}$$

또한 ASSM의 좌우고유벡터 $\tilde{w}_i$, $\tilde{v}_i$와 계통행렬 A의 좌우고유벡터 w_i, v_i 그리고 행렬 $\tilde{B}$사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$w_i^T v_i = \tilde{w}_i^T\tilde{B}\tilde{v}_i \tag{19}$$

그러므로

$$\frac{\partial\beta_i}{\partial K} = \frac{\partial\tilde{w}_i^T}{\partial K}\frac{\partial\beta_i}{\partial K}B\tilde{v}_i + \tilde{w}_i^T\frac{\partial\beta_i}{\partial K}B\frac{\partial\tilde{v}_i}{\partial K} \tag{20}$$

결국 다음과 같은 2차 고유값 감도식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2\lambda_i}{\partial K^2} = \frac{1}{\beta_i}\left(\tilde{w}_i^T\frac{\partial^2\tilde{A}}{\partial K^2}\tilde{v}_i + \frac{\partial\tilde{w}_i^T}{\partial K}M\tilde{v}_i + \tilde{w}_i^T M\frac{\partial\tilde{v}_i}{\partial K}\right) \tag{21}$$

또는

$$\frac{\partial^2\lambda_i}{\partial K^2} = \frac{1}{\beta_i}\left(\tilde{w}_i^T\frac{\partial^2\tilde{A}}{\partial K^2}\tilde{v}_i + \frac{\partial\tilde{w}_i^T}{\partial K}M\tilde{v}_i + \tilde{w}_i^T N^T\frac{\partial\tilde{v}_i}{\partial K}\right) \tag{22}$$

그리고 행렬 M과 N의 특성과 좌우고유벡터 성질에서 다음 식이 만족한다.

$$\frac{\partial\tilde{w}_i^T}{\partial K}M\tilde{v}_i = \tilde{w}_i^T N^T\frac{\partial\tilde{v}_i}{\partial K}$$

그러므로 ASSM의 2차 고유값 감도(second order eigenvalue sensitivity, SOES)는 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2\lambda_i}{\partial K^2} = \frac{1}{\beta_i}\left(\tilde{w}_i^T\frac{\partial^2\tilde{A}}{\partial K^2}\tilde{v}_i + 2\frac{\partial\tilde{w}_i^T}{\partial K}M\tilde{v}_i\right) \tag{23}$$

또는

$$\frac{\partial^2\lambda_i}{\partial K^2} = \frac{1}{\beta_i}\left(\tilde{w}_i^T\frac{\partial^2\tilde{A}}{\partial K^2}\tilde{v}_i + 2\,\tilde{w}_i^T M\frac{\partial\tilde{v}_i}{\partial K}\right) \tag{24}$$

이 식에서 계통상태행렬 A의 고유치 감도식과 유사한 구조를 가지고 있음을 알 수 있다. 첫 번째 항은 제어정수의 변화에 대한 계통상태행렬의 2차 감도행렬이 2차 고유값 감도 영향을 주는 정도를 나타내고 두 번째 항은 계통상태행렬의 1차 감도행렬과 관심 있는 고유값을 제외한 다른 고유값들이 2차 고유값 감도 영향을 주는 정도를 나타내고 있다.

4. 결과 및 고찰

그림 1은 EPRI 1기 무한모선계통을 나타내고 있는데, ASSM의 고유치 감도해석을 1기 무한모선계통에 적용하여 ASSM의 고유치 감도해석의 정확성과 대규모 전력계통에 그 적용 가능성을 확인하여 보았다. 1기 무한모선 계통에서 사용한 발전기는 가장 상세한 모델로써 D에 1개, Q축에 2개의 제동권선을 가지고 있는 모델이다. 여자기는 설치되어 있지만 터빈-조속기는 생략된 간단한 시스템으로 PSS를 장착하지 않았을 때, 계통상태행렬의 차수는 9가 된다. 1기 무한모선계통은 계통리액턴스 XL이 0.2와 0.8 두 가지가 있는데 이에 따라 제동특성이 가장 나쁜 고유값이 다르다. 계통리액턴스가 0.2일 때, 제동특성이 가장 나쁜 고유값은 -0.37131+j10.82272(Mode 1)이고 0.8일 때는 0.69139+j5.95752(Mode 2)를 가지고 있다. 이들에 대한 각각의 좌우고유벡터는 Rayleigh quotient iterations를 이용하여 계산하였다.

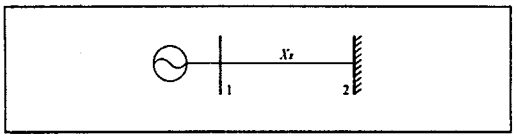

Fig. 1 Single-Machine Infinite Bus System.

ASSM의 고유치 감도해석식과 좌우고유벡터로부터 제동특성이 가장 나쁜 두 고유값의 고유치 감도를 계산하였다. 계통리액턴스 0.2에서의 고유값에 대한 고유치 감도는 표 1에 나타나 있고 0.8에서의 고유값에 대한 고유치 감도는 표 2에 나타나 있다. PSS가 설치되지 않은 1기 무한모선은 터빈이 생략되었으므로 고유치 감도 해석을 위한 제어정수로는 여자기 계통에 K_A와 T_A가 있다. 제어정수 K_A는 계통상태방정식에서 분모에만 존재하는데 이는 ASSM의 2차 고유치 감도 행렬이 영이 됨을 의미한다. 그러나 다른 고유치와의 관계를 나타내는 2차 고유치 감도식의 두 번째 항은 영이 되지 않기 때문에 2차 고유치 감도는 존재하는데 그 값은 작은 값을 가진다. 반면에 제어정수 T_A는 계통상태방정식에서 분자에 존재하므로 이는 ASSM의 2차 고유치 감도행렬이 존재하고 이 값은 다른 고유치와의 관계를 나타내는 2차 고유치 감도식의 두 번째 항 보다 절대값에서 큰 값을 가진다. 결과적으로 2차 고유치 감도에서 임의의 제어정수가 ASSM의 2차 고유치 감도행렬을 형성하면 2차 고유치 감도 SOES는 FOES보다 큰 값을 가지고 그렇지 않으면 SOES는 FOES보다 작은 값을 가진다.

고유치 변화의 상대적인 크기는 감도식에서 알 수 있듯이 계산된 1, 2차 고유치 감도만으로 파악하기는 어렵다. 그래서 계산된 고유치 감도에 제어정수를 곱하여 고유치 감도를 normalization 하고 이때의 고유치 감도는 각 제어정수의 크기에는 무관하고 모든 제어정수에 대해서 같은 비율로 변화가 이루어지므로 고유치 변화의 상대적인 크기를 쉽게 파악할 수 있다. 표 1, 2에서 ①은 계산된 고유치 감도이고 ②는 normalization된 고유치 감도를 나타내었다.

Table 1. Eigen-Sensitivity for Mode 1

Parameters		FOES		SOES	
		Real	Imaginary	Real	Imaginary
①	KA	0.00026	0.00016	-0.00000	-0.00000
	TA	0.50661	-1.25188	-8.27398	-12.66324
②	KA	0.10700	0.06782	-0.18748	-0.00382
	TA	0.01013	-0.02503	-0.00330	-0.00506

Table 2. Eigen-Sensitivity for Mode 2.

Parameters		FOES		SOES	
		Real	Imaginary	Real	Imaginary
①	KA	0.00015	0.00076	-0.0000010	-0.0000026
	TA	1.67905	-0.76032	-2.3346881	-7.3318636
②	KA	0.06007	0.30791	-0.1670802	-0.4254264
	TA	0.03358	-0.01520	-0.0009338	-0.0029327

만일 Mode 1에 대해서 제어정수 K_A를 10% 증가했을 때, FOES에 의한 고유치 추정은 normalization된 FOES가 0.10700+j0.06782이므로 이들 값에 0.1을 곱한 값을 Mode 1에 더한 -0.36061+j10.82950이 고유치 추정치가 된다. 그리고 SOES에 의한 고유치 추정은 normalization된 FOES와 SOES로부터 -0.36155+j10.82948이 고유치 추정치가 된다. 실제 고유치 변화는 -0.36163+j10.82956으로 FOES나 SOES 모두 10%에서는 거의 실제 고유값을 추정하고 있으나 다소 2차 고유값이 정확하게 추정함을 알 수 있다.

지금까지는 ASSM의 2차고유치 감도행렬이 영인 경우인 제어정수 K_A에 대해서 논하였는데 ASSM의 2차고유치 감도행렬이 영인 아닌 경우인 제어정수 T_A에 대해서도 같은 과정으로 전개할 수 있다. Mode 1에 대해서 제어정수 T_A를 10% 증가(0.002)했을 때, FOES와 SOES에 의한 고유치 추정치는 각각 -0.37030+j10.82022와 -0.37033+j10.82019가 된다. 실제 고유치 변화는 -0.37032+j10.82018로 되어 FOES나 SOES 모두 10%에서는 거의 실제 고유값을 추정하고 있으나 2차 고유값이 보다 더 정확하게 고유값을 추정함을 알 수 있다.

그림 2와 3에는 여자기 제어정수 K_A와 T_A가 변화할 때, 고유치들의 궤적을 나타내고 있다. 제어정수를 -100%~100% 변화한 후, 고유치 계산프로그램을 사용하여 계산한 고유치는 곡선으로 나타내었고 1차 고유치감도에 의한 추정고유값들의 궤적은 "*"로 나타내었으며 그리고 2차 고유치 감도에 의한 추정고유값들의 궤적은 "o"로 나타내었다.

제어정수 K_A가 변화할 때 변화한 고유치의 실수부는 2차 고유값 감도에 의한 고유치 추정이 정확하지만 허수부는 1차나 2차 고유값 감도에 의한 고유치 추정이 거의 같고 제어정수의 50%이상부터는 실제 계산한 고유값과 점점 더 큰 편차를 가진 궤적을 그린다. 이는 2차 고유값 감도 계산에서 2차 감도행렬이 영이므로 발생하는 현상으로 실수부는 크기가 비교적 작기 때문에 영향을 받아 2차 고유값 감도에 의한 추정치가 1차 보다 정확하지만 허수부는 크기가 크기 때문에 작은 2차 고유치 감도 크게 영향을 받지 않고 거의 1차 고유값 감도에 의한 추정치와 비슷함을 알 수 있다.

그러나 그림 3에 나타나 있는 것과 같이 제어정수 T_A가 변화할 때는 2차 감도행렬이 형성되므로 실수부와 허수부 모두 항상 2차 고유값 감도에 의한 추정치가 1차 고유값 감도에 의한 추정치보다 더 정확하다.

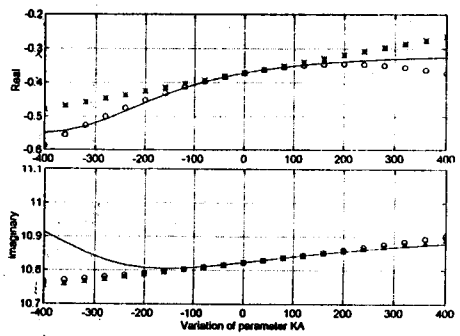

Fig. 2 Root-loci for Estimated Eigenvalues(K_A)

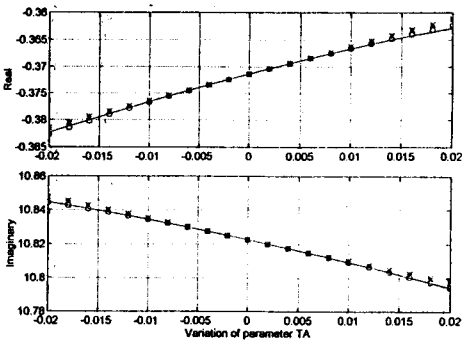

Fig. 3 Root-loci for Estimated Eigenvalues(T_A)

계통리액턴스가 0.8인 mode 2에 대해서도 같은 결과를 얻을 수 있는데 실제 제어정수의 100% 변화 즉 임의의 제어정수를 2배로 증가 또는 감소한다는 것은 제어정수 또는 계통의 환경에 따라 계통에 매우 가혹한 조건이 될 수도 있다. 따라서 일반적인 전력계통의 상황에 고유치 감도의 적용은 1차 고유치 감도보다는 2차 고유치 감도가 훨씬 유용성은 있지만 계산시간과 단순한 알고리즘 면에서는 오히려 1차 고유치 감도가 2차 고유치 감도 보다 장점이 있다.

5. 결론

고유치감도해석은 각종 제어기의 제어정수에 대한 특정 모드의 감도를 계산함으로서 전반적인 계통안정도 향상에 유용하게 적용될 수 있다. 특정한 고유치에 대한 임의의 계통 및 제어정수의 민감도, 즉 고유치 감도를 계산함으로서 물리적인 상호작용을 알 수 있고 이로 인해서 불안정의 근원을 파악할 수 있으며 이를 통하여 계통 및 제어정수의 최적값을 설정할 수 있다.

지금까지의 고유치감도해석은 계통상태행렬의 스파스한 특성을 이용하지 않고 직접적으로 계통상태행렬과 좌우고유벡터를 이용해서 고유치감도를 계산한 반면 본 논문에서는 전력계통 모델링의 최근 전반적 진행추세인 확대계통상태행렬에 스파스한 특성을 유지할 수 있도록 ASSM의 고유치감도해석식을 유도하고 이를 이용하여 1기 무한 모선의 제어기 제어정수의 고유치 감도를 계산하였다. 그래서 제동특성이 가장 나쁜 고유값에 대한 제어정수의 영향을 알 수 있었고 이를 이용해서 제어기를 설계할 수 있는 토대를 마련하였다.

본 논문에서는 확대계통상태행렬의 감도해석식을 유도하였으며 이를 1기 무한모선에 적용하여 알고리즘의 정확성을 확인하였다.

참고문헌

[1] EPRI, PhaseⅡ:Frequency Domain Analysis of Low Frequency Analysis Oscillations in Large Power System, Vol.1-Vol.5, Final Report EPRI EL-2348, 1982.

[2] EPRI, Small Signal Stability Analysis Program Package, version 3.0, Vol.1-Vol.3, Final Report, TR-101850, 1993.

[3] 남 해곤, 심관식, 문채주, "Hessenberg Process를 이용한 대형전력계통의 고유치 해석", 대한전기학회 논문지, Vol. 42, No. 10, 1993.10

[4] J.E. Van Ness, J.M. Boyle, F.P. Imad, "Sensitivities of Large Multiple-loop Control Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. AC-10, 1965

[5] P.J. Nolan, N.K. Sinha, R.T.H. Alden, "Eigenvalue Sensitivities of Power Systems Including Network and Shaft Dynamics", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-95, No. 4, 1976

[6] H.M. Zein El-D, R.T.H. Alden, "Second Order Eigenvalue Sensitivities Applied to Power System Dynamics", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-96, No. 6, 1977

[7] N. Martins, Eigenvalue Analysis of Multimachine Power Systems, Ph.D Thesis, Victoria University, 1978

[8] L. Wang, Eigenvalue Analysis of Large Power Systems, Ph.D Thesis, Toronto University, 1991

[9] F. Luis Pagola, Ignacio J. Perez-Arriaga, George C. Verghese,"On Sensitivities, Residues and Participations; Applications to Oscillatory Stability Analysis and Control", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 4, No. 1, 1989.

Appendix

[정리 1의 증명]

축약행렬 A를 임의의 행열요소로 편미분하면 .

$$\frac{\partial A}{\partial K} = \frac{\partial A_{11}}{\partial K} - \frac{\partial A_{12}}{\partial K} A_{22}^{-1} A_{21} + A_{12} A_{22}^{-1} \frac{\partial A_{22}}{\partial K} A_{22}^{-1} A_{21} + A_{12} A_{22}^{-1} \frac{\partial A_{21}}{\partial K} \quad (A.1)$$

또는

$$\frac{\partial A}{\partial K} = [\ I,\ -A_{12}A_{22}^{-1}\ ]\ \frac{\partial \tilde{A}}{\partial K} \begin{bmatrix} I \\ -A_{22}^{-1}A_{21} \end{bmatrix} \quad (A.2)$$

위 식의 좌변에 w_i^T, 우변에 v_i를 곱하고

$$\begin{bmatrix} I \\ -A_{22}^{-1}A_{21} \end{bmatrix} v_i = \begin{bmatrix} v_i \\ x_i \end{bmatrix} = \tilde{v}_i \quad (A.3)$$

$$w_i^T\ [\ I,\ -A_{12}A_{22}^{-1}\ ] = [\ w_i^T,\ y_i^T] = \tilde{w}_i^T \quad (A.4)$$

를 대입하면

$$w_i^T \frac{\partial A}{\partial K} v_i = \tilde{w}_i^T \frac{\partial \tilde{A}}{\partial K} \tilde{v}_i \quad (A.5)$$

이 성립한다.

[정리 2의 증명]

RSSM은 $A_{11}+A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}$ 이므로 행렬 $(A-\lambda_i I)$의 행렬식은 다음과 같다.

$$det(A-\lambda_i I) = det(A_{11}+A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}-\lambda_i I) \quad (A.6)$$

그리고 ASSM $\tilde{A}$ 행렬 $(A-\lambda_i \tilde{B})$의 행렬식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} det(\tilde{A}-\lambda_i \tilde{B}) &= det(A_{11}-\lambda_i I)\, det(A_{22}-A_{21}(A_{11}-\lambda_i I)^{-1}A_{12}) \\ &= det(A_{22})\, det((A_{11}-\lambda_i I)+A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}) \quad (A.7) \end{aligned}$$

그러므로 확대계통상태행렬에 의한 행렬 $(\tilde{A}-\lambda_i \tilde{B})$도 singular이다.