

# HMM을 이용한 한글 필기 생성

신 봉 기\*, 김 진 형

한국과학기술원 전산학과

Hangul Handwriting generation using HMMs

Sin, Bongkee and Kim, Jin Hyung

Computer Science Department, KAIST

## 요 약

본 논문에서는 은닉 마르코프 모형(HMM)을 이용하여 사람이 쓴 필기의 통계적 특징을 갖는 글씨를 생성하는 방법에 대해서 기술코자 한다. 온라인 필기처럼 같이 필기 궤적을 시계열 신호로 표현하고, 그 특징을 통계적 모형의 하나인 HMM으로 표현한다. HMM은 시계열 신호에 대응하는 모형 내부 경로와 심볼열의 확률 분포를 표현하는 함수이다. 따라서 최적 경로에서 볼 수 있는 최적 출력 심볼열은 훈련 필기 데이터의 평균적 필기 특징에 해당한다.

HMM이 주어졌을 때 HMM에서 최적의 패턴을 해석적으로 구하는 방법은 알려져 있지 않다. 본 논문에서는 동적 프로그래밍 기법을 적용하여 HMM이나 HMM 네트워크 모형에서 필기를 생성하는 방법을 제시하고, 아울러 HMM의 문제점을 지적한다.

## 1 서론

활자나 포스트스크립트 등의 인쇄체를 제외한 사람의 필기체를 생성하는 연구는 주로 모터 모형 (motor model) [5, 7]의 테두리 안에서 이루어졌다. 이들 연구는 어느 정도 이상 빠른 필기는 손 근육의 상호 작용에 의하여 필기 도구의 궤적이 간헐적인 되먹임으로 형성된다는 사실에 근거한 것으로 탄도 모델이라고도 부른다. 한편 최근에 온라인 필기와 같은 필기 데이터를 대량으로 생성하려는 연구가 발표되었다 [6]. 표준 필기 데이터베이스를 구축하여 온라인 필기 인식기의 성능을 평가하는데 쓰는 것을 하나의 목적으로 삼았다 [6]. 그 방법은 대수적인 곡선

---

\*현재 한국 통신 소프트웨어 연구소 멀티미디어 개발 팀 소속.

생성 모델에 근거로 하여, 일정한 갯수의 매개 변수<sup>1</sup>를 변화시켜 가면서 표준 글자꼴을 조절하고 홀리므로써 다양한 필체를 만드는 것이다. 이 연구에 의하여 생성된 필기의 모양은 사람의 필기와 매우 흡사하여 구별하기 힘들 정도이다. 하지만 그들의 연구에는 생성된 필기가 인간의 필기와 얼마나 차이가 나는가에 대한 언급이 생략되어 있다. 그리고 형태 제어 변수가 사람의 필체와 관련하여 의미하는 바를 설명하지 못한 것도 취약점으로 지적할 수 있다.

본 논문에서는 여럿 또는 한 사람의 필기의 최빈값(mode) 또는 평균에 해당하는 필기를 생성하는 방법을 제안하고자 한다. 단순히 글자 전체를 평균한다기 보다는 부분적 특징의 평균을 순차적으로 조합하는 방식으로 필기를 생성한다. 기본적으로 온라인 필기 인식에 뛰어난 성능을 보이고 있는 은닉 마르코프 모형(HMM)을 이용하여 다양한 필기의 모델을 세우고, 그 모형에서 효율적인 방법으로 글자 패턴을 추출해 내고자 한다. 이러한 모델은 필기 생성 뿐만 아니라 인식에도 응용할 수 있기 때문에, 두 문제를 통합한 해결책이 될 수 있다 [11]. 뿐만 아니라 생성된 필기의 질에 따라서 역으로 필기 모형의 질을 평가하는 방법으로 사용 가능하다.

## 2 은닉 마르코프 모델 (HMM)

은닉 마르코프 모델(이하 HMM)은 항상 특정 객체 — 본 논문에서는 자소 또는 숫자나 알파벳, 일반적으로는 글자 — 에 대응하여 존재하며, 그 객체의 패턴을 심볼 스트링의 형태로써 분석하는 유한 상태 기계 (FSM)의 하나이다. 주어진 HMM은 대응하는 글자의 실제 필기 패턴에서 자주 볼 수 있는 심볼 스트링을 관찰/생성할 가능성이 더 높다고 말한다. 모델의 학습 단계에서는 대응 글자의 통계적 특징을 ‘배운다’. 인식 단계에서는 “이 HMM이 이 입력 스트링을 관찰/생성할 확률이 얼마인가?”라는 질문을 받아서, 여러 HMM 중에서 최고 확률을 내놓은 모델에 대응하는 글자를 찾는다. 인식 단계에서는 심볼 스트링의 생성이 목적은 아니다. 그러나 본 논문에서는 이와 같이 입력 스트링의 평가가 아니라, 모형화 대상이 되는 글자의 전형적인 패턴 생성을 위해 HMM을 사용한다. 따라서, 주어진 HMM에게 다음과 같이 질문을 하게 된다: “이 HMM이 생성하는 이 길이의 심볼 스트링 중 가장 확률이 높은 것은 어떤 것인가?”

은닉 마르코프 모델(HMM)은 Baum 등에 의하여 효율적인 알고리즘이 출현하면서부터 각광을 받기 시작했다 [1]. HMM은 정형화된 수학적 도구로써, 순차적으로 발생하는 신호의 다양한 시간적 변형을 통계적으로 모델링하는데 뛰어나다. 따라서 시간적 제약을 받는 온라인 필기 인식, 음성 신호처리 및 인식에서 성공리에 활용되어 왔고, 통계적 접근 방법 중에서 오늘날 가장 널리 알려져 있고 성공적인 방법이다. HMM은 마르코프 체인과 그 함수로서 관찰 심볼

<sup>1</sup>예를 들면 curve unit, cursiveness, slantness, scaling 과 elongation, attraction/drag, and noise 등이 있다. 그리고 필기 영상 출력에는 필체의 모양을 선택하기도 한다.

확률 분포로 정의할 수 있는데, 확률적 마르코프 체인 또는 마르코프 체인의 확률 함수라고 정의할 수 있다. 일반적으로 은닉 마르코프 모델은 다음과 같이 정의한다 [8]:

- 초기 상태 확률 분포  $\pi = \{\pi_i | \pi_i = P(q_0 = s_i), 1 \leq i \leq N\}$ ,  $\sum_i \pi_i = 1$ .
- 상태 전이 확률 분포  $A = \{a_{ij} | a_{ij} = P(q_{l+1} = s_j | q_l = s_i), 1 \leq i \leq N\}$ ,  $\sum_i \pi_i = 1$ .
- 관측 심볼 확률 분포는  $B = \{b_i(k) | b_i(k) = P(v_k | s_i), 1 \leq i \leq N\}$ ,  $\sum_k b_i(k) = 1, 1 \leq i \leq N, v_k \in V$ .

그리고 이밖에 모델의 상태의 집합  $S = \{s_1, \dots, s_N\}$  와 관찰 심볼의 집합  $V = \{v_1, \dots, v_M\}$  가 있으나 보통 위에 설명한 모델의 동적 특성을 기술하는 세 가지 파라미터로  $\lambda = (A, B, \pi)$  와 같이 표시한다. 상태 전이 파라미터는 순차적인 일련의 사건 발생을 모델링하고, 관찰 심볼 확률 분포는 각 사건의 특징을 유한개의 심볼로(이산 모델의 경우) 대응시켜 기술한다.

한편 HMM은 모형을 단순화 하기 위해서 도입한 몇가지 기본적인 가정 때문에 각 상태에 머무는 시간 분포가 지수 함수꼴이라는 점 등이 끊임없이 지적당하고 있다 [10, 11]. 패턴 인식 문제에서는 주어진 입력에 HMM이 수동적으로 대응하기만 하면 되고 또 그것을 풍부한 유연성으로 받아 들일 수 있으나, 능동적으로 심볼 스트링의 구조에 조절을 가해야 하는 생성의 경우에는 HMM의 약점이 곧 드러나게 된다. 그래서 본 논문에서는 HMM의 변형으로써 Markov 과정의 상태 체류 시간 특성을 모형화하는 Duration HMM (DHMM) [4, 10]과 NonStationary HMM (NSHMM) [12]을 사용하여 비교 실험하였다.

### 3 자모 생성

#### 3.1 알고리즘

목적 글자의 필기 모델  $M$ 에서 나올 수 있는 Viterbi 경로  $Q$ 와 그 경로에서 출력 가능한 최적 심볼열  $X$ 를 동시에 구하는 과정을 생성 알고리즘으로 정의한다. 즉,  $Q$ 와  $X$ 가 결합된 확률 분포

$$P(X, Q|M) = P(X|Q, M)P(Q|M) \quad (1)$$

을 최적화 함수로 정의하고, 변수  $X, Q$ 에 대하여 최대값

$$\max_{X, Q} P(X, Q|M) = \max_{X, Q} P(X|Q, M)P(Q|M) \quad (2)$$

을 구한다. 여기서  $X = X_{1,T} = x_1x_2 \cdots x_T$ ,  $Q = Q_{1,T} = q_1q_2 \cdots q_T$  이다. 뒷식에서 임의의 경로  $Q$ 의 확률은 일차 마르코프 가정을 적용하면

$$\begin{aligned}
 P(Q|M) &= P(q_1q_2 \cdots q_T|M) \\
 &= P(q_1|M)p(q_2|q_1, M) \cdots p(q_T|Q_{1,T-1}, M) \\
 &= P(q_1|M)p(q_2|q_1, M) \cdots p(q_T|q_{T-1}, M) \\
 &= \prod_{t=1}^T a_{q_t-1q_t} \tag{3}
 \end{aligned}$$

와 같이 HMM으로 추정할 수 있는 식으로 변환된다. 한편 주어진  $Q$ 에서 심볼열  $X$ 의 확률 추정은 심볼간에 조건부 독립을 가정하여

$$\begin{aligned}
 P(X|Q, M) &= P(x_1x_2 \cdots x_T|q_1q_2 \cdots q_T, M) \\
 &= P(x_1|q_1, M)p(x_2|x_1, Q_{1,2}, M) \cdots p(x_T|X_{1,T-1}, Q_{1,T}, M) \\
 &= P(x_1|q_1, M)p(x_2|q_2, M) \cdots p(x_T|q_T, M) \\
 &= \prod_{t=1}^T b_{q_t}(x_t) \tag{4}
 \end{aligned}$$

와 같이 변환되며, 역시 HMM으로 계산된다. 식 (3)와 식 (4)을 식 (2)에 대입하면

$$\max_{Q, X} \prod_{t=1}^T a_{q_t-1q_t} b_{q_t}(x_t) \tag{5}$$

이 된다. 이 식을 그대로 계산하는 것은 지수 함수 복잡도를 갖는다. DP 기법을 이용하면 점화식 형태로 표현하여 아주 효율적인 계산이 가능하다.  $1 \leq t \leq T$ 를 만족하는 임의의  $t$ 에 대해서 부분 열  $X_{1,t}$ ,  $Q_{1,t}$ 을 상태  $i$ 으로 천이하기까지 생성할 확률은 식 (5)에 따라

$$\delta_t(i) = \max_{Q_{1,t}, X_{1,t}} \prod_{s=1}^t a_{q_s-1q_s} b_{q_s}(x_s) \tag{6}$$

와 같이 쓸 수 있다. 그러면 다음 시점  $t+1$ 에 상태  $j$ 에서 볼 때 그때까지  $X_{1,t+1}$ ,  $Q_{1,t+1}$ 을 생성할 확률은  $t$  시점의 결과를 이용하여 단지 추가된 천이 및 출력 비용만 고려하면

$$\delta_{t+1}(j) = \max_{i,v} \delta_t(i) a_{ij} b_j(v) \quad 1 \leq t \leq T, \quad 1 \leq j \leq N \tag{7}$$

와 같은 점화식으로 표현할 수 있게 된다. 기존의 Viterbi 알고리즘과 마찬가지로 각 상태  $j$ 에

서는 이전의 상태  $i$ 를

$$\psi_{t+1}(j) = \arg \max_i \max_v \delta_t(i) a_{ij} b_j(v) \quad (8)$$

$$(9)$$

로 정의하는  $\psi$ 에 기억하며, 본 생성 알고리즘에서는 추가적으로

$$\zeta_{t+1}(j) = \arg \max_i \max_v \delta_t(i) a_{ij} b_j(v) \quad (10)$$

로 정의하는  $\zeta$ 에 현 상태의 최적 출력 심볼을 기록한다. 윗식을

$$\zeta_{t+1}(j) = \left[ \max_i \delta_t(i) a_{ij} \right] \left[ \arg \max_v b_j(v) \right] \quad (11)$$

와 같이 분리하면 각 상태에서 볼 때 항상 고정된 출력 심볼이 존재한다. 따라서 전체 알고리즘은 기존 Viterbi 알고리즘 외에 추가의 계산은 거의 필요하지 않게 된다. 이는 이산 HMM과 연속 HMM에 모두 해당된다.

DHMM과 NSHMM의 알고리즘도 기본적으로 DP 원리를 그대로 따르고 있다는 점에서 위 식들과 큰 차이가 없다. 다만 상태 지속을 계속 기억하기 위한 기억 공간의 증가 및 그에 따른 계산량의 증가를 지적할 수 있다. 두 모델의 Viterbi 알고리즘은 [11, 12]에 기술되어 있다.

### 3.2 출력 심볼

필기는 필축이 시간에 따라 이동한 궤적의 기록으로 정의한다. 그리고 본 논문에서는 확간에 필기 도구를 들어 이동한 궤적 까지도 필기의 일부로 포함하여 전체를 하나의 일차원적인 궤적으로 정의하였다. 이러한 궤적을 일정한 단위로 자르고 각 선분의 (필기)진행 각도를 방향 코드(0~15)로 바꾼다. 그리고 필기 도구를 들어 이동한 부분은 따로 구분하여 다른 코드 체계(16~31)로 비슷하게 분할, 코딩한다.

이후의 모든 실험에는 16 방향 코드를 사용하였으며, 입력 스트링의 길이는 HMM 훈련 데이터의 평균 길이로 하였다. 그리고 생성된 체인 코드는 일정 길이의 선분열로 변환하여 그대로 도시하였다. 보다 매끄러운 그림을 위해서는 체인 코드를 부드러운 곡선으로 근사하는 것도 가능할 것이다.

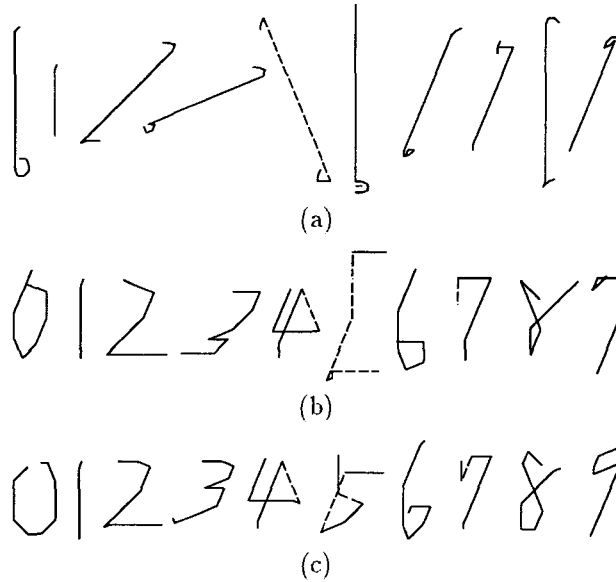


그림 1: (a) HMM, (b) DHMM, (c) NSHMM 에서 만든 숫자 (체인 코드 이용).

### 3.3 생성 결과

#### [ 숫자 ]

그림 1은 HMM, DHMM, NSHMM 각각에서 생성된 숫자 패턴들이다. 표준 HMM에서 나온 그림 1(a)는 특정 부분이 지나치게 길어 전체적으로 심한 불균형을 보여 주고 있다. 이 현상은 마르코프 가정과 지수 함수 형태의 상태 체류 분포에 기인하는 것이다. 모델에서는 가장 최근의 상태 천이 이전의 과거 천이 이력은 기억하지 않는다. 따라서 마르코프 과정이 현 상태에 얼마나 머물러야 하는지 — 즉 필획 내에서 곧은 부분이 얼마나 길어야 하는지에 대한 제어를 할 수가 없기 때문에 심한 축퇴 현상을 보이고 있다.

그림 1(b),(c)는 각각 DHMM과 NSHMM의 생성 결과이다. DHMM의 결과는 '5', '7', '9'에 약간의 왜곡을 제외하면 숫자의 형태를 갖추고 있다. 반면에 NSHMM의 결과는 사람의 필순을 그대로 따르고 자연스런 모양을 갖추고 있다고 판단된다.

#### [ 자소 ]

한글 자소의 경우에는 초성만을 보였다. 그림 2은 한글 자소는 숫자, 로마자와는 달리 다소 복잡하여 다소 심한 왜곡을 보여주고 있다. 특히 크기가 상대적으로 작은 획은 아예 나타나지 않는 경우도 있다. 이것은 HMM (DHMM, NSHMM 포함)의 파라미터의 수가 부족하거나 모델 파라미터의 불균형적인 활용(HMM의 A와 B의 크기)으로 설명이 가능하다. 하지만 보다 큰 이유는 일련의 심볼들 간의 유기적인 관계(correlation)를 전혀 고려치 않고 단순히 독립적

이라고 한 가정에 있다. 만약 출력 심볼들 간의 관계까지 모델링 한다면 보다 정확한(자연스런) 글씨를 생성할 수 있을 것이다 [2, 9]. 이점에 있어서 NSHMM은 심볼 간의 독립 가정에도 불구하고 적절히 표현하고 있음을 알 수 있다.

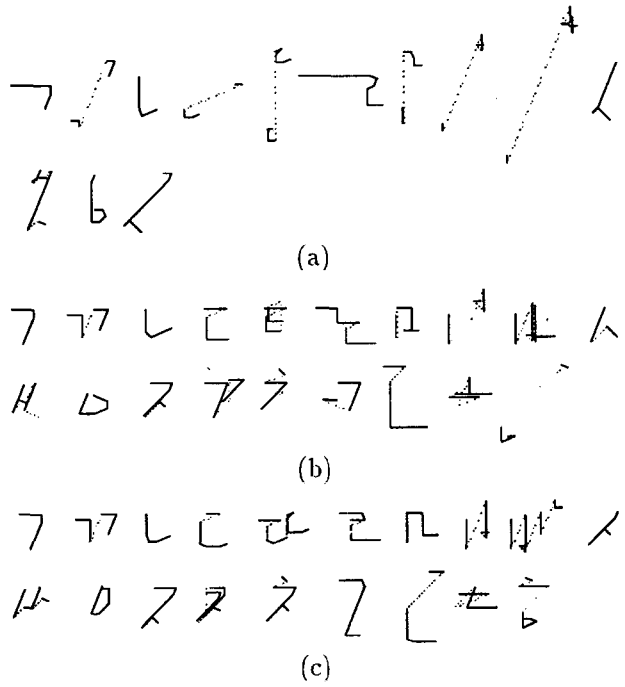


그림 2: 한글 초성 생성: (a) HMM, (b) DHMM, (c) NSHMM

[ 자소의 크기 변화 ]

HMM은 시간축상의 변화, 즉, 심볼열 길이의 변화를 잘 수용한다. 이점을 살펴보기로 하자. 훈련 데이터 (심볼열)의 길이는 매우 변화가 심하다. 일례로 각각 하나씩의 한글 초성, 알파벳 및 아라비아 숫자에 대한 훈련 샘플의 길이 분포를 그림 3에 보였다. 이와 같이 변화가 심한 표본이라도 HMM은 적당한 수의 확률 분포 함수로 간단히 모델링해낸다. 그러나 그것은 문제에 따라 패턴 공간 상에서 지나친 일반화의 소지와 분별력 부족 등 결코 사소하지 않은 단점도 수반하고 있다. 그림 4는 길이(크기)를 달리하면서 생성한 자소의 예이다. 이 그림에 따르면 앞에서 말한 HMM의 문제점들이 요약되어 나타난다. 표준 HMM의 생성 예는 글자 전체에 대한 최적화가 특정 부분의 분포에 전적으로 좌우되어 나타난다. 반면 DHMM와 NSHMM의 결과는 왜곡은 있더라도 전체와 부분의 크기가 조화를 이루고 있다. 이점은 심볼열 내의 심볼간에 상호 종속 관계가 있는 구조화된 패턴의 경우 전체와 부분의 조화가 필기 패턴 생성에 매우 중요하다는 것을 말해 준다.

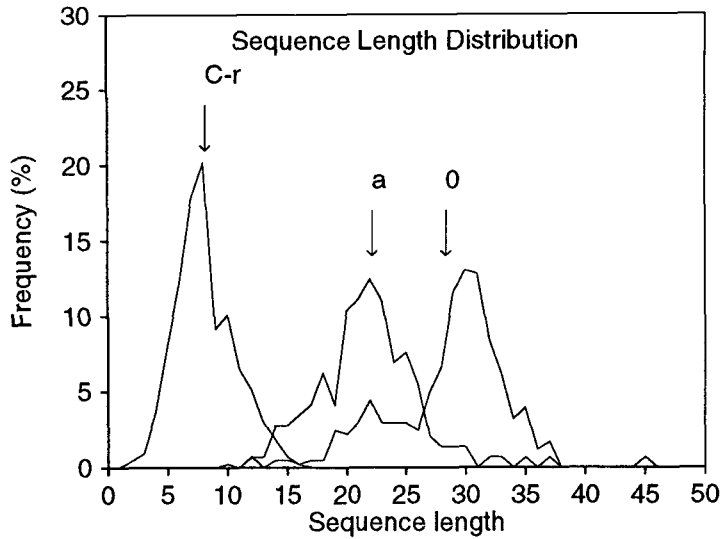


그림 3: 한글 초성 /C-r/, 로마자 a, 숫자 0의 혼련 표본 길이 분포.

## 4 글자 생성

한글은 음절은 [13]에서 제안된 바와 같이 자소와 연결획의 순차적 연결로 모형화하여 필기 도구가 이동한 궤적 모형을 구축한다. 본 논문에서도 자소와 연결획 단위의 모형을 기본 단위로 하여 글자 모형을 구축하기로 한다. 글자의 생성은 일반적으로 다음과 같이 두가지 방법으로 가능하다.

- (1) 초성, 중성, 종성, 그리고 연결획 별로 평균 길이의 패턴을 생성한 다음 이를 차례로 연결한다. 글자의 크기를 바꿀 때에는 전체 크기에 비례적으로 각각을 축소 또는 확대한 길이로 생성한다.
- (2) 그림 5[11, 13]와 같은 글자 모델을 사용하여 전체 글자의 크기를 단위로 생성한다. 이 모델에 따르면 각 자소 및 연결획의 크기는 주어진 글자 크기 안에서 상태열과 심볼열 간의 배열 확률로 결정된다.

첫째 방법은 앞절의 자소 생성 방법을 그대로 사용한다. 즉 자소별로 평균 또는 그에 비례하는 크기로 만든 다음 이를 차례로 연결하여 글자를 만들면 된다. 두 번째 방법의 문제점은 각 자소의 모형화 정도에 크게 좌우된다는 점이다. 예를 들어 초성의 모형이 over-fitting되었거나 지나치게 최적화되었을 때에는 초성 부분의 심볼을 길게할 수록 확률이 커지기 때문에, 생성된 글씨의 모양은 초성이 비정상적으로 큰 글씨가 생성된다. 이점은 상태 체류 모형이 없는 표준 HMM의 경우 매우 심각하여 특정 자소/연결획의 특정 부분이 집중적으로 확대되어 나타난다.



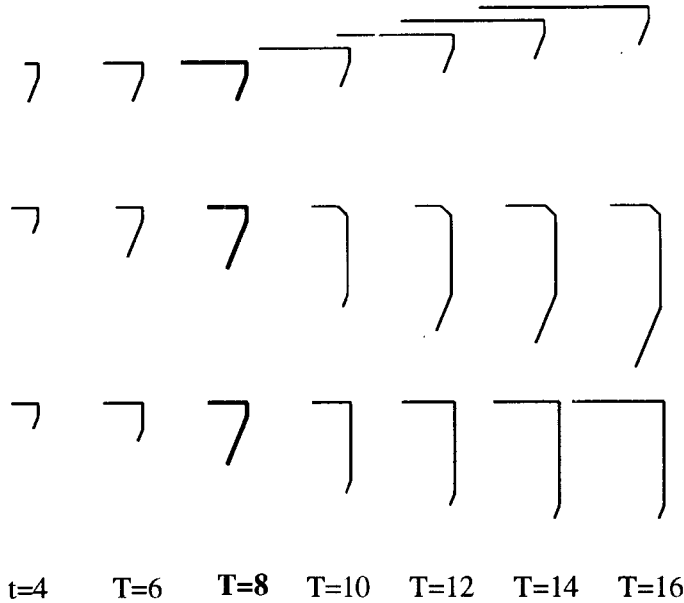


그림 4: 길이( $T$ )의 변화에 따른 생성 글자의 모양 변화: HMM (상), DHMM (중), NSHMM (하). 굵은선 그림이 평균 크기.

그림 6은 위의 두가지 방법 각각으로 생성된 예를 보여준다. 결과는 예상대로 표준 HMM의 결과는 많이 일그러졌는데, 자소간의 크기 균형이 전혀 고려되지 않는 글자 모델의 출력은 더욱 심하게 나타났다. DHMM과 NSHMM의 결과에서는 특별히 현저한 왜곡은 없고, 글자 전체의 모양과 각 부분의 크기가 대체로 잘 조화되어 있음을 알 수 있다. 하지만 DHMM의 결과에서 자소간 연결부의 길이/크기가 잘못 추정되어 한글의 중요한 특징의 하나인 자소 배치가 왜곡되었음을 알 수 있다.

마지막으로 그림 7은 그리 왜곡이 심하지 않은 DHMM, NSHMM의 경우에 대해서만 추가의 예이다. 실험에 사용한 코딩 방법이 거칠고 모델이 완벽하지 못하기 때문에 생성 글씨의 일그러짐이 존재한다. 그림에도 불구하고 인쇄체와는 다른 인간의 필기 특성과 자연스러움을 간직하고 있다고 판단된다.

## 5 토의

지금까지 HMM에 의한 필기 패턴 생성의 결과를 살펴 보았다. 그러나 결과에 대한 평가는 제시하지 않았다. 그 첫째 이유는 객관적인 평가 기준이 없기 때문이다. 글씨의 자연스러움에 대한 평가는 정성적으로 이루어지고, 또 사람의 눈으로만 가능하다. 그리고 실제 문헌에서도 기

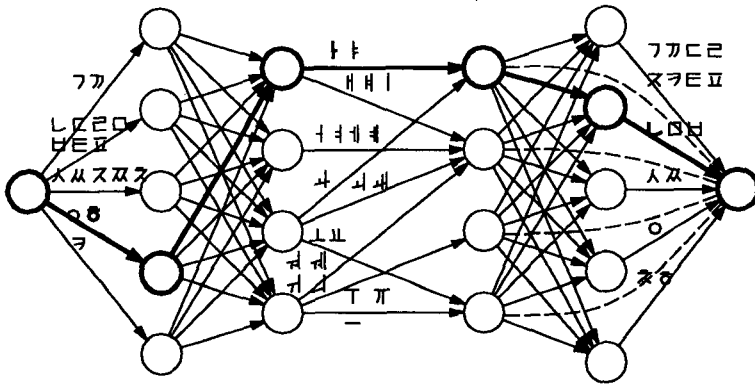


그림 5: 한글 글자 생성을 위한 네트워크 모형

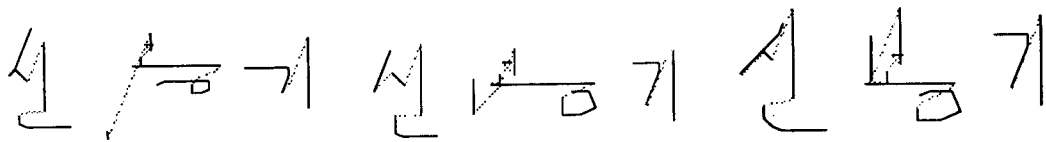
계에 의한 필기 평가에 대한 연구는 생성 모델의 타당성을 보이거나 여러 사람의 판단에 의한 간단한 통계치를 제시하는데 그치고 있는 실정이다 [3, 7].

극단적으로는 교차 검증 기법을 이용하여 통계적인 평가도 가능할 것이다. 훈련 표본의 집합을  $S_1, S_2$ 로 나누고 (일반적으로  $N$ 등분) 각각에 대해 필기 모델을 만든다.  $S_1$  모델로 필기를 생성하여  $S_2$  모델로 하여금 인식토록 하는 방법을 말한다. 마찬가지로  $S_2$  모델이 생성한 필기를  $S_1$  모델이 인식케 한다. 이 방법은 생성 필기의 평가에 직접적인 의미는 없지만, 생성된 필기가 모델을 — 더욱 구체적으로는 모델 내부의 경로와 상태 체류 분포, 그리고 각 상태의 출력 분포 등을 — 대표하는 것이므로, 인식률의 저하로써  $S_1, S_2$  간의 차이 등에 대해서 간접적인 의미를 찾을 수 있다.

앞절의 실험에 쓰였던 모델은 다수의 고교생 및 대학, 대학원생들로부터 받은 필기 표본으로 훈련된 것이다. 따라서 HMM이 정확한 모델이라 할 때, 훈련 표본이 충분하고 unbiased 표본이라면 본 논문에서 보인 글씨의 모양은 사람 — 적어도 대상 필기자들 — 이 쓴 필기 특징의 최빈값(mode) 또는 평균을 표현하게 된다.

본 연구의 의의는 사람의 대표적인 필기를 연구하는 데 있어서 하나의 새로운 방법을 제시하였다는데 두고 있다. 비록 결과 자체로는 HMM에 증속된 몇가지 가정에 많이 좌우되고 상세한 특징이 불완전하지만, 여러 사람의 필기에 공통된 특징 추출에 대해서 시사하는 바는 매우 크다고 생각한다.

본 논문생성 필기 그림은 HMM의 상태열을 따라서 출력된 체인 코드를 그대로 이차원 평면 상에 그린 것이다. 획과 획 사이의 궤적은 점선으로 도시하였다. 그러므로 그 모양은 다각형 또는 polyline의 공간 배치로 나타나게 된다. 그러나 각 상태에서 심볼 출력시 적당한 잡음 모델을 첨가한다면 보다 자연스런 필기를 구할 수 있을 것이다. 분만 아니라 polyline을 Bézier 곡선이나 B-spline 곡선 등 매끄러운 곡선으로 근사한다면 [6] 더욱 자연스런 필기를 생성할 수



(a)



(b)

그림 6: 글자 생성의 예: (a) 자소/연결획별 생성 결과를 이은 결과, (b) 글자 모델에서 생성한 결과. (a), (b) 각각 좌에서 우로 HMM, DHMM, NSHMM에 의한 생성한 것.

있을 것이다.

## 참고 문헌

- [1] L. E. Baum. An inequality and associated maximization technique in statistical estimation for probabilistic functions of Markov processes. *Inequalities*, 3:1-8, 1972.
- [2] L. Deng. A stochastic model of speech incorporating hierarchical nonstationarity. *IEEE Trans. on Speech and Audio Processing*, 1(4):471-474, Oct. 1993.
- [3] E. H. Dooijes. *Analysis of Handwriting Movement*. PhD thesis, Univ. of Amsterdam, Netherlands, 1983.
- [4] S. E. Levinson. Continuously variable duration hidden Markov models for speech recognition. *Computer Speech and Languages*, 1:29-46, 1986.
- [5] R. J. Meulenbroek and G. P. van Galen. The production of connecting strokes in cursive writing: Developing co-articulation in 8 to 12 year-old children. In R. Plamondon, C. Y. Suen, and M. L. Simner, editors, *Computer Recognition and Human Production of Handwriting*, pages 273-286. World Scientific, 1989.
- [6] H.-S. Park, J.-Y. Yang, and H.-K. Cho. A study on the generation of handwritten character for on-line Hangul character recognition. In *Proc. Korea Inform. Sci. Soc. Conf.*, pages 949-952, Oct. 1993. (In Korean).

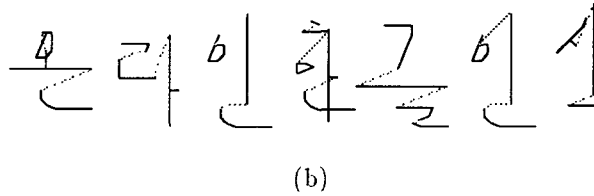
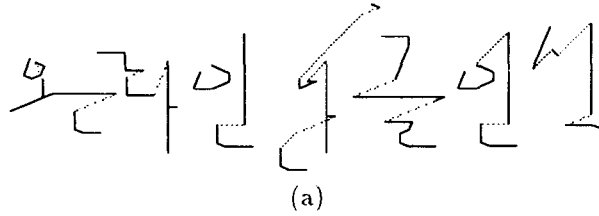


그림 7: 글자 모형에 의한 생성의 예; (a) DHMM, (b) NSHMM.

- [7] R. Plamondon and F. J. Maarse. An evaluation of motor models of handwriting. *IEEE Trans. Systems, Man, Cybernetics*, 19(5):1060–1072, Sep/Oct 1989.
- [8] L. R. Rabiner. A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition. *Proc. IEEE*, 77(2):257–285, Feb. 1989.
- [9] S. Roucos and M. O. Dunham. A stochastic segment model for phoneme-based continuous speech recognition. In *Proc. IEEE ICASSP*, pages 73–76, Dallas, Texas, Apr. 1987.
- [10] M. J. Russell and R. K. Moore. Explicit modeling of state occupancy in hidden Markov models for automatic speech recognition. In *Proc. IEEE ICASSP*, pages 5–8, Tampa, FL, Mar. 1985.
- [11] B.-K. Sin. *An HMM-based Statistical Framework For Modeling On-line Cursive Script*. PhD thesis, Korea Advanced Institute of Science and Technology, Feb. 1995.
- [12] B.-K. Sin and J. H. Kim. Nonstationary hidden Markov model. *Signal Processing*. (In printing).
- [13] B.-K. Sin and J. H. Kim. On-line character recognition with hidden Markov models. In *Proc. of the 4th Conf. on Hangul and Korean Inform. Processing*, pages 533–542, Oct. 1992. (In Korean).
- [14] A. J. Viterbi. Error bounds for convolution codes and an asymptotically optimum decoding algorithm. *IEEE Trans. on Info. Theory*, 13:260–269, 1967.