

랜덤와동해법에 의한 Bluffbody 비정상 유동장의 해석

RVM Simulation of Unsteady Flows behind Bluffbody

강 성 모¹, 김 용 모², 류 명 석³

Myung-Seok Lyu, Sung-Mo Kang and Yong-Mo Kim

The transient incompressible flow behind the bluffbody is numerically simulated using the random vortex method(RVM). Based on the vorticity formulation of the unsteady Navier-Stokes equations, the Lagrangian approach with the random walk technique is employed to account for the transport processes of the vortex elements. The random walk procedure for the diffusion process has been validated against the exact solutions. The present simulation focuses on the transition flow regime where the recirculation zone behind the bluffbody becomes highly unsteady and large-scale vortex eddies are shed from the bluffbody wake. The unsteady flow structures and the mixing characteristics behind the bluffbody are discussed in details.

1. 서 론

큰 Reynolds수에서 난류유동장은 와도(vorticity)가 밀집해서 커다란 와단(vortex cluster)을 이루고 서로 상호작용을 하는 동안 응집유동구조(coherent structure)를 유지하는 와류유동구조를 가진다. 난류유동장에 대한 수치해석에서는 난류모델을 수반하는 시간평균된 Navier-Stokes(NS)방정식에 대해 유한차분법이나 유한요소법을 통상적으로 사용하고 있다. 이러한 Averaging-closure방법은 난류 correlation항들에 대한 난류모델을 필요로 하고 모델상수들은 문제의존적이며 특히 시간평균과정에서 난류의 기본 메커니즘에 대한 정보를 상실하기 때문에 비정상 난류유동 및 응집유동구조를 예측할 수 없는 결점을 가지고 있다. 그러므로 시간평균하지 않은 본래의 NS방정식을 사용하여 와류유동 내의 급격한 유동특성 변화와 유동의 발달을 정확히 예측하고 유동장내에서 국부적인 속도구배를 가지는 얇은 전단층으로 계산요소를 밀집시키는 이산화를 통해 수치효율과 정확도를 높일 수 있는 수치방법을 고안하는 것이 요구된다. 본 연구의 랜덤와동해법(Random Vortex Method, RVM)은 그러한 수치방법 중의 하나로서 본래의 NS방정식을 기반으로 하기 때문에 물리모델에 관련된 상수들의 세밀한 조정이나 유동특성에 대한 사전정보를 필요로 하지 않으며 난류유동장에서의 비정상 와류유동 특성을 용이하게 예측할 수 있다. 또한 와도의 구배가 큰 영역으로 와도가 밀집하는 자가적응적(self adaptive)인 특성 때문에 불안정한 전단유동에서 큰 와류유동 구조에 관련된 비정상 유입(entrainment)과정을 효율적으로 해석할 수 있는 수치적 장점도 가지고 있다.

Helmholtz(1858)로부터 시작된 와동연구는 19세기에는 Lord Kelvin에 의해 그리고 금세기 초반에는 Prandtl과 그의 Göttingen학파에 의해 지속되었고, 지난 30년동안 물리, 수학, 공학분야에서 지속적인 발전을 하였다. Rosenhead[1]는 초기($t=0$)의 연속적인 와도장을 이산화된 점들에서의 델타함수의 합으로 나타낸 점와동법(point vortex method)을 처음으로 유동장 해석에 적용하여 2차원 와동면(vortex sheet)의 거동을 점와동들의 수송으로 근사시켰다. 점와동법은 중심에서 무한대의 고립와도를 가지고 있기 때문에 두 점와동간의 거리가 0으로 접근할 수록 속도가 무한대로 되는 비물리적인 특이해[2]를 포함하지만, 상대적으로 적은 수의 점와동과 계산의 정확도를 제한하였던 Rosenhead의 결과[1]에서는 나타나지 않았다[3]. 점와동법의 이러한 문제점을 극복하기 위해 Chorin[4]은 유한 단면적(와핵, vortex core)내부에서 일정한 와도분포를 가지는 와요소(vortex element; vortex blob/ring)를 와동의 거동해석에 적용하여 Euler방정식을 근사시킨 뒤 컴퓨터에서 발생된 난수(random number)를 이용한 랜덤성분을 중첩시켜 점성확산을 고려한 랜덤와동해법(RVM)을 제시했다. 그후에 Chorin[5]은 경계층에서의 수렴속도를 향상시키기 위해 Prandtl의 경계층이론과 경계층방정식을 랜덤와동해법에 적용할 수 있도록 와동면(vortex

1. 한양대학교 기계공학과 대학원
2. 한양대학교 기계공학과
3. 대우고등기술연구원 자동차기술연구소

sheet)개념을 도입했다.

본 연구의 랜덤와동해법은 계산영역을 내부영역과 경계층영역으로 구분하고 각 영역에 대한 와도전달 방정식을 대류방정식과 점성확산방정식으로 나누어 고려하는 점성항 분리해법[6]을 사용하였다. 이 두방정식의 해를 결합해서 고려중인 영역에 대한 해를 구하고 경계층 유동영역과 내부 유동영역의 경계면에서는 두영역의 해가 일치되게 와요소를 변환시켰다. 수치해법에서는 벽면에서의 점성부착(no-slip) 경계 조건 수행과 유동장의 회전속도성분을 예측하기 위한 랜덤와동해법에 대류와 확산에 의한 와도수송에서 연속방정식과 법선경계조건을 만족시키는 포텐셜속도성분을 구하기 위해 기하학적으로 복잡한 경계면에서 용이하게 Neumann 경계조건을 부과할 수 있는 Galerkin 유한요소법[7]을 결합하였다. 와도수송단계에서는 대류에 의한 와도수송을 Lagrangian 유동해법으로 고려하여 수치격자의 사용으로 인한 수치확산의 영향을 제거하였으며 확산에 의한 와도수송을 Lagrangian 유동해법에 적합하게 모델링 될 수 있는 random walk기법[4,15]에 의해 통계적으로 처리하였다. 영역경계에서는 Neumann 경계조건을 가지는 Laplace방정식의 해로부터 얻어지는 포텐셜 속도성분을 유동장에 더해서 법선경계조건을 만족시켰고, 벽면에서의 접선속도를 상쇄시키기 위해 일정한 강도의 순환(circulation)을 가진 와동면을 발생시켜 점성부착 경계조건을 부과하였다.

본 연구에서는 먼저 1차원 열전도방정식과 2차원 평판유동에 대한 수치해석을 통해 랜덤와동해법에서 확산수송을 고려하기 위해 사용한 random walk 해석법의 타당성을 검증한 뒤 중앙제트유동과 환상유동의 전단층에서 형성된 큰 와동의 홀림, 뭉침으로 인한 강한 비정상 유동구조를 가지는 축대칭 bluffbody 후류의 천이영역 유동장을 예측하기 위해 적용하였다.

2. 랜덤와동해법의 수치모델

축대칭, 비압축성, 점성유동에 대한 지배방정식은 다음과 같다[8]:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$D\vec{u}/Dt = -\nabla p + (1/R) \Delta \vec{u} \quad (2)$$

여기서 $\vec{u} = (u, v)$ 는 속도벡터이고 각각 반경방향과 축방향 속도성분을 나타낸다. 모든 변수들은 유로반경 (H)과 원주를 따른 입구유동속도 (U_0)의 적당한 조합으로 무차원화하였고 Reynolds수는 $Re = U_0 H / \nu$ 로 정의하였다. 와도수송방정식은 식(2)에 curl을 취해서 유도되고 와도는 방위각 방향으로 정의한다.

$$\omega_\theta = \partial u / \partial z - \partial v / \partial r \quad (3)$$

$$\partial \omega / \partial t + \vec{u} \cdot \nabla \omega - u(\omega/r) = (1/R_0)(\partial^2 \omega / \partial r^2 + (1/r)\partial \omega / \partial r + \partial^2 \omega / \partial z^2 - (1/r^2)\omega) \quad (4)$$

여기서 $u\omega/r$ 는 와환(vortex ring)의 반경방향 신장(stretching)과 수축에 관련된 와동신장항이다. 와도수송을 대류와 확산수송으로 나누어 고려하기 위해 식(4)에 점성항 분리해법을 적용하면 아래식들을 얻는다.

$$D(\omega/r)/Dt = 0 \quad (5)$$

$$\partial \omega / \partial t = (1/R_0)(\partial^2 \omega / \partial r^2 + \partial^2 \omega / \partial z^2) \quad (6)$$

$$\partial \omega / \partial t = (1/R_0)(1/r \partial(\omega/r) / \partial r) \quad (7)$$

2.1 대류수송

축대칭 유동장에 대해 랜덤와동해법은 와도장을 N 개의 와환요소로 식(8)처럼 이산화시킨다. Γ_i 는

$$\omega(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N \Gamma_i \delta(\vec{x} - \vec{X}_i) \quad (8)$$

$\vec{X}_i = (\rho_i, \zeta_i)$ 에 위치한 와환요소의 순환이고 $\delta(\cdot)$ 는 Dirac delta함수이다. 순환, Γ_i 를 가진 \vec{X}_i 에 위치한 와환요소에 대해 임의의 점 $\vec{x} = (r, z)$ 에서의 Stokes 유량함수는 다음과 같다[9].

$$\psi(r, z) = (\Gamma/2\pi)(s_2 + s_1)[K(\lambda) - E(\lambda)] ; 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (9)$$

여기서 $K(\lambda)$ 과 $E(\lambda)$ 는 각각 완전 타원형적분(complete elliptic integral)을 나타낸다. 연속방정식을 만족시키는 Stokes 유량함수를 아래처럼 정의하면 \vec{X}_i 에 위치한 와환요소가 점 \vec{x} 에 대해 유도하는 속도를

$$u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{and} \quad v = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (10)$$

구할 수 있고 다수의 와환요소에 의한 유도속도는 각각의 중첩으로 나타낼 수 있다.

$$u_i(\vec{x}, t) = \frac{-\Gamma_i}{2\pi r} \frac{(z - \zeta_i)(s_{1i} - s_{2i})}{s_{1i}s_{2i}} \left[K(\lambda_i) - \frac{E(\lambda_i)}{2} \left(\frac{s_{2i}}{s_{1i}} - \frac{s_{1i}}{s_{2i}} \right) \right] \quad (11a)$$

$$v_i(\vec{x}, t) = \frac{\Gamma_i}{2\pi r} \left[\left(\frac{r - \rho_i}{s_{1i}} + \frac{r + \rho_i}{s_{2i}} \right) (K(\lambda_i) - E(\lambda_i)) - \frac{s_{2i} - s_{1i}}{2} E(\lambda_i) \left(\frac{r - \rho_i}{s_{2i}} - \frac{r + \rho_i}{s_{1i}} \right) \right] \quad (11b)$$

$$u_\omega(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N u_i(\vec{x}, t), \text{ and } v_\omega(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N v_i(\vec{x}, t) \quad (12)$$

이때 Dirac delta함수로 주어지는 고립와도는 중심에서 무한대의 유도속도를 가지므로 이러한 비물리적인 불연속성을 피하기 위해 와핵(vortex core)을 가지는 와환요소로 와도장을 이산화시켰다[4]. 와핵의 모델로서 자연에서 쉽게 관찰되는 Rankine형 와핵[10]을 가정하였고 와핵내부에서의 유도속도는 와핵의 중심에서의 유한한 값과 식(8a, b)를 이용하여 와핵반지름에서 계산된 값 사이에서 선형적으로 변한다고 가정하였다. 와환요소의 중심 ($|\vec{x} - \vec{x}_i| = 0$)에서의 자가유도속도(self induced velocity, v_i)는 아래의 Kelvin의 공식[11]으로 부터 계산하였다.

$$u_i = 0, \quad v_i = \frac{\Gamma}{4\pi\rho} \left(\ln \frac{8\rho}{\delta} - 0.25 \right) \text{ for } \delta/\rho < 1 \quad (13)$$

여기서 δ 는 와핵의 반지름을 나타낸다. 이러한 와핵모델을 가지고 \vec{x}_i 에 위치한 임의의 와환요소가 임의의 점 \vec{x} 에 대해 유도하는 속도를 아래와 같이 계산하였다.

$|\vec{x} - \vec{x}_i| > \delta$ 이면 (u_w, v_w) 는 식(12)에서 구해지고 $|\vec{x} - \vec{x}_i| \leq \delta$ 이면 (u_w, v_w) 는 \vec{x}_i 에서의 속도(0, v_s)와 $\vec{u}(\vec{x}_i + \delta \vec{e})$ 를 선형보간해서 구해진다. \vec{e} 는 $(\vec{x} - \vec{x}_i)$ 의 단위벡터이다.

영역경계에서 법선경계조건을 만족시키기 위해 $\vec{u}_{pot} = \nabla\phi$ 로 주어지는 포텐셜유동 속도성분을 속도장 \vec{u}_w 에 중첩시켰다[12]. 중첩된 유동장의 속도는 $\vec{u} = \vec{u}_w + \vec{u}_{pot}$ 로 나타낼 수 있으므로 아래의 Neumann 경계조건을 가지는 Laplace 방정식에 Galerkin유한요소법을 사용하여 속도포텐셜을 구하였다.

$$\nabla^2\phi = 0, \quad \frac{\partial\phi(s)}{\partial n} = (\vec{u}_p - \vec{u}_w(s)) \cdot \vec{n} \quad (14)$$

여기서 s 는 유동경계를 따라 정의한 원호길이, \vec{u}_p 는 유동경계에 부과된 경계속도이고 경계층영역에서의 모든 변수들을 벽면좌표계로 나타내었다.

대류수송에서 와환요소는 순환의 변화없이 유체입자의 궤적을 따라 움직이므로 아래와 같은 일련의 상미분방정식을 적분하여 와환요소의 수송을 수행하였다. 이때 궤적에 대해 1차정확도의 시간적분을 사

$$d\vec{x}_i/dt = \vec{u}(\vec{x}_i, t) \quad (15)$$

용하면 수치오차로 인하여 와동의 분산(spreading)을 예측하기 때문에 본 연구에서는 이러한 오류확산을 줄이기 위해 2차 정확도를 가지는 Heun의 시간적분법[13]을 이용하여 와환요소의 수송을 결정하였다.

2.2 확산수송

확산수송은 random walk[4,15]와 직접적인 수송[14]의 두 단계[9]로 이루어진다. 첫단계의 점성확산을 고려하는 random walk기법은 식(6)에 대한 아래의 1차원 Green 함수가 평균치와 표준편차 ($\sigma = \sqrt{2\Delta t/R_e}$)를

$$G(x, t) = (R/4\pi t)^{1/2} \exp(-x^2 R/4t) \quad (16)$$

가지는 Gaussian 랜덤변수, η 의 PDF(probability density function)와 동일하다는 점에 기본을 두고 있다.

$$P(\eta, t) = (1/2\sigma^2\pi)^{1/2} \exp(-\eta^2/2\sigma^2) \quad (17)$$

2차원의 경우에 PDF는 1차원 PDF의 적(product)으로 나타나므로 두개의 독립된 Gaussian 랜덤변수 (η_1, η_2)를 이용하여 식(6)의 해를 통계적으로 계산하였다. 두번째 단계에서는 식(7)을 MOC방식에 의해 계산하여 아래식과 같이 반경방향으로 주어지는 부가적인 증분항만큼 와환요소를 변위시켰다.

$$\rho_i^2(t + \Delta t) = \rho_i^2(t) - 2\Delta t/R_e \quad (18)$$

점성부착 경계조건은 고체경계를 따라 h 간격으로 분포시킨 점들에서 접선속도(u_s)를 계산하여 $\Gamma = -u_s h$ 의 순환을 가진 와동면[5]을 발생시켜서 만족시켰다. 와동면은 각 고체벽에서 경계층 유동영

역으로 확산된 후에 국부속도에 따라 대류와 확산과정을 겪는다. 경계층 유동영역을 넘어선 와동면은 와환요소로 변환시켰다. 이때 경계층유동 영역의 두께는 random walk의 표준편차(δ) 정도로 주었다.

3. 결과 및 토론

본 연구에서는 먼저 랜덤와동해법에서 확산수송을 고려하기 위해 사용한 random walk 해석법의 타당성을 검증한 뒤 축대칭 bluffbody 후류의 비정상 유동구조를 예측하였다. 첫번째 예제로서 $0 \leq y \leq 1$ 의 경계를 가진 아래의 1차원 열전도 방정식에 대해 수치해석을 수행하였다.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (19)$$

제로평균과 표준편차 ($\sigma = \sqrt{2\alpha \Delta t}$)를 가진 N개의 Gaussian 랜덤변수, η_i 에 의해 온도 T는 다음과 같이

$$T(y, t) = \sum_{i=1}^N \delta T_i H(y_i - y) \quad (20)$$

근사되고 매 시간증분마다 입자들은 random walk에 의한 확산수송을 거친다.

$$y_i(t + \Delta t) = y_i(t) + \eta_i \quad (21)$$

Fig. 1은 $T(y, 0) = 0$, $T(0, t) = 0$ 그리고 $T(1, T) = 1$ 의 초기·경계조건과 $\alpha=1$ 의 열전도계수를 가질 때의 시간에 따른 random walk의 해와 해석해와의 비교를 보여준다. 경계에서의 초기 온도상승을 확산시키기 위해 $\delta T_i = 0.01$ 인 500개의 입자와 $\Delta t = 0.001$ 을 사용하였다. Fig. 2는 Fig. 1과 동일한 상황에서 $y=0$ 에 $q(0, t) = 0$ 의 Neumann 경계조건을 부과하였을 때의 수치결과를 보여준다. 동일한 수치관련상수가 사용된 두 경우의 수치결과로부터 random walk 기법이 경계조건과 무관하게 적용될 수 있음을 알 수 있다. 두번째 예제는 대류수송이 있는 경우에 random walk에 의한 확산수송을 고려하기 위해 2차원 반무한 평판 위의 경계층영역[22]에 대해 수치해석을 수행하였다. 고체경계에서의 점성부착 경계조건을 만족시키기 위해 점선속도에 상응하는 순환을 가진 와동면을 사용하였다. Fig. 3은 20시간증분의 유동방향속도 성분을 시간평균한 수치결과와 해석해와의 비교를 나타낸다. 수치관련상수로 $U_\infty = 1.0$, $\nu = 10^{-6}$, $\Delta t = 0.1$, $h = 0.1$, $\Gamma_i = 0.006$, $R_e(U_\infty X / \nu) = 108,000$ 등이 사용되었고 대략 150~180개의 와동면이 발생하였다. 경계층 영역에서는 대류수송시에 1차 정확도의 시간적분법을 사용한 것이 작은 정량적인 차이의 원인으로 보인다.

Fig. 4은 축대칭 bluffbody 유동장에 대한 수치계산 영역과 기하학적 체원 ($R_e = 7000$, $D_j/D_a = 1/10$, $V_j/V_a = 0.667/1.0$)을 나타낸다[18]. 높은 Reynolds수에서 두꺼운 지름비를 가진 bluffbody 후류 유동은 공기/제트의 속도비에 따라 다음과 같은 비정상 혼합유동구조(안정영역, 천이영역, 불안정영역)를 나타낸다. 환상(annular)유동지배에서는 중앙제트가 환상유동의 재순환영역에 의해 정체되어 길고 안정된 재순환 후류영역을 이룬다. 천이영역에서는 중앙제트 속도가 증가함에 따라 와동의 상호작용으로 인한 전단층의 불안정성이 증가하여 주기적인 큰 와동홀립(vortex shedding)과 뭉침(merging) 현상이 일어나고 마지막 중앙제트 지배에서는 중앙제트가 재순환영역을 뚫고 나가 두개의 정체점을 중첩시키는 유동구조를 이루고 있다. 본 연구에서는 전단유동의 불안정성에 의해 발생된 강한 비정상성이 지배적인 천이유동 영역에 대해 수치해석을 수행하였다. 단, 유동 불안정성에 대한 bluffbody의 영향만을 고려하기 위해 채널 상단벽에 비점성을 가정하였다.

Fig. 5는 천이영역 bluffbody 유동장에서의 큰 와동들의 형성, 홀립 그리고 혼합와동 형성의 한 주기를 시간에 따라 와요소의 속도장으로 보여주고 있다. 유동주기는 환상유동 경계층의 감김(rollup)과 중앙제트 유동 경계층의 감김으로 인한 와동의 성장으로 시작된다(Fig. 5a). 감김 초기단계에 일부의 와요소들이 와동에서 이탈하고 전 주기에 형성된 큰 혼합와동이 하류쪽으로 흘러감을 볼 수 있다(Fig. 5b). Bluffbody 양면에서 형성된 와동들이 성장하면서, 두개의 초기 정체점이 축대칭 중심선을 따라 형성된다(Fig. 5d). 앞쪽 정체점은 중앙제트 유동이 바깥쪽 재순환유동에 의해 정체되는 위치를 나타내며, 뒷 쪽 정체점은 재순환유동의 끝부분을 표시한다. 이 단계를 넘어서면 중앙제트 유동으로 인한 모든 와요소들이 제트 유동 와동으로 유입된다. 제트 유동 와동은 bluffbody 바깥반지름의 절반 이상으로 성장해서 환상 유동 와동을 두 개로 나누기 시작한다. 유동박리된 바깥쪽 와동은 하류쪽으로 움직이고 안쪽의 작은 와동은 bluffbody 가까이 머무른다(Fig. 5e). 이 와동은 bluffbody의 외부지름 유동영역에서 내부지름 유동 영역으로 성장하면서 제트 유동 와동을 불안정하게 만들어 bluffbody에서 박리시킨다(Fig. 5f). 유동박리

된 제트유동 와동은 앞서 분리된 환상유동의 바깥쪽 와동과 뭉쳐서 혼합와동을 형성한다. 이 혼합와동은 bluffbody 후류에서 뭉침과 흘림이 일어나는 천이유동 영역에서의 비정상 와류유동구조를 잘 보여주고 있다(Fig. 5g-h).

Fig. 6은 900 시간증분(100~1000)의 샘플을 시간평균한 속도장과 등유선도를 나타낸다. Fig. 7은 다른 축방향위치에서 시간평균한 축방향속도 성분의 수치결과와 실험치[19]의 비교를 나타낸다. 정량적인 차이의 가장 큰 원인으로 속도비의 차이를 들 수 있겠다. 수치해석에서는 공기에 대해 $V_r=0.667$ 를 사용한 반면에 실험에서는 메탄에 대해 $V_r=0.84$ 를 사용하였고 이는 같은 운동량비를 가질 때 공기에 대해 $V_r=0.623$ 에 해당한다. 공기/젯트의 속도비는 전단유동 불안정성의 원인이 되어 Fig. 5에서 보여졌던 것처럼 천이영역에서 bluffbody 후류의 비정상 유동구조에 큰 영향을 미친다. 다음으로 시간평균시에 이용된 샘플 데이터의 양이 적어서 주기성 비정상유동에서 나타나는 각 주기의 영향이 남아 있다고 볼 수 있다. 이외에도 수치해석과 실험간의 입구에서의 제트속도분포 차이, 작은 Reynolds 수의 차이 그리고 3차 원성 영향 등으로 인한 정량적인 차이를 고려하면 정성적인 유동구조를 잘 예측하였다.

4. 결론

본 연구의 수치결과로 부터 random walk 해법이 확산수송을 고려하기 위해 적합하다는 것을 알 수 있었고 랜덤와동해법은 천이유동영역에서 bluffbody 후류의 본질적 유동구조를 잘 예측하였다. 천이유동 영역에서의 강한 비정상성이 전단유동의 불안정성에 의해 발생되고 중앙제트 와동의 성장은 환상유동 와동을 불안정하게 하여 큰 와동의 흘림, 뭉침과 같은 강한 비정상 유동구조를 형성함을 수치해석 결과로부터 알 수 있었다. 또한 두 와동간의 상호작용은 bluffbody 후류에서 큰 척도의 비정상 혼합과정을 이루고 이러한 혼합유동구조가 주기성을 가지고 있음을 알 수 있었다.

참고문헌

- [1] Rosenhead, L., "The Formation of Vortices from a Surface of Discontinuity," Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, vol. 134, pp. 170-192, 1931
- [2] Kuwahara, K. and Takami, H., "Numerical Studies of Two-dimensional Vortex Motion by a System of Point Vortices," J. of the Phys. Soc. of Japan, vol. 34, no. 1, pp. 247-253, 1973
- [3] Leonard, A., "Review: Vortex Methods for Flow Simulation," J. of Comput. Phys., vol. 37, pp. 289-335, 1980
- [4] Chorin, A. J., "Numerical Study of Slightly Viscous Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 57, pp.785-796, 1973
- [5] Chorin, A. J., "Vortex Sheet Approximation of Boundary Layers," *J. Comput. Phys.*, Vol. 27, pp. 428-442, 1978
- [6] Beal, J. T., and Majda, A., "Rates of Convergence for the Viscous Splitting of the Navier-Stokes Equations," *Math of Computation*, Vol. 37, pp. 243-259, 1981
- [7] Chung, T. J., Finite Element Analysis in Fluid Dynamics, McGraw-Hill, 1978
- [8] Milne-Thomson, L. M., Theoretical Hydro-dynamics, 5th edition, 1968, Macmillan Press.
- [9] Lamb, H., Hydrodynamics, 6th Edition, Dover Publications, New York, 1945
- [10] Milinazzo, F. and Saffman, P.G., "The Calculation of Large Reynolds Number Fluid Flow Using Discrete Vortices with Random Walk," J. of Comp. Phys., vol. 23, pp. 380-392, 1977
- [11] Leonard, A., "Computing Three-dimensional Incompressible Flow with Vortex Filaments," in Ann. Rev. Fluid Mech., vol. 17, pp. 523-559, 1985
- [12] Batchelor, G. K., An Introduction to Fluid Mechanics, Cambridge University Press, 1967
- [13] Gerald, G.F. and Wheatley, P. Applied Numerical Analysis, Addison Wesley, 1984
- [14] Sod, G. A., "Automotive Engine Modeling with a Hybrid Random Choice Method II," SAE Paper 790242, SAE Congress, Detroit, MI, 1979
- [15] Ghoniem, A. F., and Sherman, F. S., "Grid-free Simulation of Diffusion Using Random Walk Method," *J. Comput. Phys.*, Vol. 61, pp. 1-37, 1985
- [16] Denham, M. K. and Patrick, M. A., *Trans. Inst. Eng.*, Vol. 52, pp. 361, 1974
- [17] Ghoniem, A. F. and Cagnom, Y., "Vortex Simulation of Laminar Recirculating Flow," *J. Comput. Phys.*, Vol. 68, pp. 346-377, 1987
- [18] Ghoniem, A. F., "Effect of Velocity Ratio on Bluffbody Flow Dynamics: Steady and Transitional Transitional Regimes," AIAA-91-0508, 29th Aerospace Sciences Meeting

- [19] Kelly, J., Namazian, M. and Schefer, S., "Characterization of Nonpremixed Turbulent Bluffbody Burner Flames," GRI Report 88/0168
- [20] 장근식, 노오현, 自然과 技術에서 渦流動, 大英社
- [21] Saffman, P.G., Vortex Dynamics, Cambridge
- [22] Schlichting, H., Boundary Layer Theory, McGraw-Hill, 7th Ed.

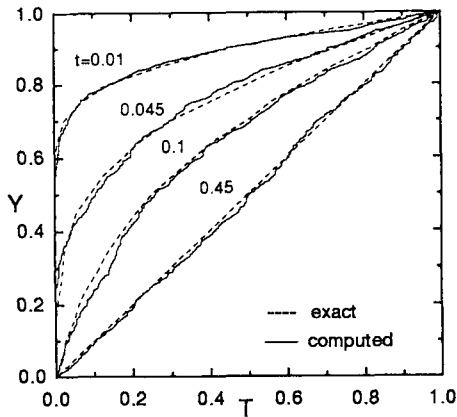


Fig. 1 Temperature profiles inside a finite slab with $T(1,t)=1$ and $T(0,t)=0$ ($\alpha=1.0$, $\Delta t=0.001$, $N=500$)

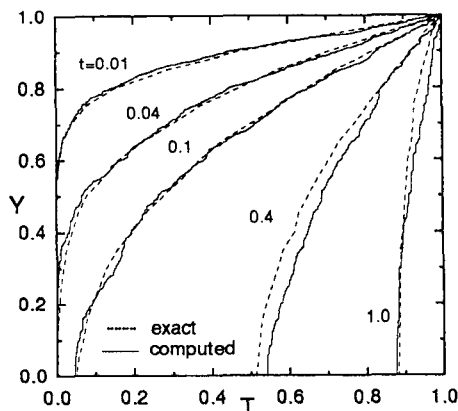


Fig. 2 Temperature distributions inside a finite slab with $T(1,t)=1$ and $q(0,t)=0$ ($\alpha=1.0$, $\Delta t=0.001$, $N=500$)

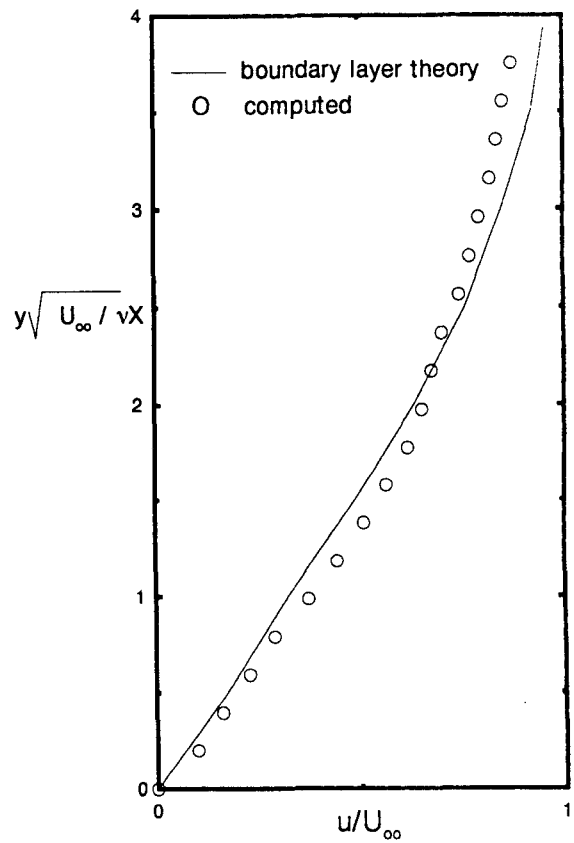


Fig. 3 Velocity profile inside a boundary layer.

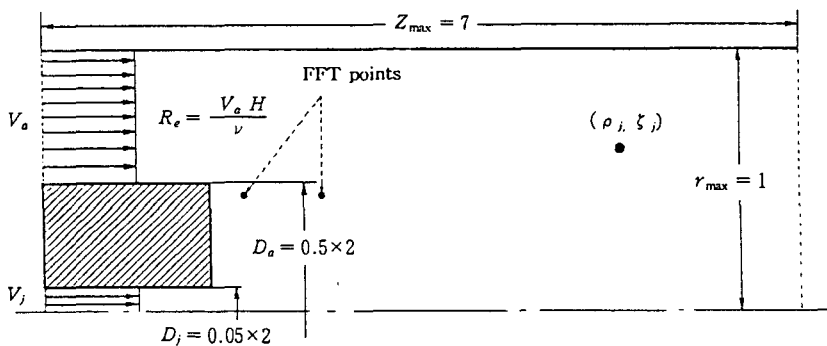


Fig. 4 Computational domain of bluffbody

Re=7000 Time=39.0 step=780 element=3802



Re=7000 Time=40.0 step=800 element=3534



Re=7000 Time=41.0 step=820 element=3699



Re=7000 Time=42.0 step=840 element=3834



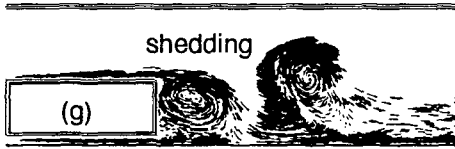
Re=7000 Time=43.0 step=860 element=3939



Re=7000 Time=44.0 step=880 element=4033



Re=7000 Time=45.0 step=900 element=3994



Re=7000 Time=45.5 step=910 element=4034



Fig. 5 A sequence of time frames showing the flowfield in terms of vortex elements and their instantaneous velocity vectors

Re=7000 Step=100-1000 Time=45.0

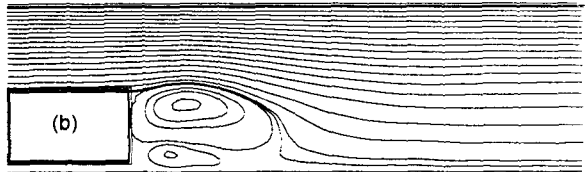
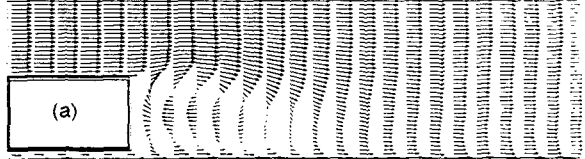


Fig. 6 (a) The mean velocity distribution (b) The mean streamline

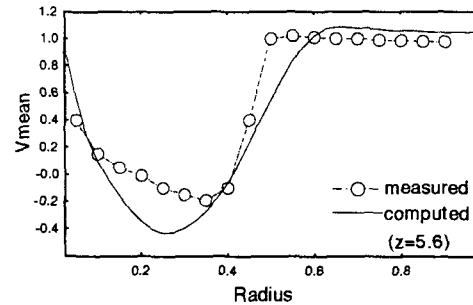
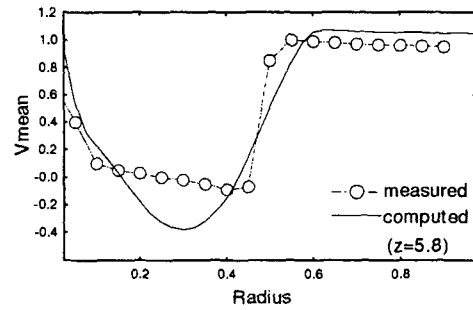
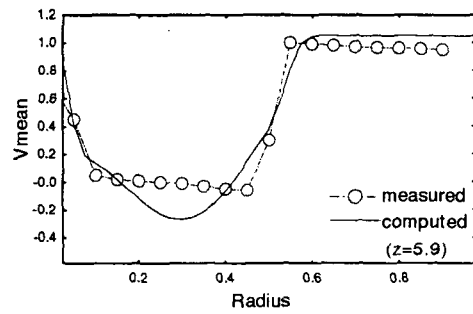


Fig. 7 Comparison of mean axial velocity at three axial stations downstream