

MAC 방법을 이용한 자유표면 유동계산

Computations of Free-Surface Flows by Use of Marker and Cell Method

박 중천, 신 명수, 반 석호, 김 우전
한국기계연구원 선박·해양공학연구센터

Jong-Chun PARK, Myung-Soo SHIN, Suak-Ho VAN and Wu-Joan KIM
Korea Research Institute of Ships and Ocean Engineering

Summary

The boundary conditions for the free-surface including the important meaning for both scientific and engineering purposes are described together with the numerical techniques to implement the conditions. Two kinds of numerical method based on MAC method are introduced. One is applied to the problem of 2D solitary wave propagation and the other is applied to the problem of 3D bow wave breaking.

1. 서 언

액체와 기체, 또는 액체와 액체가 접해 있는 문제에서는, 이 계면(interface)에서의 운동이 중요하게 되는 경우가 많다. 보통, 액체는 비압축성이고, 기체는 압축성 또는 비압축성일 가능성이 있게 되는데, 2층류 문제에서는 비압축성의 경우가 대부분이다. 액체·기체 문제에서 기체의 운동을 무시해도 좋은 경우는 자유표면 문제가 된다. 자유표면을 포함한 유장의 이해는 과학적, 공학적으로 중요한 의미를 갖으며, 그 종류는 이루 말할 수 없이 많은데, 바다나 호수, 강과 같은 대규모의 수면을 갖는 유체영역의 흐름, 탱크내의 액체의 거동, 제철이나 화학 공업에 있어서의 제조 프로세스 중의 유체운동, 화산 폭발에 동반된 용암의 흐름, 液滴의 운동과 塗裝에 있어서의 얇은 塗膜의 운동등이 이에 해당한다. 액체와 액체가 접한 2층류의 문제도, 기본적으로 같은 현상이 발생하며, 같은 취급이 필요하다. 기름과 물의 흐름, 洗掘 문제, 밀도성층이 있는 흐름등이 그것에 대응된다.

MAC(Marker and Cell)법[1]이 개발된 이래, 이러한 자유표면류의 분야는 다수의 연구자들에 의해 활발히 연구되어지고 있다[2,3,4,5,6,7, 8,9,10,11 et al.]. 본 논문에서는, 자유표면상에 있어서의 경계조건의 재검토와, 선형/비선형성의 자유표면 유동장을 수치적으로 시뮬레이션할 수 있는 2층류의 수치해석 기법에 대한 소개와 그 계산결과에 대해 논하기로 한다. 하나는 SUMMAC (Stanford University Modified Marker and Cell) 법[12,13]에 기초한 방법이며, 다른 하나는 TUMMAC - VIII (Tokyo University Modified Marker and Cell) 법 [14,15,16,17]으로 밀도함수를 이용해 wave breaking과 같은 비선형성이 강한 자유표면 유동장을 2층류로 계산, 해석해 낼 수 있다. 두 방법 모두 MAC법에 기초하며, 직각격자계를 채용하고 지배방정식은 유한차분법에 의해 이산화된다.

2. 자유표면의 경계조건

자유표면에서의 중요한 조건으로는, 질량보존 법칙에 대응하는 운동학적 조건과, 운동량보존 법칙에 대응하는 역학적 조건이 있다. 간단히 하기 위해, 여기서 취급하는 자유표면파는 제1유체(비압축성 유체)와 제2유체(기체)와의 계면파를 일컬으며, 제1유체와 제2유체와의 사이에 운동량과 운동에너지에 관한 교환만이 있다고 가정한다.

2.1 운동학적 조건

Fig. 1에서와 같이, 밀도를 ρ , 계면에 충분히 인접한 유체입자의 계면에 관한 상대속도 벡터를 v , 법선 벡터를 n 이라하면, 자유표면의 미소 영역 ds 에 있어서, 제1유체로부터 제2유체에 단위 시간당 단위면적 ds 를 통과하는 유체량과 그 역의 경우의 유체량은, 질량보존의 법칙에 의해 같지 않으면 안된다. 즉,

$$\rho_1 v_1 \cdot n_1 = \rho_2 v_2 \cdot n_2 . \quad (1)$$

여기서, 계면을 통해 두 유체는 서로 섞이지 않는다고 하면,

$$v_1 \cdot n = v_2 \cdot n . \quad (2)$$

즉,

$$(v_1 - v_2) \cdot n = 0 , \quad (3)$$

이 되며, 유체입자의 계면에 대한 상대속도의 법선방향성분은 영이다. 이것이 계면에서의 운동학적 경계조건이다.

이 조건은, 어떤 한 순간에 자유표면상에 존재해 있던 액체입자는, 다음 순간에도 계속해서 자유표면상에 존재하게 된다는 것을 의미한다.

자유표면의 형상은, 그 위의 유체입자(의 좌표)가 시간(변수)과 함께 변화하고, 복잡한 평면곡선을 형성함으로써, 3변수 x, y, t 에 관한 함수 F 에 의해,

$$F(x, y, t) = h_0 ; \text{const.} , \quad (4)$$

과 같이 음적으로 표현된다고 가정하면, 테일러 급수로 전개한 후 실질도함수를 사용해 다음과

같은 표현을 얻을 수 있다.

$$\frac{DF}{Dt}(x, y, t) = 0 \quad \text{at } F = h_0 . \quad (5)$$

한편, (4)식 대신에 정수면을 기준으로한 수면의 상승을 표시하는 함수 h 를 사용하여,

$$y = h(x, t) , \quad (6)$$

과 같이 양적으로 표시할 수도 있다. 단, 이 경우에는 변수 (x, t) 에 대해 y (즉, 함수 h 의 값)가 일대일 대응함수이어야만 한다. 이 표현에 대한 운동학적조건은,

$$F(x, y, z) = y - h(x, t) , \quad (7)$$

이며, 조건 (5)식을 적용시켜 다음과 같은 식을 얻어낸다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = v - u \frac{\partial h}{\partial x} . \quad (8)$$

2.2 역학적 조건

운동량보존의 법칙에 따라, 각 유체로부터의 자유표면을 통과하는 운동량은 서로 같으며, 이를 법선성분(n)과 접선성분(τ)으로 분리해 쓰면 각각 다음과 같게 된다[18].

$$p_1 - p_2 + \gamma \kappa = 2\mu_1 \frac{\partial v_1^n}{\partial n} - 2\mu_2 \frac{\partial v_2^n}{\partial n} , \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \mu_1 \left(\frac{\partial v_1^\tau}{\partial \tau} + \frac{\partial v_1^n}{\partial n} \right) - \\ & \mu_2 \left(\frac{\partial v_2^\tau}{\partial \tau} + \frac{\partial v_2^n}{\partial n} \right) = \frac{\partial \gamma}{\partial \tau} . \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, γ 는 표면장력, κ 는 자유표면의 곡률 반경, μ 는 동점성계수, p 는 압력이다. 또, 밀첨자 1과 2는 제1유체와 제2유체를 각각 표시한다.

다시, 자유표면에서의 점성조건과 표면장력이 무시된다고 가정하면[19],

$$p_1 = p_2 , \quad (11)$$

$$\mu_1 \left(\frac{\partial v_1^\tau}{\partial \tau} \right) = \mu_2 \left(\frac{\partial v_2^\tau}{\partial \tau} \right) , \quad (12)$$

이 된다. 자유표면에서 (11)식은 압력이 연속이

라는 조건이며, (12)식은 자유표면의 접선응력 조건이 된다.

특히, 자유표면문제에서는 상술한 응력들 가운데 기체에 의한 것을 무시하고, 더욱이 이러한 이등경계의 운동을 지배하는 힘이 중력일 때, 점성응력과 표면장력을 무시해, 다음과 같은 조건을 derichlet적으로 부여한다[12].

$$p_1 = 0. \quad (13)$$

MAC법에 기초한 많은 방법들은, (13)식을 압력에 대한 Poisson방정식의 해법 중에서 만족시킨다.

3 SUMMAC법에 의한 2D Solitary Wave Propagation의 수치 계산

3.1 SUMMAC 계산법

3.1.1 지배 방정식과 계산의 알고리즘

지배방정식은, 자유표면을 갖는 비압축성 유체에 대한 2차원 Navier-Stokes (이하, NS) 방정식과 연속 방정식이다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} + g_x + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (14)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} + g_y + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \quad (15)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (16)$$

여기서, x 와 y 는 고정된 Cartesian 계의 좌표계, u 와 v 는 x 와 y 방향의 속도, t 는 시간, φ 는 압력 p 와 유체의 밀도 ρ 와의 비($=p/\rho$), g_x 와 g_y 는 중력가속도의 x 와 y 성분, 그리고, ν 는 유체의 동점성 계수이고, 수파 문제를 다루는 본 연구의 계산에서는 $\nu=0$ 로 설정한다.

상술한 지배방정식의 해는, time marching 과정의 매 time step에서 얻어지며, 자유표면의 형상은 자유표면의 역학적, 운동학적 조건에 의해 결정되어 진다.

지배방정식 (14)~(16)식은 유한차분법에 의해 이산화 되며, 초기치 또는 경계치 문제에 관한 조건 하에서 풀리게 된다. 이때, 각 물리량은 staggered mesh 상에 배치한다. 계산의 기본적인 알고리즘은 MAC 법[1]과 SUMMAC법[12,13]에 따른다. 방정식 (14)~(16)식에 대해, 시간 미분항에는 전진차분을, 대류항 이외의 공간 차분항에는 2차 정도의 중심차분을 각각 사용한다. 대류항에는 2차의 상류차분을 적용한다.

($n+1$)번째 step에서의 압력해법은 Gauss-Seidel 반복법[20]에 의해 행한다. 본 연구에서는 over-relaxation을 사용하며, 다음과 같은 식을 고용한다.

$$\varphi_{\text{new}} = (1-\omega)\varphi_{\text{old}} + \omega\varphi_{\text{computed}}. \quad (17)$$

여기서, 완화계수 ω 는 1.5~1.8 정도로 설정한다.

압력 장이 풀리고 난 뒤, 새로운 u 와 v 의 속도 분포를 계산하며, 동시에, 새로운 자유표면의 형상을 marker 입자를 움직임으로써 구하게 된다. Marker들의 새로운 위치는 다음 식에 의한다.

$$x_k^{n+1} = x_k^n + u_k \cdot \delta t, \quad (18)$$

$$y_k^{n+1} = y_k^n + v_k \cdot \delta t. \quad (19)$$

단, u_k 와 v_k 는 k 번째 입자에 대한 속도 성분이며, u 와 v 의 속도 장에서 내삽(interpolation)에 의해 계산되어질 수 있다.

상술한 프로세서를 반복하면서, 예측한 time step에 도달할 때까지 반복 계산한다.

3.1.2 음해법을 이용한 자유표면의 취급

자유표면에서의 운동학적 조건은, Eulerian 관점으로부터, (8)식을 적용한다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = v - u \frac{\partial \eta}{\partial x}. \quad (20)$$

단, η 는 정수면으로부터 움직인 자유표면의 높이를 표시하며, (8)식의 h 와 동일한 값이다.

(20)식에 대해 다음과 같은 forward implicit 방법을 적용한다.

$$-\frac{\alpha}{2} \eta_{k-1}^{n+1} + \eta_k^{n+1} + \frac{\alpha}{2} \eta_{k+1}^{n+1} = \eta_k^n \quad (21)$$

자유표면의 역학적 조건은 다음과 같다.

$$\varphi = 0 \quad (22)$$

(22)식은 압력의 Poisson 방정식의 해를 구하는 단계에서 irregular star 법에 의해 만족되어진다.

3.2 계산 조건 및 계산 결과

2D의 계산 문제로서, Fig 2와 같이, 일정한 깊이 d_o 의 channel에서의 solitary wave 전파 문제를 선택한다. Channel의 무차원 길이 x_{pmax} 는 40.0, $d_o=1.0$ 이다. 계산의 격자계를 Fig 3에 표시하며, 계산에 사용된 격자의 크기는 $x_{pmax}/dx=80$, $d_o/dy=10$ 이다. 시각 $t=0.0$ 일 때, $x=20.0$ 인 지점에 파정이 위치하며, 초기 파고는 $H_o=0.25$ 이다. Fig 3에서 보는 것과 같이, $H_o/dy=2.5$ 로써, 초기 파고는 깊이 방향의 격자 간격 dy 에 의해 2.5등분되어 있다. 초기 상태의 wave profile은 다음과 같은 Boussinesq(1964)의 고전적인 식에 의해 주어진다.

$$y_s(x) = d_o + H_o \cdot \text{sech}^2 \left[\frac{1}{2} \sqrt{3 \left(\frac{H_o}{d_o} \right)} \cdot \left(\frac{x - x_{CR}}{d_o} \right) \right] \quad (23)$$

단, x_{CR} 은 파정의 위치를 나타낸다. 이때 파속은 $C \approx 1.2$ 에 해당한다. 시간 간격은 $dt=0.05$ 이며, Courant 수는 0.36이다.

Fig 4에는 solitary wave 전파의, 시간 변화에 따른 파형 들을 표시한다. 엄밀히 말하면,

시간에 따라 파고가 다소 수치적으로 감쇄하는 경향이 보이지만, 전체적으로는 안정된 결과를 보여준다. Fig 5에는, 2.4절에서 설명한 음해법을 사용한 자유표면의 취급 법을 사용한 경우와 그렇지 않은 경우의 비교를 보인다. 음해법을 사용하지 않은 경우, 점선으로 표시가 되며, solitary wave의 시간 변화에 따른 파형 변화는 수치적으로 불안하며, 파형의 감쇄가 두드러짐을 알 수 있다. Fig 6, 7에는 시간 간격 dt 의 변화와, 격자 간격 dx , dy 의 변화에 따른 비교를 표시한다. Fig 6에서, $dt=0.025$ 인 경우를 점선으로 표시하지만, 시간 간격의 변화에 따른 파형의 변화는 거의 없다. Fig 7에서, 두배의 dx , dy 의 크기를 사용해 계산한 경우를 점선으로 표시한다. 격자 간격의 변화는 파형의 시간 변화에 그다지 큰 영향을 미치지 않는 것 같다.

상술한 결과로부터, 자유표면의 운동학적 조건의 수치해법에 음해법을 적용시킴으로써 자유표면의 안정한 유동장 해석이 가능한 것을 알았다. 이때, 시간 간격이나 격자 간격은, 상대적으로, 계산 결과에 커다란 영향을 미치지 않는 것 같다.

4 TUMMAC-VIII 법에 의한 3D 船首 Wave Breaking의 수치 계산

4.1 TUMMAC-VIII 법

4.1.1 지배 방정식

지배방정식은, 이하에 표시하는 비압축의 연속의 식과 NS 방정식이다. 기본적인 해의 알고리즘은 MAC 법에 유사한 TUMMAC-VIII 법 [14,15,16,17]이다. 이 중에서, 공기와 물에 대해서는 (24a), (24b)식을 각각 푸는 2층류 계산을 행하고 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{a}^{(1)} \quad (24a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho^{(2)}} \nabla p + \mathbf{a}^{(2)}, \quad (24b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (25)$$

단,

$$\mathbf{a} = \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (26)$$

이며, \mathbf{u} , ρ , p , \mathbf{f} 는 각각 속도, 밀도, 압력, 중력을 표시한다. 시간미분항에는 1차의 전진차분을, 대류항 이외의 공간차분에는 2차의 중심차분을 이용하고, 대류항에는 3차상류차분을 이용한다. 또, 압력의 Poisson 방정식의 해법에는 Richardson 법에 의한 반복해법을 채용한다.

4.1.2 Breaking Wave를 포함한 비선형 자유표면의 조건

비선형성이 강한 자유표면의 취급에는, 밀도 함수(density-function)법을 도입하고, 자유표면의 점성응력과 표면장력이 무시된다고 가정함으로써, 다음에 표시하는 밀도함수의 수송방정식과 자유표면상의 압력경계조건을 자유표면에 관한 운동학적 조건과 역학적조건으로 할 수 있다.

$$\frac{\partial M_\rho}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial M_\rho}{\partial x} + \mathbf{v} \frac{\partial M_\rho}{\partial y} + \mathbf{w} \frac{\partial M_\rho}{\partial z} = 0, \quad (27)$$

$$p^{(1)} = p^{(2)}. \quad (28)$$

여기서, M_ρ 는 밀도함수, $p^{(1)}$, $p^{(2)}$ 는 각각 자유표면경계에서의 물과 공기의 압력을 표시한다. (27)식의 차분에는, 시간미분항에 Adams-Bashforth법을, 공간차분에 대해서는 3차정도의 상류차분을 이용한다.

밀도함수의 값은 각 cell에 주어진 스칼라양이며, 두 층의 유체의 밀도를 각각 $\rho^{(1)}$, $\rho^{(2)}$ 라 했을 때, 각각의 cell에서 $\rho^{(1)}$ 또는 $\rho^{(2)}$ 의 값을 취할 경우, 어떠한 한 유체로 100% 채워져 있으며, $\rho^{(2)} < M_\rho < \rho^{(1)}$ 상태의 경우에는

2종류의 유체가 혼재해 있으며, $M_\rho = (\rho^{(1)} + \rho^{(2)})/2$ 의 값을 갖는 위치를 두 유체의 계면으로써 정의한다. NS 방정식에 의한 유장의 계산에서는, 두 유체의 계면보다 하측 영역(물)에서의 밀도를 $\rho^{(1)}$, 상측 영역(공기)의 밀도를 $\rho^{(2)}$ 로, 일정한 값으로써 두 유체를 분리해 취급한다.

4.2 계산 조건 및 계산 결과

공시모형은 M57F0 탱커의 발라스트 상태이며, 일정 속도로 전진한다. 이때, 배의 전진속도 U_0 는 흘수(d) 베이스의 Froude 수 $F_d = U_0 / \sqrt{gd}$ 로 무차원화 되며, 본 연구에서는 0.975와 1.218의 두 가지 경우의 계산을 행하고, 서로 비교하기로 한다. 단, g 는 중력 가속도 ($=9.8 \text{ m/s}^2$)이다. 이 흘수 베이스의 Froude 수는 선수근방의 비선형 조파현상을 지배하는 주요한 parameter로써, $F_d \geq 1.0$ 에서는 wave breaking 현상이 기대된다[21]. 계산은 모형 선수부분의 한쪽에 대해서만 행하였다.

Fig. 8에는 두 Froude 수에 의한 파형이 비교된다. Froude 수가 커지면 파형은 선체측으로 기울며, 첫번째 파의 파정과 파저의 발달이 두드러진다. Fig. 9에는 파형의 조감도를 표시한다. Froude 수가 큰 쪽의 선수 근방에서 파면이 광범위 하게 평평해져 있지만, wave breaking에 의한 모습은 표현되어 있지 않다. 이것은 계산결과의 뒷 처리상 표현하기 힘든 것으로써, Fig. 10에서와 같이 각 단면의 속도 벡터와 파형을 보면 3차원적인 breaking의 모습을 한 눈에 관찰할 수 있게 된다. $F_d = 0.975$ 의 경우에는 선수 근방에서 비교적 온순히 breaking 하고 있는데 반해, $F_d = 1.218$ 의 경우에는 선체로부터 멀리 떨어진 곳까지 심하게 breaking 현상이 발생하고 있음을 알 수 있다. Fig. 11에는 $F_d = 0.975$ 의 경우에 있어서 실측 파형과의 비교를 나타낸다.

5 결 언

본 연구에서 자유표면에서의 경계조건과, 이에 따른 수치해법상의 조건에 대해 검토해 보았다. 또, 자유표면 유동을 취급하는 두 종류의 계산법을 소개하고, 계산을 행하여 그 결과에 대해 논하였다. 하나는 SUMMAC법에 기초한 계산법으로, 자유표면의 운동학적 조건을 Eulian 관점의 파고함수로 표현하며, 비점성 유체의 2D solitary wave propagation 문제에 적용했다. 이때, 계산 수법상, 파고함수의 수송방정식은 음해법을 도입하여 계산하였으며, 수치적으로 안정한 해를 얻어냈다. 다른 하나는 TUMMAC-VIII법으로, 3D wave breaking motion이 계산 가능한 밀도함수를 도입해 탱커 모형의 선수의 breaking wave motion을 2층류로 풀어냈다. 계산결과로부터 속도가 다른 경우에 있어서의 파형과 breaking motion의 정도의 차이를 파악할 수 있었으며, 실측파형과도 비교했다.

< 참고 문헌 >

1. Welch, J.E. et al.(1966) : Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-3425.
2. Brackbill, J.U. & Ruppel, H.M.(1992) : J. Comput. Phys., Vol. 100.
3. Hirt, C.W. et al.(1972) : J. Comput. Phys., Vol. 14.
4. Hirt, C.W. et al.(1975) : Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-5852.
5. Hirt, C.W. & Nichols, B.D.(1981) : J. Comput. Phys., Vol. 39.
6. Hinatsu, M.(1992) : J. Kansai Soc. Naval Archit. Japan, No. 217 (Japanese).
7. Hino, T.(1993) : Proc. Int. Symp. Numerical Ship Hydrodynamics, Iowa.
8. Inoue, M. et al.(1992) : J. Kansai Soc. Naval Archit. Japan, No. 217 (Japanese).
9. Miyata, H. et al.(1988) : J. Soc. Naval Archit. Japan, Vol. 163.
10. Miyata, H. et al.(1985) : J. Comput. Phys., Vol. 60.
11. Miyata, H. et al.(1992) : J. Ship Research, Vol. 36.
12. Chan, R.K.-C. & Street, R.L.(1970) : J. Comput. Phys. 6, 68-94.
13. Chan, R.K.-C. & Street, R.L.(1970) : Technical Report 135, Dept. Civil Engr. , Stanford Univ.
14. Park, J.-C. et al.(1993) : J. Soc. Naval Arch. Japan, vol. 173.
15. Park, J.-C. & Miyata, H.(1994) : J. Soc. Naval Arch. Japan, vol. 175 (Japanese).
16. Park, J.-C. & Miyata, H.(1994) : J. Soc. Naval Arch. Japan, vol. 176 (Japanese).
17. Park, J.-C. & Miyata, H.(1994) : ASME, FED-Vol. 181, Free-Surface Turbulence.
18. Levich, V.G. & Krylov, V.S.(1969) : Annu. Rev. Fluid Mech., vol. 1.
19. Nichols, B.D. & Hirt, C.W.(1971) : J. Comput. Phys., Vol. 8.
20. McCracken, D.D. & Dorn, W.S.(1964) : Numerical Methods and Fortran Programming., Wiley, New York.
21. Miyata, H. & Inui, T.(1984) : Advances in Applied Mech., Vol. 24.

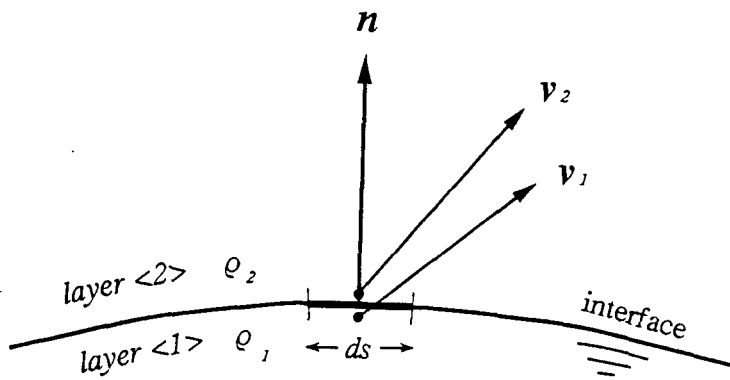


Fig. 1 Scheme representation of velocity vectors and normal component vector on the interface.

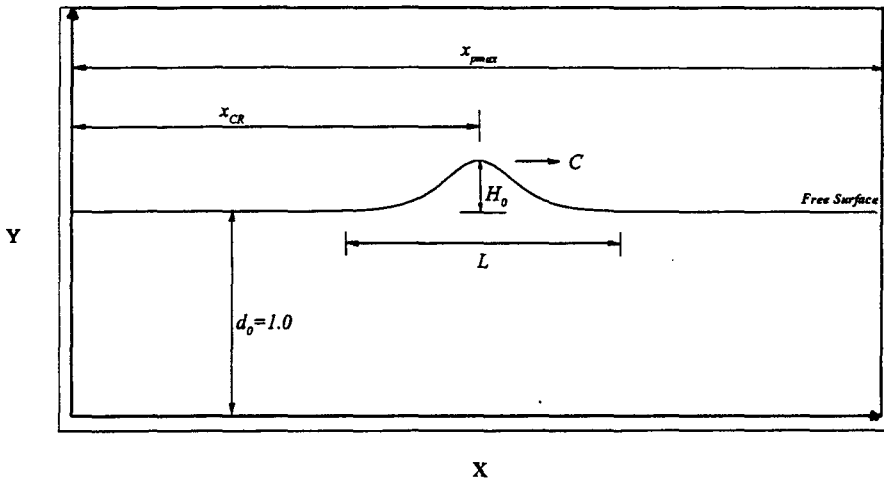


Fig. 2 Coordinate system.

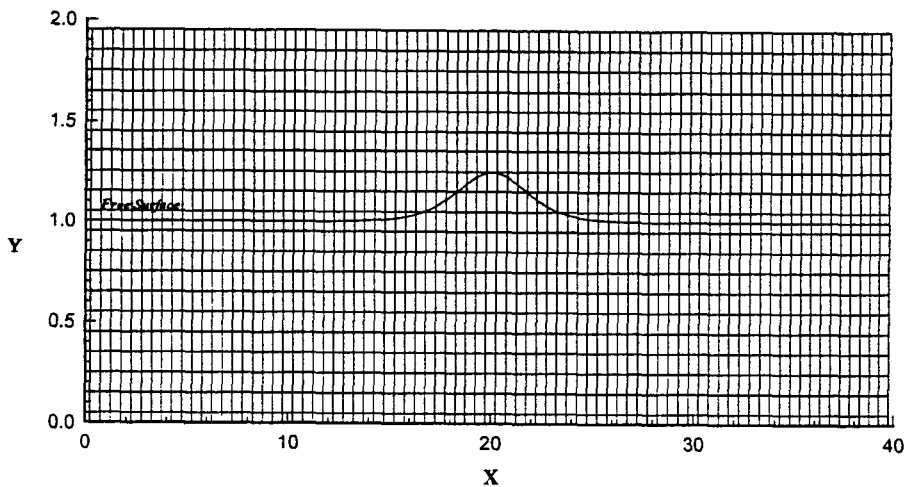


Fig. 3 Computational domain and cell division for the problem of solitary wave propagation.

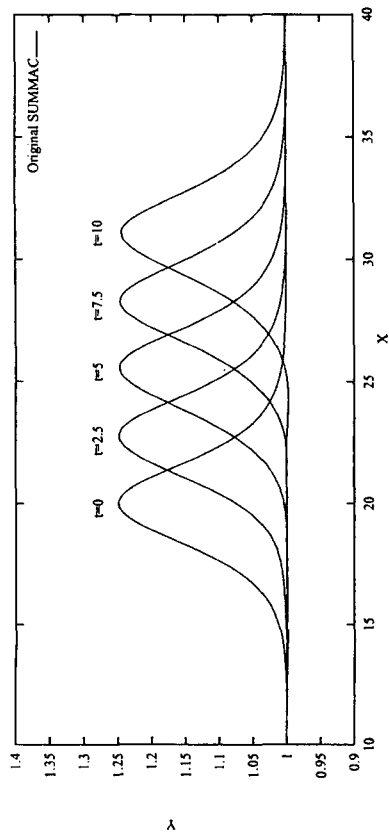


Fig. 4 Propagation of a solitary wave.

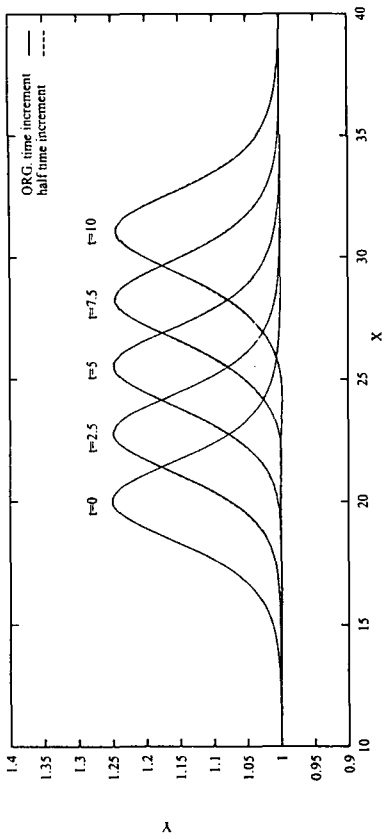


Fig. 6 Comparison of wave profiles with the case of using finer time increment.

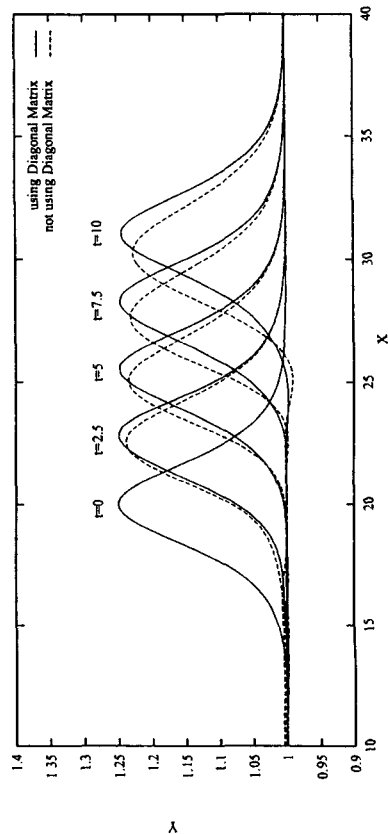


Fig. 5 Comparison of wave profiles with the case of using explicit method.

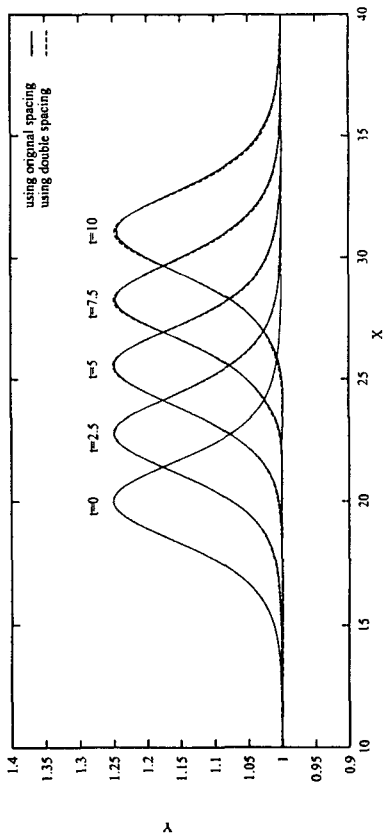


Fig. 7 Comparison of wave profiles with the case of using coarser cell size.

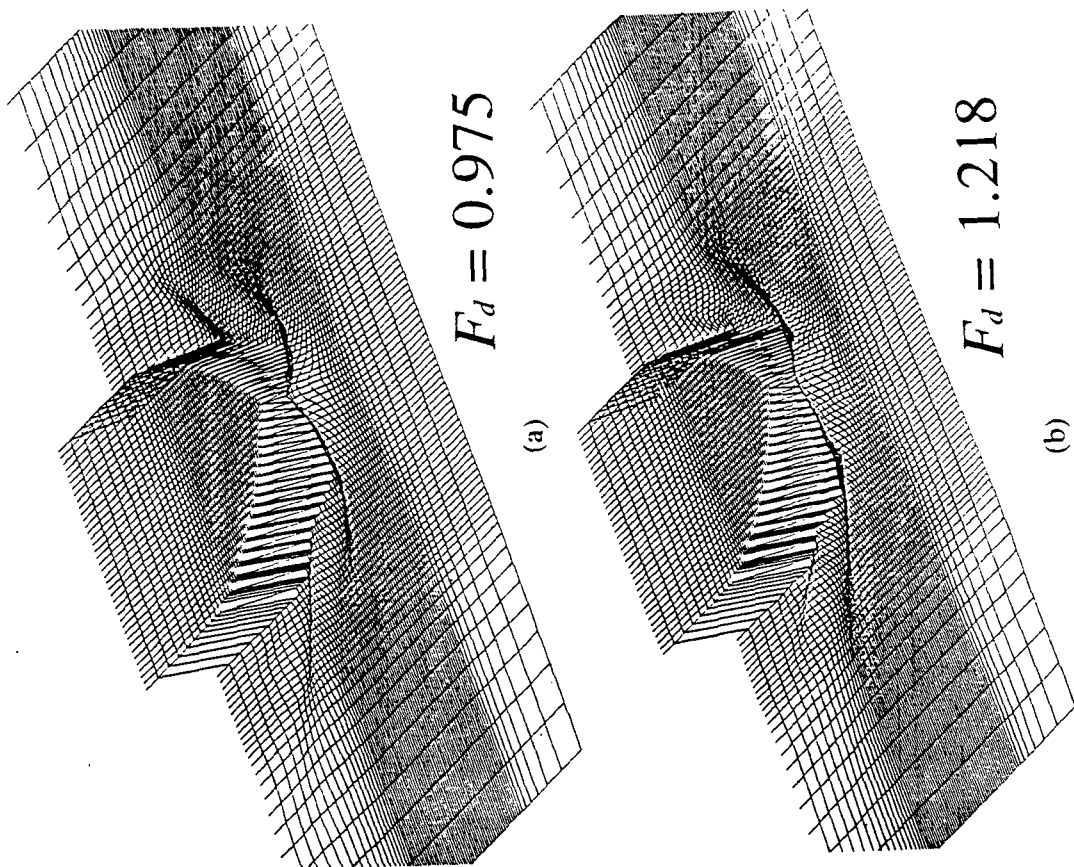


Fig. 9 Perspective views of wave configuration of a M57F0 on ballast condition (a) at $F_d=0.975$ and (b) at $F_d=1.218$.

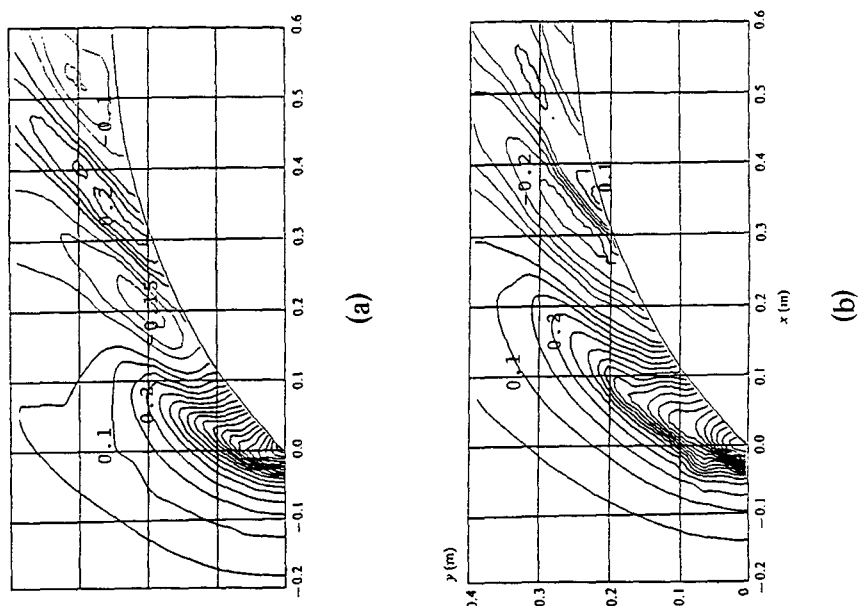
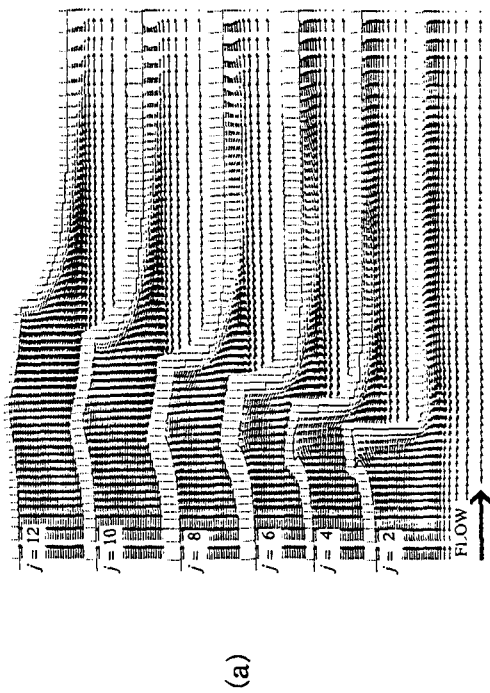
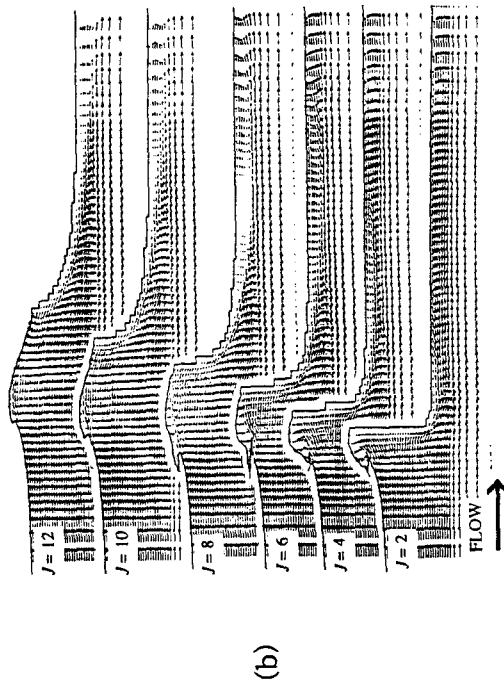


Fig. 8 Comparison of computed wave contour maps of M57F0 tanker on ballast condition, calculated (a) at $F_d=0.975$ and (b) at $F_d=1.218$. The interval of contours is $0.05H$ ($= U_0^2/2g$).

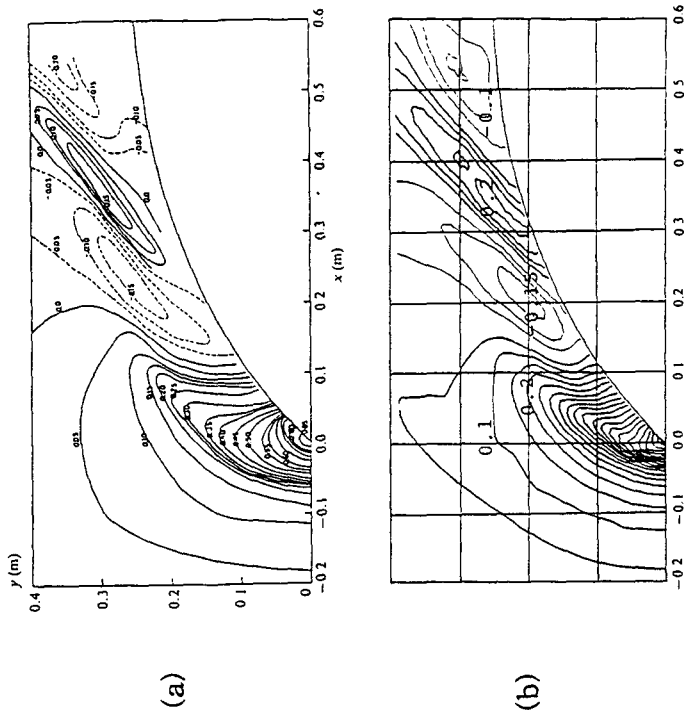


(a)



(b)

Fig. 10 Wave profiles and velocity vector fields on the vertical plane (a) at $F_d=0.975$ and (b) at $F_d=1.218$.



(a)

(b)

Fig. 11 Comparison of wave contour maps of M57F0 on ballast condition at $F_d=0.975$, (a) measured and (b) computed by TUMMAC-VIII method. The interval of contours is $0.05H$.