

# 출력잡음을 가진 플랜트에 대한 SBP 와 DBP의 식별성능 비교

진승희\*, 박진배\*, 윤태성\*\*

\*연세대학교 전기공학과, \*\* 창원대학교 전기공학과

The comparison of the performance in the identification between SBP and DBP for a plant with output noise

Seung-Hee Jin\*, Jin Bae Park\*, Tae-Sung Yoon\*\*

\*Dept. of Electrical Engineering, Yonsei University

\*\*Dept. of Electrical Engineering, Changwon University

## ABSTRACT

This paper introduces an identification model called the Dynamic Neural Network(DNN) with a multilayer neural network in the forward path and a linear dynamical system in the feedback path, and defines Dynamic BackPropagation(DBP) as a learning algorithm for it. This identification model uses the feedback of its own output as a learning signal, which is not affected by a noise added to the output terminal of the plant. so, it can be considered as a parallel identification model, and when compared with a series-parallel model which does not use the concept of the feedback, the proposed identification scheme exhibits more robust performance.

## 1. 서 론

지난 십수년간 신경망은 적응신호처리, 패턴 인식, 최적제어등 여러 분야에 걸쳐서 성공적으로 많은 응용이 되어져 왔으며[1-2], 특히 신경망만이 가지는 특성을 이용한 지능제어와 복잡한 공정이나 비선형 함수 추정등에 있어서 많은 연구 결과들이 나오고 있다[3]. 이를 시스템 이론적 관점에서 보면 신경망은 크게 비선형 시스템의 제어와 식별문제에 널리 사용되고 있는데 여기에 쓰이는 대표적인 형태의 신경망으로서 다층 신경망과 회귀 신경망을 들 수 있다[4-5]. 이러한 두가지 신경망 중에 다층 신경망은 주로 주어진 학습 데이터들 간의 비선형 대응 관계를 학습하는 정적인 시스템의 식별문제에 사용되는데 이의 학습방법으로는 Static Back-Propagation(SBP)가 널리 사용되고 있다. 또한 비선형 피드백 시스템으로 표현되는 회귀 신경망은 최적화 문제의 해를 구하는데 널리 사용되며 이는 학습 방법으로서 비동기 통계적 순환 알고리즘을 주로 사용한다[2]. 이와 같이 두 신경망 사이에는 차이점이

있지만 앞으로는 이 신경망들의 상호연결과 여기에 선형 동적 시스템이 추가로 포함된 복잡한 비선형 동적 시스템이 점차 많이 사용될 전망이므로[4-5] 이에 따라 형성되는 새로운 신경망의 파라미터 수정 알고리즘 개발에 대한 필요성이 요구된다.

따라서 본 논문에서는 이 두가지 형태의 신경망을 결합하여, 전향경로에 다층 신경망을 그리고 피드백 경로에 선형 동적 시스템을 가지는 동적 신경망(DNN)을 정의하고 학습방법으로서 SBP의 확장형태인 DBP 알고리즘을 제시한다. 또한 이를 출력잡음이 첨가된 플랜트의 식별문제에 적용하여 기존의 SBP와는 달리 피드백의 개념을 사용하는 DBP가 시스템 식별에 있어서 더 현실한 성능을 가지고 있음을 나타내고, 아울러 두 알고리즘의 장단점을 분석한다.

## 2. 다층 신경망과 회귀 신경망의 복합 구조

### 1) 비선형 함수의 추정을 위한 다층 신경망

다층 신경망의 비선형 함수 근사 능력에 대한 연구 결과를 보면 중간층에 임의의 많은 개수의 신경세포를 가지는 2층 신경망으로  $R^n$ 의 부분집합에 대한 어떠한 연속함수  $f \in C(R^n, R^m)$ 도 근사화할 수 있음을 알 수 있다(Hornik, Stinchcombe, White(1988)). 그러나 최근의 연구 결과(Chester(1990))에 따르면 단일 중간층을 가진 회로망보다 2개의 중간층을 가지는 회로망이 더 적은 수의 신경세포로도 보다 정확한 근사능력과 일반화 능력을 제공할 수 있으므로[6], 본 논문에서는 2개의 중간층을 가지는 3층 신경망을 사용하기로 한다. 또한 비선형 함수의 추정시 출력층의 신경세포의 출력값이 비선형 활성화 함수에 의해 제한을 받지 않도록 하기 위해, 이들 신경세포에서는 비선형성을 제거시킨다[7].

## 2) 동적 특성을 갖는 회귀 신경망

Hopfield(1982)의 연구에 기초한 회귀 신경망은 최적화 문제의 해를 구하는데 뿐만 아니라 associative memory로서 사용되어져 왔는데, 이를 시스템 이론적 관점에서 보면 대부분의 경우 비선형 동적 피드백 시스템으로 나타내 질 수 있다. 이러한 Hopfield 신경망에 대한 블럭선도는 그림 1과 같다.

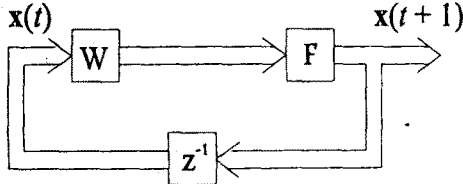


그림 1. Hopfield 신경망의 블럭선도

여기서  $W$ 는 weight matrix이고  $F$ 는 비선형 활성화 함수를 요소로 가지는 비선형 대각 행렬 연산자이다. 위의 그림에서 보는 바와 같이 회로망은 전향경로에 하나의 층이 있고 피드백 경로에는 단일 지연 연산자  $z^{-1}$ 가 존재하며, 이는 다음의 식과 같이 표현된다.

$$x(k+1) = NN[x(k)], \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

식 (1)에서 알 수 있듯이 Hopfield 신경망은  $NN[\cdot]$ 으로 구현되는 비선형 대응관계를 가진  $n$ 차 자율 시스템과 유사하므로 [1] 일반적인 비선형 제어에 관한 이론에 기초하여 분석이 가능하다.

## 3) 비선형 동적특성을 갖는 동적 신경망

앞의 두 절에서 각각 비선형 대응관계를 나타내는 다층 신경망과 비선형 동적 특성을 가지는 회귀 신경망에 대하여 간단히 언급하였는데, 시스템 이론의 관점에서 보면 앞에 나타난 두가지 종류의 신경망이 나타내는 연산자가 모두 중요한 부분을 차지하고 있다. 그러므로 이 두가지 신경망을 복합한 형태의 신경망을 이용하면 좀더 복잡한 비선형 동적 시스템의 분석에 많은 도움이 될 수 있을 것이다. 이에 관한 연구결과(Narendra & Parthasarathy, 1988)를 고찰해 보면 다음의 4가지 기본 연산만으로 일반적인 회귀 신경망을 구성할 수 있음을 알 수 있다.

- ① 시간지연 연산  $z^{-1}$
- ② 덧셈 연산
- ③ 비선형 대응  $NN[\cdot]$
- ④ 상수에 의한 곱셈 연산

여기서 임의의 선형 시불변 동적 시스템이 위에서 제시한 ①, ②, ③의 연산만으로 구성될 수 있다는 점을 주목하면, 전향경로에 비선형 대응  $NN[\cdot]$ 과 피드백 경로에 선형 시스템의 전달행렬  $H(z)$ 를 가진 동적 신경망(DNN)을 정의할 수 있게 되며 [4], 이는 피드백의 개념을 포함한 복잡한 비선형 동적 시스템을 구성하는 기본요소로 사용될 수 있으므로 기존의 다층 신경망만으로는 해결할 수 없었던 비선형 동적 시스템과 관련된 많은 부류의 문제들을 다루는데 적합하다는 사실을 알 수 있다.

## 3. DNN에서의 DBP유도

DNN에서는 Static 시스템에서는 고려되지 않은 피드백의 개념이 도입되는데, 일단 피드백 루프가 생기면 신경망은 회귀성을 갖게되고, 그 신경망의 동작은 입력에서 출력으로의 정적 대응관계로는 더 이상 설명될 수 없다. 또한 출력신호는 입력뿐만 아니라 신경세포의 현재상태에도 의존하는 복잡한 시간적 특성을 나타낼 것이므로, 성능지표의 Gradient를 계산할 때에는 편미분이 아닌 전미분의 개념을 사용해야 한다. 즉 비선형 피드백 시스템의 입력을  $u(k)$ , 신경망의 파라미터를  $\theta_j$  ( $j=1,2,\dots$ )라 하면 모든  $k \geq 0$ 에 대하여  $\frac{dy}{d\theta_j}$ 를 구하는 것이 문제가 되며 이는 식 (2)로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\theta_j} &= \frac{\partial y}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial \theta_j} + \frac{\partial y}{\partial \theta_j} \\ &= \frac{\partial y}{\partial v} \cdot H(z) \frac{dv}{d\theta_j} + \frac{\partial y}{\partial \theta_j} \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)를 이용하여 DNN에서의 DBP를 구현할 때 이를 시각적으로 쉽게 이해하도록 블럭선도로 나타내면 그림 2와 같다.

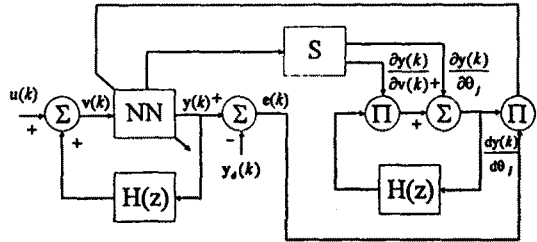


그림 2. DNN에서의 DBP구현

## 4. 실험 및 결과 고찰

본 실험에서 주어진 비선형 동적 시스템을 식별하기 위해 사용된 신경망의 크기는 모두 3층 신경망으로서 입력세포 1개, 첫번째 중간세포 20개, 두번째 중간세포 10개 그리고 출력세포 1개로 정하였는데, 이는 시행착오로써 결정한 것수이다.

### 1) DNN을 이용한 비선형 동적 시스템 식별

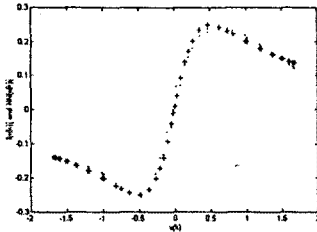
본 논문에서 제안된 DNN을 이용하여 식별하고자 하는 플랜트는 다음과 같은 식으로 나타나며,

$$y_d(k) = f[H(z)y_d(k) + u(k)]$$

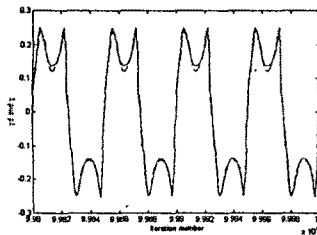
이에 대한 설정은 표 1과 같고 함수의 추정결과를 그림 3과 같다.

표 1. DNN을 이용한 비선형 동적 시스템 식별에서의 실험설정

입 력 $u(k)$	비 선형 함수 $f(v)$	학 습 률 $\alpha$
$2\sin \frac{\pi k}{25}$	$\frac{v}{1+4v^2}$	0.07
전 달 함수 $H(z)$		
$\frac{-1.3z+0.35}{z^2-0.78z+0.2}$		



(a) Plots of  $f[v(k)]$  and  $NN[v(k)]$



(b) Plots of  $y_d$  and  $y$

그림 3. DNN을 이용한 플랜트 식별결과

## 2) 출력잡음 첨가시의 SBP와 DBP의 성능 비교

두 알고리즘의 비교 목적을 위한 실험설정은 표 2와 같고, 학습률은 SBP와 DBP에서 각각  $\alpha=0.01$ 과  $\alpha=0.003$ 을 사용하였는데 이는 실험적으로 볼 때 시스템의 안정성을 보장하는 최대 허용 학습률이 SBP의 경우가 더 크다는 사실에 기인하며, 더 작은 학습률을 사용함으로써 생기는 DBP의 느린 수렴율은 비교의 목적을 위해 더 많은 학습 반복 횟수로써 보상하였다.

표 2. SBP와 DBP의 식별성능 비교를 위한 실험 설정

입 력 $u(k)$	비 선형 함수 $f(v)$	전 달 함수 $H(z)$
$2\sin \frac{\pi k}{25}$	$\frac{v}{1+4v^2}$	$\frac{-1.1z+0.33}{z^2-0.8z+0.15}$
출 력 잡 음		
$\mu = 0, \sigma^2 = 0.0025$		

## 2.1) Series-Parallel 모델

출력단에 잡음이 섞인 시스템내의 비선형 함수 추정을 위해 다층 신경망을 포함하는 series-parallel 모델을 사용할 경우 신경망내에는 피드백 루프가 형성되지 않기 때문에 SBP를 사용할 수 있으며 이를 위한 블럭선도는 그림 4와 같고 결과는 그림 5에 나타나 있다

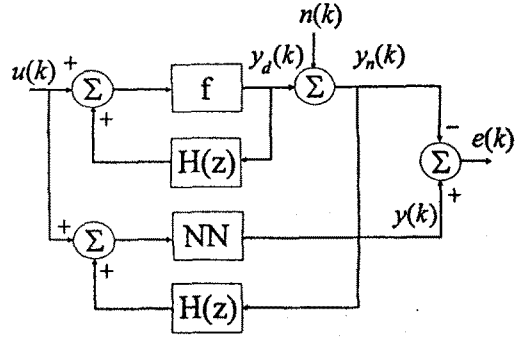
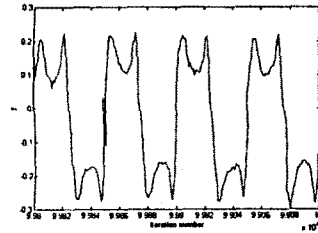
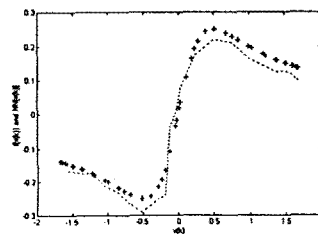


그림 4. 출력잡음이 첨가된 플랜트의 series-parallel 식별모델



(a) Output of multilayer neural network



(b)  $f[v(k)]$  and  $NN[v(k)]$  in series-parallel model

그림 5. 그림 4에 대한 실험결과

그림 4의 블럭선도에서 알 수 있듯이 식별 모델내의 다층 신경망은 학습신호로서 잡음이 섞인 목표출력신호를 사용하기 때문에 신경망의 출력도 이러한 잡음의 영향을 받게됨을 알 수 있다. 또한 그림 5의 (b)를 보면 이러한 사실로 인해 다층 신경망의 비선형 함수 추정도 상당히 불안정하게 이루어지고 있음을 알 수 있다.

## 2.2) Parallel 모델

여기서는 2.1)에서 사용했던 동일한 시스템을 parallel 모델을 이용하여 식별하고자 하는데 이 모델 내의 신경망에는 피드백 루프가 형성되므로 반드시 DBP를 사용하여야 한다. 이 실험을 위한 블럭선도는 그림 6과 같고 결과는 그림 7에 나타나 있다.

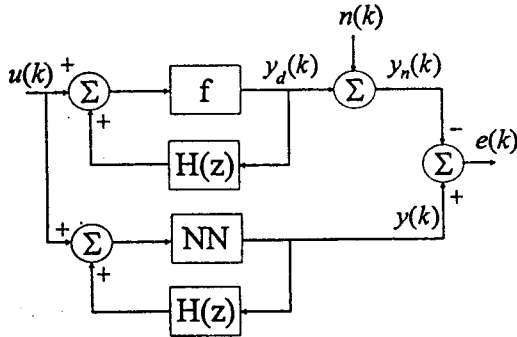
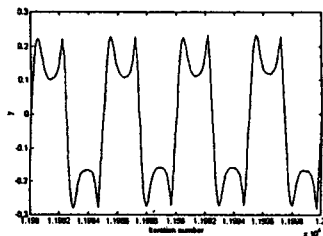
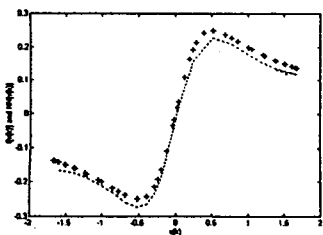


그림 6. 출력잡음이 첨가된 플랜트의 parallel 식별모델



(a) Output of DNN



(b)  $f[v(k)]$  and  $NN[v(k)]$  in parallel model

그림 7. 그림 6에 대한 실험 결과

그림 6을 보면 parallel 모델내의 DNN은 학습신호로서 잡음이 섞이지 않은 자기 자신의 출력을 피드백하여 사용하고 있기 때문에, 이러한 DNN의 출력은 플랜트의 출력잡음의 영향을 받지 않을 것이라 예상할 수 있으며 이는 그림 7의 (a)에서 확인할 수 있다. 또한 그림 7의 (b)를 보면 DBP를 사용하는 DNN은 주어진 비선형 함수를 안정되게 추정함을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 피드백 루프에 선형 동적 시스템을 가지는 DNN을 정의하고 이의 학습방법으로서 DBP를 제시하였으며, 이와 같이 새로 제안된 DBP와 기존의 SBP와의 성능을 출력잡음이 있는 플랜트의 식별문제에 한해서 비교하였다. 그 결과 플랜트의 잡음 섞인 출력신호를 학습신호로 취하는 SBP 알고리즘보다 피드백을 통하여 학습을 하는 DBP 알고리즘이 비선형 함수 추정능력에 있어서 더 견실하다는 사실을 알 수 있었다. 그러나 DBP를 적용할 때는 낮은 차수의 동적 시스템에 있어서도 상당한 계산량을 요구한다는 것과 식별모델의 페루프 안정성을 보장하는 학습률의 최대 허용치에 있어서 DBP가 SBP보다 더 작은 값을 가지기 때문에 생기는 느린 수렴율과 같은 단점도 있음을 알 수 있었다. 그러므로 이를 보완하는 방법의 개발이 필요하다고 할 수 있다.

## 6. 참고 문헌

- [1] Kevin L. Moore, *Iterative Learning Control for Deterministic Systems*, Springer Verlag, 1993.
- [2] Jacek M. Jurada, *Introduction to Artificial Neural System*, West Publishing Company, 1992.
- [3] Kumpati S. Narendra and Snehasis Mukhopadhyay, "Intelligent Control Using Neural Networks", *IEEE Control Systems Magazine*, pp.11-18, 1992.
- [4] Kumpati S. Narendra and Kannan Parthasarathy, "Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Network", *IEEE Trans. on Neural Nets*, vol.1, no.1, pp.4-27, 1990.
- [5] Kumpati S. Narendra and Kannan Parthasarathy, "Gradient Methods for The Optimization of Dynamical Systems Containing Neural Networks", *IEEE Trans. on Neural Nets*, vol.2, no.2, pp.252-262, 1991.
- [6] Hunt, D. Sbarbaro, R. Zbikowski, and P. J. Gawthrop, "Neural Networks for Control Systems - A Survey", *Automatica*, vol. 28, no. 6, pp. 1083-1112, 1992.
- [7] Donald E. Brown, Randolph Cabell, "An Application of Filtered-X Techniques and Neural Networks to the Active Control of Nonlinear Systems", *Recent Advances in Active Control of Sound and Vibration*, Second Conference, pp. 3-14, 1993.