

상태변수 표현을 가진 동적 신경망을 이용한 비선형 시스템의 식별과 제어

박 성 육 서 보 혁**
*구미전문대 전기과 **경북대학교 전기과

Identification and Control of Nonlinear System Using Dynamic Neural Model with State Parameter Representation

*Seong-Wook Park **Bo-Hyeok Seo
*Kumi College **Kyung pook Uni.

Abstract - Neural networks potentially offer a general framework for modeling and control of nonlinear systems. The conventional neural network models are a parody of biological neural structures, and have very slow learning. In order to emulate some dynamic functions, such as learning and adaption, and to better reflect the dynamics of biological neurons, M.M.Gupta and D.H.Rao have developed a 'dynamic neural model'(DNU). Proposed neural unit model is to introduce some dynamics to the neuron transfer function, such that the neuron activity depends on internal states. Numerical examples are presented for a model system. Those case studies showed that the proposed DNU is so useful in practical sense.

1. 서 론

신경망은 정확하게 모형화 할 수 없는 시스템에 적용가능하다는 장점을 가진다. 신경망의 장점은 첫째로, 임의의 선형 또는 비선형 맵핑함수를 근사화 할 수 있고 둘째로, 학습을 통한 근사화 즉 학습과 근사화를 동시에 가능케 한다. 세번째로, 병렬전송이 가능하고 고장 진단이 쉽게 확인할 수 있다. 가장 보편적인 인공 신경망은 역전파법 학습 알고리즘을 사용한 다층 신경망이다. 다층을 가진 신경망은 임의의 연속 입력 출력 관계를 근사화 할 수 있는 비선형 변수모형이다[1]. 근사화할 시스템의 구조와 사용 신경망의 구조에 따라 근사화되는 결과도 달라진다. 미지의 근사화 함수 f 를 근사화하는 변수 벡터는 학습 알고리즘을 사용하여 얻어질 수 있다. 전방향 접속을 가진 정적 신경망 구조시 학습절차는 출력마다로부터 오차를 계산하여 역방향으로 결합계수를 수정하게 되지만 역방향 접속시에는 출력이 입력으로 전달되므로 입력에 대한 출력이 동적이 된다. 동적 신경망에 역전파법을 적용하는 것이 관심의 대상이 되고있다[2]. 최근에 개발된 신경망은 비선형 동적 시스템의 시변과 제어에 사용 중이다[3,4,5]. 본 논문에서는 신경내부의 동적 특성을 반영한 최적의 동적 신경모형 제어기를 제안하여 비선형 시스템의 동적 특성을 정확하게 식별하여 시스템을 제어한다. 제안한 동적 신경모형은 신경내부의 동특성을 묘사하는 새로운 동적인자 프로세스를 가지고 신경망의 적용계수를 안정하게 학습하는 기법을 보여 준다.

2. 동적 신경 모형

동적 신경모형은 생물학적 신경을 모형화하는 새로운 구조로 종양 신경 시스템의 반향회로를 수학적으로 표현한 것이라 할 수 있다. 동적 신경모형 구성은 지연요소, 전향과 캐린 시냅스 결합계수 그리고 비선형 연산기로 구성된다[5]. 생물학적 신경은 두개의 구별된 기능을 수행하고 있다. 하나는 축삭과 수상돌기의 접합을 나타내는 시냅스(Synapse)이고 또하나는 신경의 물체를 나타내는 소마(Soma)이다. 이들 신경의 수학적 기능을 시냅스 기능, 소마기능이라 부르며 생물학적 관점에서 두 개의 기능은 분리되어 있지만 모형화에서 두 개의 기능은 연합되어 있다고 할 수 있다. 시냅스와 소마를 학습하는 구조를 가진 동적 신경모형을 그림 1에 나타내었다.

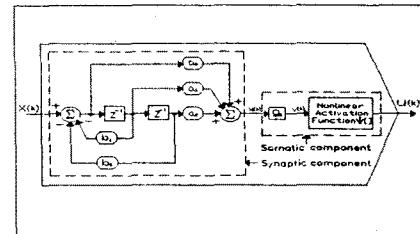


그림 1 시냅스와 소마를 모형화한 기본적인 신경 모형
Fig. 1 Basic structure of DNU, which consists of synaptic and somatic components

3. 제안한 동적 신경모형

시냅스와 소마이득을 가진 제안한 동적 신경모형의 구조를 그림 2에 나타내었다. 제안한 동적 신경모형은 시냅스 기능과 소마기능이 생물학적 관점과 같은 기능을 수행하도록 시냅스기능과 소마기능을 분리하였다. 입력의 시냅스 연결계수 (w_1, \dots, w_p), 중앙 신경 시스템의 동적인자 프로세스 계수 ($a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2, c_1, c_2$), 그리고 축색의 역치 (θ)와 비선형성을 기울기를 나타내는 소마이득 (g_s)을 학습할 수 있는 신경모형이다

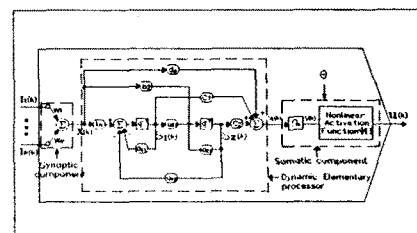


그림 2 상태 공간으로 표현이 가능한 입력이 p개 출력이 1개인 동적인자 프로세스를 가진 제안된 신경 모형
Fig. 2 Proposed dynamic neuron model which is consists of synaptic, somatic components and elementary processor in state space represented with P inputs and 1 output

제안한 동적 신경모형은 신경내부에 동적인자 프로세스를 포함한 구조로 한개의 신경은 내부 신경의 전달함수의 동적특성을 반영한 것이라 할 수 있다. 동적인자 프로세스를 상태 공간 표현식으로 나타내면 식(3-4)과 같이 표현 할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} s_1(k+1) \\ s_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(k) \\ s_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} x(k) \quad (1)$$

$$v_1(k) = [c_1 \ c_2] \begin{bmatrix} s_1(k) \\ s_2(k) \end{bmatrix} + d_0 x(k) \quad (2)$$

선형 시간지연 연산자 $q^{-1} [s(k)] = s(k-1)$ 을 사용하여 신경의 전달함수를 표현하면 식(3)과 같아된다. 그럼 2에서 동적 인자 프로세스는 두개의 자연요소와 전향 결합계수와 케환 결합계수로 구성되어 있다.

$$v_1(k) = \frac{Z(q)}{P(q)} [x(k)] = \frac{z_0 + z_1 q^{-1} + z_2 q^{-2}}{1 + p_1 q^{-1} + p_2 q^{-2}} [x(k)] \quad (3)$$

$$x(k) = \underline{w}^T \cdot \underline{I}(k) = \sum_{i=1}^L w_i I_i(k) \quad (4)$$

$$y(k) = \Psi(g, v_1(k), \theta) \quad (5)$$

여기서 $\underline{I}(k) \in R^L$ 은 신경의 입력벡터, $x(k) \in R^L$ 은 외부 신경으로 받은 입력에 상대적인 결합계수를 곱해서 합한 동적 인자 프로세스의 출력, w_i 는 i 번째 신경입력에 대한 결합계수를 나타낸다.

$y(k) \in R^L$ 은 동적 인자 프로세스의 출력 그리고 k 는 이산 시간을 나타낸다. Ψ 는 역치가 θ 인 신경의 비선형 활성화 함수이고 g 는 소마이드으로 활성화 함수의 기울기를 나타낸다.

3.1 학습과 적용 알고리즘

학습 알고리즘의 목적은 주어진 입/출력상의 값에 대해 식(6)과 같은 비용함수를 최소화하도록 적응변수를 조정하여 최적의 변수값을 결정하는 것이다.

$$J = \frac{1}{2} E [(y_d(k) - y(k))^2] \quad (6)$$

여기서 E 는 기대치 연산자이고 N 은 학습 쌍의 수이다. 예측오차 $e(k)$ 는 원하는 출력 $y_d(k)$ 와 실제 신경의 출력 $y(k)$ 간의 차로 정의한다. 최급강하 법칙을 적용하여 최적변수의 값을 식(7)과 같이 구할 수 있다.

$$\phi_{new} = \phi_{old} + \eta E [e(k) \frac{\partial y(k)}{\partial \phi}] \quad (7)$$

여기서 ϕ 는 회로망의 적응변수를 나타내고 η 는 학습율을 나타낸다.

$$\frac{\partial y(k)}{\partial \phi} = \frac{\partial y(k)}{\partial v(k)} \frac{\partial g, v_1(k)}{\partial \phi} = g_s \Psi' \frac{\partial v_1(k)}{\partial \phi} \quad (8)$$

여기서 $v(k)$ 는 $g, v_1(k)$ 이고 Ψ' 는 활성화 함수의 미분을 나타낸다. 시간 연산자를 사용해서 각각의 동적 신경모형의 변수 변화분률 (9-13)과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial [v_1(k)]}{\partial \phi} \Big|_{\phi=z_i} = [S_\phi(k)] = \frac{q^{-i}}{P(q)} [x(k)] \quad (9)$$

$$\frac{\partial [v_1(k)]}{\partial \phi} \Big|_{\phi=p_i} = [S_\phi(k)] = \frac{-q^{-i}}{P(q)} [v_1(k)] \quad (10)$$

$$\frac{\partial [v_1(k)]}{\partial \phi} \Big|_{\phi=w_i} = [S_\phi(k)] = \frac{Z(q)}{P(q)} [I_i(k)] \quad (11)$$

$$\frac{\partial [y(k)]}{\partial \phi} \Big|_{\phi=\theta} = \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \quad (12)$$

$$\frac{\partial [y(k)]}{\partial \phi} \Big|_{\phi=g_s} = \Psi' v_1(k) \quad (13)$$

$S_\phi(k)$ 과 $S_w(k)$ 는 변수의 상태를 나타낸다. 한개의 변수가 신경에 주는 영향을 결정하기 위해 최급강하는 동특성을 가진 $P(q)$ 를 분모로 취한다.

3.2 상태 변수 표현의 안정도 판별

제안한 동적 신경모형(동적 신경 프로세스)의 안정도 조건을 유도하기 위해 식(1-2)를 베타와 행렬을 사용하여 간결한 식으로 표현하면 식(14-15)처럼 된다.

$$s_{k+1} = As_k + Bx_k \quad (14)$$

$$v_{ik} = Cx_k + D \quad (15)$$

상태 공간이 주어진 경우에는, A 행렬의 고유치 $\lambda_i(A)$ 는 진단한 수의 극, 즉 분모 다항식의 근과 일치한다고 알려져 있기 때문에

$$|A_{pole}| < 1, i=1,2 \text{에 대응하는 안정조건은} \quad (16)$$

로 주어지고, A 의 고유치의 절대치가 1보다 적은 것이다. 선형과 비선형에 관계없이 상태공간 표현에서의 안정도 판별이론으로 리아푸노프의 안정정리(Stability Theorem of Liapunov)가 있다. 선형 시스템인 경우, 출력의 케환을 표시하는 행렬 A 를 사용하면 대수적 안정도판별이 가능하다. 즉 동적 신경모형의 인자 $[A, B, C, D]$ 가 안정하기 위한 필요충분조건, 바꾸어 말하면 A 의 고유치가 보다 적기 위한 필요충분 조건은 임의의 2×2 의 대칭정정행렬 Q 에 대하여,

$$P - A^T P A = Q \quad (17)$$

와 같은 리아푸노프 방정식이 대칭정정인 P 를 갖는 것이다. 제안된 상태 변수 모형은 출력 케환 행렬을 나타내는 행렬 A 을 식(18)같이 구성한 신경모형이다.

$$A = \begin{bmatrix} rcos\theta & rsin\theta \\ -rsin\theta & rcos\theta \end{bmatrix} \quad (18)$$

즉 $a_{11} = a_{22}$, $a_{12} = -a_{21}$ 가 되어 학습할 변수도 줄어들어 계산시간을 줄일 수 있으며 고유치의 값($\lambda_{1,2} = a_{11} \pm ja_{12}$)을 바로 알 수 있는 장점을 가지고 있다.

4. 동적 다층 신경망

한개의 신경은 미지의 선형 시스템을 제어하고 간단한 함수를 학습할 수 있다. 하나의 신경은 신경망을 구성하고 다른 신경망으로부터 입력을 받아서 학습을 하게 된다. 다층 신경망은 한층의 신경망보다 많은 학습능력을 가지고 있으며 복잡한 일을 처리할 수 있다. 3층 신경망을 사용하면 임의의 비선형 함수를 원하는 만큼 정확하게 근사화 할 수 있다고 연구 발표 되었다. 일반적으로 다층의 신경망은 연결계수 행렬의 인자를 가지고 비선형 함수를 맵핑하는 기능을 가지고 있다. 이 절에서는 동적 인자 프로세스를 기본 연산자로 하여 동적 신경망을 전개해 본다. 입력이 두개이고 출력이 한개인 3층 동적 신경망을 그림 4에 나타내었다. 다층 동적

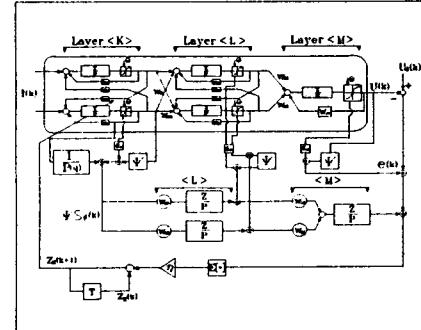


그림 3 5개의 동적 인자 프로세스를 가진 3층 동적 신경망과 <L>층의 2번째 프로세스의 계수 z_2 를 적용시키는 구조

Fig. 3 Three layer DMLM with 5 DEP and with the adaption scheme of coefficient z_2 in the second DEP within the layer <L>

신경망은 출력신호의 과거치를 필요로 하지 않으므로 회로망의 입력이 차지하는 영역을 줄일 수 있다. 입력층이 K 개, 중간층이 M 개, 출력층이 L 개인 3층신경망에서 입력층으로부터 출력층으로 전달되는 상태벡터와 동적 구조의 출력, 신경의 출력을 식(19-21)과 같이 행렬과 베타를 사용하여 표현 할 수 있다 [6].

$$\underline{x}(k)^{(K)} = W^{(K)} \underline{I}(k)^{(K)}, \quad (19)$$

$$v_1(k)^{(K)} = diag(\Gamma(k)^{(K)} Z^{(K)}),$$

$$y(k)^{(K)} = \Psi(g, v_1(k)^{(K)}, \theta)$$

$$\underline{x}(k)^{(L)} = W^{(L)} \underline{v}(k)^{(K)}, \quad (20)$$

$$v_1(k)^{(L)} = diag(\Gamma(k)^{(L)} Z^{(L)}),$$

$$y(k)^{(L)} = \Psi(g, v_1(k)^{(L)}, \theta)$$

$$\begin{aligned} \underline{x}(k)^{(M)} &= W^{(M)} \underline{v}(k)^{(L)}, \\ \underline{v}_1(k)^{(M)} &= \text{diag}(\Gamma(k)^{(M)} \zeta^{(M)}), \\ \underline{v}(k)^{(M)} &= \Psi(g, \underline{v}_1(k)^{(M)}, \theta) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 $\underline{x}(k)^{(L)}$ 는 J층의 상태벡터, $W^{(L)}$ 는 각 신경에 대한 결합계수 벡터로 구성된 J층의 가중치 행렬, $\Gamma(k)^{(L)}$ 는 $\langle L \rangle$ 층의 각 신경이 가지는 신호벡터로 구성된 테이타 행렬, $Z(k)^{(L)}$ 는 각 신경의 변수벡터로 구성된 변수행렬을 나타낸다. 그럼 3에서 $\langle K \rangle$ 의 동적신경 모형의 두번째에 있는 a_2 의 변수의 변화는 첫번째 동적신경 프로세스를 거쳐 $\langle L \rangle$ 층과 $\langle M \rangle$ 층으로 전방향으로 전달된다.

5. 사례연구

사례연구를 통하여 제안한 동적신경모형의 적용 알고리즘의 유통성을 살펴도록 한다. 첫째로, 다음의 비선형함수를 근사화하는 경우를 다루어 본다.

(비선형함수)

$$\begin{aligned} f[s(k)] &= s^3(k) + 0.5\sin(2\pi(s(k-1))) + 0.1\sin(5\pi(s(k-2))) \\ s(k) &= \sin\left(\frac{2\pi}{250}k\right), \quad 0 < k \leq 1000 \end{aligned} \quad (22)$$

둘째로, 비선형동적시스템을 동적신경망제어기를 사용하여 비선형함수가 시간적으로 변하는 경우, 적용 추적하며, 입력의 변화하는 경우, 그리고 플랜트의 동적특성이 변화하는 경우에 대해 적용하여 추적하는 동특성을 알아보기로 한다.

(동적비선형함수)

$$y(k) = \sum_{i=1}^2 \alpha_i y(k-i) + \sum_{j=0}^2 \beta_j u(k-j) + f[y(k-i), u(k-j)] \quad (23)$$

여기서 $f[\cdot]$ 는 임의비선형함수로 동적인자프로세스와 직렬접속되어 있다. 사용된비선형함수 $f[\cdot]$ 는 시간의함수로 아래와 같다.

$$\begin{aligned} f[\cdot] &= e^{-(y(k-1))^2 + y(k-2)^2} + \\ &\quad \sqrt{u(k)^2 + u(k-1)^2 + u(k-2)^2}, \quad 0 < k \leq 300 \\ f[\cdot] &= \frac{0.5 - 0.5 \cos(7\pi(y(k-1)^2 + y(k-2)^2)) + e^{-u(k)}}{4 + u(k-1)^2 + u(k-2)^2}, \quad 300 < k \leq 1000 \end{aligned}$$

동적신경제어기는 시스템의 출력($y(k)$)이 입력($I(k)$)을 추종하도록 제어출력($u(k)$)을 발생한다. 시스템의 입력의 변화는 시간에 따라 다음과 같이 변한다.

$$\begin{aligned} I(k) &= \sin(2\pi \frac{k}{200}), \quad 0 < k \leq 400 \\ I(k) &= 0.6, \quad 400 < k \leq 500 \\ I(k) &= 0.4, \quad 500 < k \leq 600 \\ I(k) &= -0.2, \quad 600 < k \leq 700 \\ I(k) &= -0.6, \quad 700 < k \leq 800 \\ I(k) &= 0.6 \sin(2\pi \frac{k}{200}), \quad 800 < k \leq 1000 \end{aligned}$$

플랜트의변화는시간에따라변한다.

$$\begin{aligned} \beta_{ff} &= [1.2, 1.0, 0.8], \quad \alpha_{fb} = [1.3, 0.9, 0.7], \quad 0 < k \leq 400 \\ \beta_{ff} &= [1.2, 1.0, 1.4], \quad \alpha_{fb} = [1.3, 0.9, 0.7], \quad 400 < k \leq 800 \\ \beta_{ff} &= [1.2, 1.0, 0.0], \quad \alpha_{fb} = [1.0, 0.9, 0.0], \quad 850 < k \leq 1000 \end{aligned}$$

비선형플랜트는 $400 < k \leq 800$ 구간에서 입력과 플랜트의변화를받고 $k = 700$ 에서 플랜트의 차수가 2차에서 1차로 바뀐다.

세째로, 외부잡음에대한강인성을 알아보기위해비선형플랜트에가우시안백색잡음을추가한모형플랜트에적용하여본다.

6. 결과 및 검토

첫번째 사례연구에서는 제한한동적신경모형의함수근사화능력을 알아보기위해, 층이한개인동적신경식별기를사용하여 임의의비선형함수를식별하고자한다. 학습과동시에비선형함수를식별하는작용기법을사용하여임의의함수를원하는만큼잘근사화함을알수있었다. 연구결과를그림4와그림5에나타내었다. 그림에서나타난바와같이제한한신경모형은원하는함수의출력을잘추적함을알수있었다. 기존의동적모형과의비교결과를표1에나타내었고제한한신경모형을사용한경우오차의실현치가0.338배감소됨을알수있었다. 두번째로,동적비선형

함수의비선형성과플랜트의차수가변화되는모형시스템을가지고사례연구한결과,제한한동적신경제어기가기존의제어기보다추적오차면에서우수함을알수있었다. 사례연구결과를그림6과그림7에나타내었다. 연구결과는그림에서나타난바와같이원하는출력을잘추적함을알수있었다. 기존의방식에서는초기

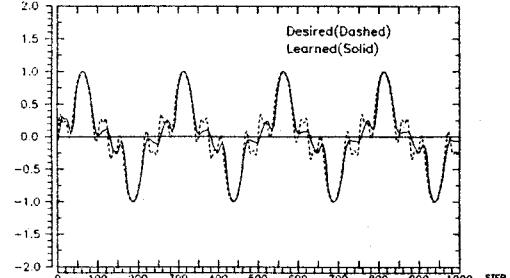


그림 4 기존의 동적신경기를 사용한 비선형함수의식별
Fig. 4 Nonlinear function and its approximation by convention DNU.

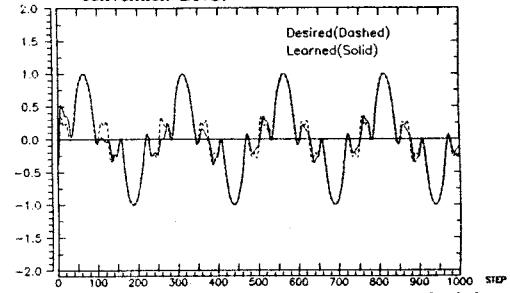


그림 5 기존의 동적신경기를 사용한 비선형함수의식별
Fig. 5 Nonlinear function and its approximation by proposed DNU.

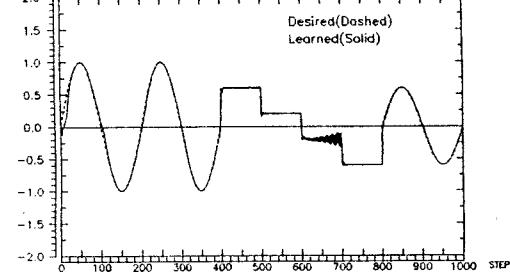


그림 6 시스템파라미터의외란과차수변화에따른비선형제어
Fig. 6 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance. (Convention DNU)

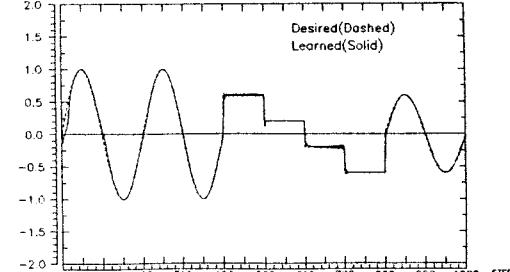


그림 7 시스템파라미터의외란과차수변화에따른비선형제어
Fig. 7 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance. (Proposed DNU)

에 많은오차를가지고계단과추적에떨림현상을볼수있었다. 그림8과그림9는입력이두개인경우의결과그림이다. 입력($I(k)$)과출력($y(k-1)$)을입력으로사용하여학습한경우로출력추적면에서가장우수한결과를나타낸다. 층의수가2개이고각

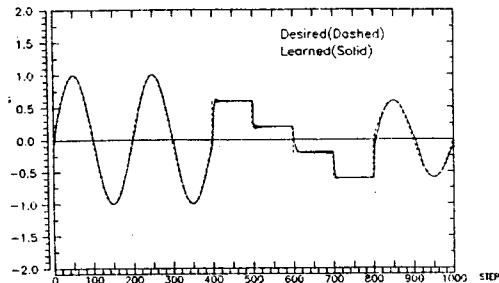


그림 8 시스템 파라미터의 외란과 차수변화에 따른 비선형 제어
(기존의 방법, 입력2개)

Fig. 8 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance.
(Convention DNU, Two Input)

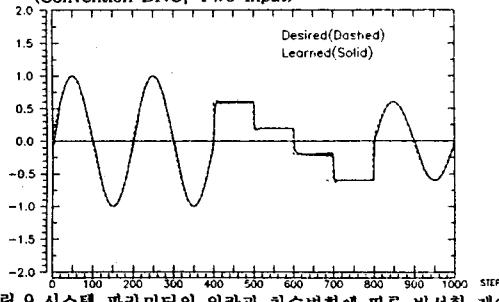


그림 9 시스템 파라미터의 외란과 차수변화에 따른 비선형 제어
(제안된 방법, 입력2개)

Fig. 9 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance.
(Proposed DNU, Two Input)

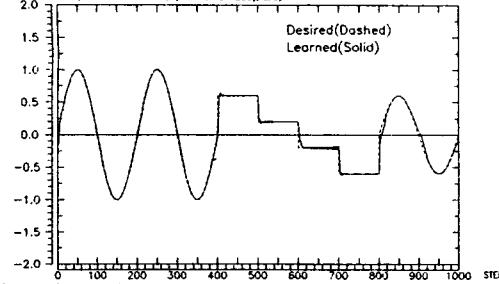


그림 10 시스템 파라미터의 외란과 차수변화에 따른 비선형 제어
(기존의 방법, 입력2개, 층2개)

Fig. 10 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance.
(Convention DNU, Two Input, Two Layer)

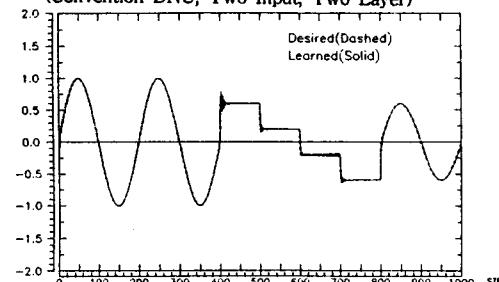


그림 11 시스템 파라미터의 외란과 차수변화에 따른 비선형 제어
(제안된 방법, 입력2개, 층2개)

Fig. 11 Simulation results for nonlinear control system with parameter perturbations and structural disturbance.
(Proposed DNU, Two Input, Two Layer)

층의 입력이 2개인 직병렬 접속시 연구결과를 그림 10과 그림 11에 나타내었다. 일반적으로, 입력수가 많을 수록 지연시간이 생기고 층의 수가 많을 수록 층의 전체수렴성이 부분최소점으로 빠지는 경향이 있어 층의 선택과 연결방식은 더 연구를 해야할 분야입니다.

표 1은 사례연구 각각에 대한 결과로서 오차의 실효치를 나타낸다.

표 1 사례연구에 대한 오차의 실효치
Table 1 Root mean square error for case studies

사례연구	오차	
	기존의 방법	제안된 방법
비선형 합수 근사화	0.132299	0.087566
비선형시스템 제어 (입력1개, 출력1개) ¹	0.048221	0.046614
비선형시스템 제어 (병렬접속시) (1층, 입력2개, 출력1개)	0.041378	0.040014
비선형시스템 제어 (직, 병렬 접속시) (2층, 입력2개, 출력1개)	0.051259	0.042098

회귀하는 신경망의 안정도 조건은 두가지로 요약된다[7]. 첫째로, 결합계수의 행렬의 고유치가 1보다 작으면 안정하다. 둘째로, 시그모이드 함수의 미분치가 1보다 작으면 안정하다. 위의 안정도 조건은 간단하지만 실제 컴퓨터 계산과정중에 결합계수의 고유치를 구하는 것과 함수의 미분치를 계산하는 것은 매우 어렵다. 본 연구에서는 융답이 이득의 크기나 파라미터 값에 따라 단조증기(과감쇠 또는 임계감쇠) 하지만 때로 진동(부족감쇠)하는 상수 파라미터를 가진 선형 2차 시스템을 택하여 동적 신경변수들의 고유치를 1보다 작게하였다. 두번째 안정도 조건식으로 부터 비선형 합수의 기울기의 안정한 범위가 결정된다. 즉 $f(x) = \frac{e^{x/\epsilon} - e^{-x/\epsilon}}{e^{x/\epsilon} + e^{-x/\epsilon}}$ 에서 $1/\epsilon$ 이 1보다 작거나 같으면 안정하다.

7. 결론

본 연구에서 새로운 구조의 동적 신경모형을 제안하여 비선형 이산시간 시스템의 식별과 제어에 관해서 고찰하였다. 동적인자율 가진 프로세스의 구조와 적용 기법을 제시하였다. 본 연구에서 얻은 결론을 요약하면 아래와 같다.

- (1) 제안한 동적 신경모형은 임의의 비선형 합수를 잘 추적함을 알 수 있었다.
- (2) 합수 근사화 능력을 가진 동적 신경망 제어기는 미지의 비선형 합수를 제어하는데 사용할 수 있었다.
- (3) 동적 신경망의 층의 선택과 연결방식(직렬, 병렬)은 앞으로 더 연구하여야 할 과제이다.

참고 문헌

- [1] E. Levin, N. Tishby, and S. A. Solla, In "A Statistical Approach to Learning and Generalization in Layered Neural Networks." *Proceedings of the IEEE*, Vol. 78, No. 10, pp. 1568-1574, 1990.
- [2] S. I. Sudharsanan and M. K. Sundareshan, "Traning of a Three-Layer Dynamical Recurrent Neural Network for Nonlinear Input-Output Mapping." *IJCNN Sing.* 2, 111, 1991.
- [3] K. S. Narendra and K. Parthasarathy, "Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks." *IEEE Trans. Neural Networks*, 1, 4, 1990.
- [4] D. H. Rao, M. M. Gupta and H. C. Wood, "Adaptive Tracking in Nonlinear Systems Using Neural Networks," *IEEE conf on Control Applications*, pp. 913-921, Sept., 1993.
- [5] M. M. Gupta and D. H. Rao, "Synaptic and somatic adaptions in dynamic neural networks." In *Proceedings of Second International Conf on Fuzzy Logic and Neural Networks*, Fukuoka, Japan, pp. 173-177, July, 1992.
- [6] M. Ayoubi, "Nonlinear Dynamic Systems Identification with Dynamic Neural Networks for Fault Diagnosis in Technical Process," *Int. Conf on System, Man, and Cybernetics*, Texas, pp. 2120-2125, October, 1994.
- [7] S. Y. kung, *Digital neural networks*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1993.