

# 모멘트법을 이용한 마이크로스트립 패치 안테나의 특성 해석

정재훈\*, 이홍배, 천창율\*\*, 정현교\*, 한승엽\*  
\*서울대학교 전기공학과, \*\*서울시립대학교 전자공학과

## The Analysis of Characteristic of Microstrip Patch Antenna Using Moment Method

Jaehoon Jung, Hongbae Lee, Chagyul Cheon, Hyunkyo Jung, Songyop Hahn

Dept. of Electrical Eng., Seoul Nat'l Univ, Dept. of Electronic Eng., Seoul City Univ

**Abstract**- An efficient technique for the analysis of a general class of microstrip structures with a substrate is applied in this paper using newly-derived closed-form spatial domain Green's functions employed in conjunction with the Method of Moments(MoM). The computed current distributions on the microstrip structures are used to determine the scattering parameters of microstrip discontinuities and the input impedances of microstrip patch antennas. It is shown that the use of the closed-form Green's functions in the context of the MoM provides a computational advantage in terms of the CPU time by almost two orders of magnitude over the conventional spectral domain approach employing the transformed version of the Green's functions.

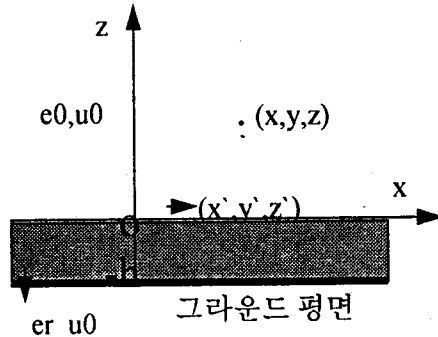


그림1. 마이크로스트립 구조물

### 1. 서론

평판 마이크로스트립 구조물을 해석하는 모멘트 법에는 주파수 영역 모멘트법과 공간 영역 모멘트법의 2가지 방법이 있다. 주파수 영역 모멘트법은 Green 함수를 주파수 영역에서 구하는 것이고 공간 영역 모멘트법은 공간 영역에서 Green 함수를 구하는 것이다. 공간 영역 모멘트법은 전체 행렬을 조립하는 데 있어 유한한 영역에서만 적분하면 되는 잇점이 있다. 그런데 주파수 영역 Green 함수로부터 공간 영역 Green 함수를 구할 때 무한 적분이 필요한데 이 때 피적분함수가 서서히 감소하며 진동하기 때문에 잘 수렴하지 않아 계산시간이 너무 오래 걸린다. 그런데 최근 종결(Closed-form) Green 함수를 구하는 방법이 제안되어 이 문제가 해결 되었다.[1]

본 논문에서는 이 종결 함수를 이용하여 여러 주파수에 대한 마이크로스트립 패치 안테나의 feeding 부분에서의 반사계수와 Input Impedance 를 구하였다.

### 2. 본론

#### 2.1 Green 함수의 유도

그림1은 두 층의 일반적인 평판 마이크로스트립 구조물을 나타낸다. 이 구조에서 유전체위에 x축 방향의 단위 electric dipole 이 있을 때의 Green 함수를 구한다.[1]

일반적으로 주파수 영역의 Green 함수는 다음과 같이 얻어진다.

$$\widehat{G}_A^{xx} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{\beta k_{z0}} [e^{-k_{z0}(z-z')} + R_{TE} e^{-k_{z0}(z+z')}] \quad (1)$$

$$R_{TE} = -\frac{r_{10}^{TE} + e^{-\beta k_{z1}h}}{1 + r_{10}^{TE} e^{-\beta k_{z1}h}} \quad (2)$$

$$r_{10}^{TE} = \frac{k_{z1} - k_{z0}}{k_{z1} + k_{z0}} \quad (3)$$

$$k_{z0}^2 + k_{\beta}^2 = k_0^2 \quad k_{z1}^2 + k_{\beta}^2 = \epsilon_r k_0^2 \quad (4)$$

여기서  $\widehat{G}_A^{xx}$  는 x방향의 electric dipole 에 의한 주파수 영역 벡터 포텐셜  $\vec{A}$ 의 x방향 성분을 나타내고 아래첨자 0는 공기층, 아래첨자 1은 유전체를 나타낸다. 또한 첨자가 붙은 좌표는 소스 좌표이고 붙지 않은 좌표는 계산점 좌표이다. 식(1)에는 2가지의 pole이 생길 수 있는데  $k_{z0}=0$  일 때와  $R_{TE}$ 의 분모가 0이 될 때이다. 이것은 뒤에 Sommerfeld 공식을 써서 종결 공간 영역 Green 함수로 도출될 때 그 Green 함수의 파수가 된다. 전자 Green 함수는 공기층의 파수가 되고 후자는 평면파 파수가 된다. 그리고  $R_{TE}$ 는 주파수와 유전체의 종류와 두께의 함수인데 주파수와 유전체에 따라 pole을 가질 수도 갖지 않을 수도 있다. 식(1)로부터 공간 영역 Green 함수를 나타낼 수 있는데 그것을 Inverse Hankel Transformation 이라 하고

그 식은 다음과 같다.

$$G_A^{xx} = \int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{G}_{AA}^{xx} k_\rho H_0^{(2)}(k_\rho \rho) dk_\rho \quad (5)$$

식(1)을 식(5)에 대입하고

$$\frac{e^{-k_0 r}}{r} = \frac{1}{2j} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_\rho \frac{k_\rho}{k_{0z}} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) e^{-k_0 z} \quad (6)$$

의 Sommerfeld 공식을 쓰면 다음과 같이 된다.

$$G_A^{xx} = G_{A0}^{xx} + G_{A,sw}^{xx} \quad (7)$$

$$+ \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_\rho \frac{1}{\beta k_{z0}} k_\rho F(k_\rho) H_0^{(2)}(k_\rho \rho) e^{-k_0(z+z')}$$

$$G_{A0}^{xx} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left( \frac{e^{-k_0 r_0}}{r_0} - \frac{e^{-k_0 r_0'}}{r_0'} \right) \quad (8)$$

$$r_0 = \sqrt{\rho^2 + (z-z')^2} \quad r_0' = \sqrt{\rho^2 + (z+z'+2h)^2} \quad (9)$$

$$G_{A,sw}^{xx} = \frac{\mu_0}{4\pi} (-j\pi) \text{Res} H_0^{(2)}(k_{pp} \rho) k_{pp} \quad (10)$$

$$F(k_\rho) = R_{TE} - R_{TE0} - \frac{2k_{pp} \text{Res}}{k_\rho^2 - k_{pp}^2} j k_{z0} e^{k_0(z+z')} \quad (11)$$

$$\text{Res} = \frac{e^{-k_0(z+z')}}{j k_{z0}} \Big|_{k_\rho = k_{pp}} \lim_{k_\rho \rightarrow k_{pp}} (k_\rho - k_{pp}) R_{TE} \quad (12)$$

이거서  $\rho$ 는 소스 점과 계산 점까지의 xy평면에서의 거리고  $a_i, b_i$ 는 Prony 근사화 계수로서 주파수마다 그 값이 다르다. 또한  $k_{pp}$ 는 평면파의 pole 이고  $\text{Res}$ 는 평면파의 pole에 의한 Residual 값이다.

이제 Prony 근사화를 써서 complex image를 구한다. 그림2에서 보듯이 복소수  $k_\rho$  평면에서 아래와 같은 치환을 하면  $C_1$  경로를 얻을 수 있다.

$$C_1 : k_{z0} = k_0 \left[ -j + \left( \frac{1-t}{T_0} \right) \right], \quad 0 \leq t \leq T_0 \quad (13)$$

여기서  $T_0$ 는 평면파의 pole 을 피하기 위해  $\sqrt{\epsilon_r}$  보다 크기만 하면 어떤 값을 갖더라도 상관없는 태 본 논문에서는  $T_0$ 를 15.0으로 잡았다. 이제  $F(k_\rho)$ 를 Prony 근사화를 하면

$$F(k_\rho) = \sum_{i=1}^N a_i e^{-b_i k_\rho} = \sum_{i=1}^N A_i e^{B_i} \quad (14)$$

여기서

$$a_i = A_i e^{B_i \frac{T_0}{1+jT_0}} \quad b_i = B_i e^{B_i \frac{T_0}{k_\rho(1+jT_0)}} \quad (15)$$

식(14),(15)를 식(7)에 대입하여 다시 한 번 Sommerfeld 공식을 쓰면 공간 영역 Green 함수는 다음과 같이 얻어진다. Prony 근사화 방법에서 샘플링 점은 20개로 잡아 근사의 정확도를 높였다. 그러면 공간 영역 Green 함수는 다음과 같이 얻어진다.

$$G_A^{xx} = G_{A0}^{xx} + G_{A,ci}^{xx} + G_{A,sw}^{xx} \quad (16)$$

$$G_{A,ci}^{xx} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^3 a_i \frac{e^{-k_0 r_i}}{r_i} \quad (17)$$

$$r_i = \sqrt{\rho^2 + (z+z'-j b_i)^2} \quad (18)$$

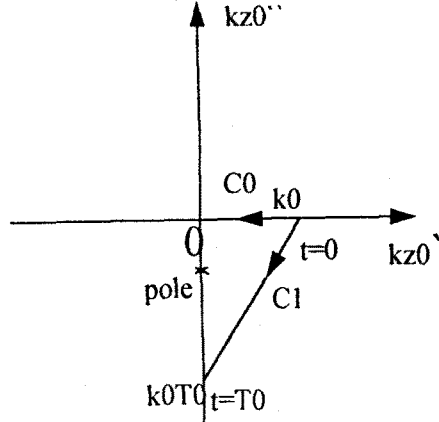


그림2.  $k_{z0}$ 평면에서의 지분 경로

## 2.2 모멘트법 정식화

Maxwell 방정식과 Lorentz gauge 를 쓰면

$$\vec{E} = -j\omega \vec{A} - j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) \quad (19)$$

이다. 평면 마이크로스트립 구조물 위의 전류를 생각하면 전류는 xy 평면에 있으므로

$$\vec{J} = J_x \hat{x} + J_y \hat{y} \quad (20)$$

이다. 벡터 포텐셜 A를

$$\vec{A} = \int_S \vec{G} \cdot \vec{J} dS' \quad (21)$$

라 두고 식(13)에 대입하면

$$E_x = -j\omega G_{xx}^A * J_x - j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \left[ \frac{\partial^2 G_{xx}^A}{\partial x^2} * J_x + \frac{\partial^2 G_{xy}^A}{\partial x \partial y} * J_y \right] \quad (22)$$

$$E_y = -j\omega G_{yy}^A * J_y - j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \left[ \frac{\partial^2 G_{yy}^A}{\partial y^2} * J_y + \frac{\partial^2 G_{yx}^A}{\partial x \partial y} * J_x \right] \quad (23)$$

이다. 여기서  $\vec{G}$ 는 dyadic Green 함수를 뜻하고 \*는 Convolution 을 표시한다.

x,y방향의 전류를 각각

$$J_x = \sum_{j=1}^N N_j A_j \quad J_y = \sum_{j=1}^N N_j B_j \quad (24)$$

로 이산화하여 식(19)에 대입하고 식(19)의 양변에  $N_i$  로 내적을 취하면 다음 식과 같다.

$$\begin{bmatrix} Z_{xx}^{ij} & Z_{xy}^{ij} \\ Z_{yx}^{ij} & Z_{yy}^{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x^i \\ E_y^i \end{bmatrix} \quad (25)$$

여기서

$$Z_{xx}^{ij} = - \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \left\langle \omega^2 \epsilon\mu G_{xx}^A * N_j + \frac{\partial^2 G_{xx}^A}{\partial x^2} * N_j, N_i \right\rangle$$

$$Z_{xy}^{ij} = - \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \left\langle \frac{\partial^2 G_{xy}^A}{\partial x \partial y} * N_j, N_i \right\rangle \quad (26)$$

$$Z_{yx}^{ij} = - \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \left\langle \frac{\partial^2 G_{yx}^A}{\partial x \partial y} * N_j, N_i \right\rangle$$

$$Z_{yy}^u = -\frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \left\langle w^2 \epsilon \mu G_{yy}^A * N_j + \frac{\partial^2 G_{yy}^A}{\partial y^2} * N_j, N_i \right\rangle$$

이다. 본 논문에서는 기저함수는 계단함수를, test 함수는 2차원 Dirac delta 함수를 각각 사용하였다.

### 2.3 사례연구

그림3은 위의 방법을 적용하기 위한 마이크로스트립 패취 안테나이다. 주파수 2.15G Hz -2.35 G Hz 에서 반사계수와 Input Impedance 를 구하였다. 반사계수  $\Gamma$ 와 Input Impedance 는 다음 식으로 각각 구해진다.[2]

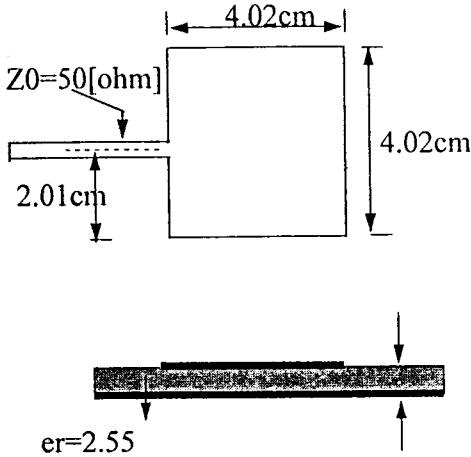


그림3. 마이크로스트립 패취 안테나

$$\Gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} e^{j2\beta l_{\min}} \quad (27)$$

$$Z_{in} = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} Z_0 \quad (28)$$

이거서  $l_{\min}$ 은 전송라인에서의 정사각형 패취로부터 최초의 전류 최소되는 지점까지의 거리이다. 식

(27)와 식(28)을 이용하여 반사계수와 Input Impedance 를 계산하려면 전송라인 모델링이 가능해야 하므로 그림 2 와 같이 패취의 한 변의 길이의 3배가 되는 전송라인을 택하여 계산하였다.

### 3. 결론

마이크로스트립 패취 안테나에 중첩 공간 영역 Green 함수를 이용한 모멘트법을 적용함으로써 엄청난 계산시간을 줄일 수 있었다. 본 논문에서는 수평 electric dipole moment 가 있을 때의 Green 함수를 적용해서 계산하였지만 임의의 소스 방향이라도 주파수 영역 Green 함수만 구할 수 있다면 위의 방법은 일반적인 다층 마이크로스트립 구조물 해석에 적용될 수 있을 것이다. 따라서 과다한 계산시간에 의한 마이크로스트립 구조물의 전자계 계산의 어려움을 해소할 수 있는 방법이라 생각된다.

### 4. 참고문헌

- [1] Y.L.Chow, J.J.Yang, D.H.Fang, and G.E.Howard, " Closed-form spatial Green's function for the thick substrate," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-39, pp.588-592, 1991.
- [2] David M.Pozar, *Microwave Engineering*. New York : Addison-Wesley, 1990