

카오스 특성을 갖는 뇌파신호의 예측을 위한 신경회로망 설계에 관한 연구
 카오스 특성을 갖는 뇌파신호의 예측을 위한 신경회로망
 설계에 관한 연구

°신 창 용, 김 택 수, 박 상 회

연세대학교 전기공학과

A Study on Design of Neural Network for the Prediction of EEG
 with Chaotic Characteristics

Changyong Shin, Taeksoo Kim, and Sanghui Park

Dept. of Electrical Engineering, Yonsei University
 Seoul, 120-749 Korea

Abstract

In this study, we present a training method of radial basis function networks based on recursive modified Gram-Schmidt algorithm for single step prediction of chaotic time series. With single step predictions of Mackey-Glass time series and alpha-rhythm EEG which has chaotic characteristics, the radial basis function network trained by this method is compared with one trained by a classical non-recursive method and the radial basis function model proposed by X.D. He and A. Lapedes. The results show the effectiveness of the training method.

1. 서론

혼돈현상은 단순한 결정론적 방정식의 해의 불규칙한 행동이다. 그러므로 혼돈현상은 이러한 불규칙성이 비교적 단순한 미분방정식에 의해 설명될 수 있다는 것을 암시하기 때문에 비주기적인 변동을 나타내는 동력학적 시스템을 해석하는데 유용하다. 만일 단순한 결정론적 방정식을 이용하여 이러한 복잡한 변동을 모델링하는 것이 가능하다면 최소한 단기간의 미래 변동을 예측하고 제어하는 것이 가능하다.

결정론적인 시스템에서의 혼돈적인 동력학은 작은 차이를 증폭하여 결국에는 예측할 수 없는 행동을 나타나게 한다. 그러므로 혼돈현상에 의해 장기 예측(long-term prediction)에는 근본적인 제한을 갖지만 비교적 정확한 단기 예측(short-term prediction)을 할 수 있다[1].

최근에 비선형 동력학 시스템으로부터 발생한 혼돈 시계열을 모델링하기 위해 신경회로망의 사용에 관심이 집중되어왔고 A. Lapedes와 R.Farber(1987)등은 역전파(back propagation) 알고리즘을 이용한 다중 퍼셉트론 회로망을 이용하여 예측을 시도했다. 그러나 이 신경회로망 모델은 학습시간이 느리고 학습동안 국부 최소치에 빠질 수 있다는 단점이 있다. 따라서 이 단점을 극복한 신경회로망 모델인 radial basis 함수 회로망(radial basis function network)이 제시되어, 이 모델링 기법을 이용하여 혼돈 시계열의 예측에 많은 연구가 진행되어 왔다[2][3][4].

본 연구에서는 혼돈 시계열의 단단계 예측(single step prediction)을 위해 radial basis 함수 회로망에 회귀적인 방법을 적용한 학습방법을 제안하고자 한다. 그리고 혼돈적 특성을 갖는 알파 리듬 뇌파신호[5]에 이 학습방법으로 학습시킨 회로망을 적용하여 기존의 일반적인 비회귀적인 학습방법으로 학습시킨 radial basis 함수 회로망 및 Lapedes등에 의해 제안된 radial basis 함수 모델과 비교하고자 한다.

2. 혼돈 시계열의 모델링

시스템의 상태는 주어진 순간에 k 차원의 공간 R^k 의 한 부분 집합인 k 차원의 어트랙터(attractor) M 상에 놓여 있는 한 점 \vec{z} 에 의해 결정된다. 이 시스템의 시간 경과(time evolution)는 시간 t_0 에서 시스템의 상태가 \vec{z} 이면 시간 $t_0 + t$ 에서의 상태는 $f^t(\vec{z})$ 인 변환 $f^t: M \rightarrow M$ 의해 주어진다.

하지만 실제적인 경우 있어서 상태 \vec{z} 에 접근할 수 없고, 단지 함수인 $\varphi(f^t(\vec{z}))$ 만을 관측할 수 있다. 따라서 시간에 따른 진행은 $\varphi(f^t(\vec{z}))$ 에 의해 주어진다. 실제로 관측하는 것은 단지 이산적인 시간 구간에서만 가능하다. 즉 이 구간들이 모두 균일하다고 가정하면 식 (2.1)과 같은 시계열을 관측할 수 있다.

$$x_n = \varphi(\vec{z}_n), \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

여기서 $\vec{z}_n = f^{n\tau}(\vec{z})$ 이고 ($\tau > 0$)는 샘플링 시간이다.

동력학 시스템이 정상 상태로 진행하거나 어트랙터로 진행한 후 시계열을 측정하면 시계열은 정상적(stationary)이라고 고려할 수 있다.

한편 Takens는 좌표변환에 의해 f^t 를 재구성하는 것이 가능하다는 정리를 증명하였다[6]. 즉 "지연 좌표 임베딩(delay coordinate embedding)"인 식 (2.2)과 같은 변환 $\Phi: M \rightarrow R^d$ 를 정의하면

$$\begin{aligned} \vec{x}_n &= \Phi(\vec{z}_n) \\ &= (\varphi(\vec{z}_n), \varphi(f^{-\tau}(\vec{z}_n)), \dots, \varphi(f^{-(d-1)\tau}(\vec{z}_n))) \\ &= (x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-(d-1)}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

여기서 d 는 임베딩 차원(embedding dimension)이다.

이러한 Takens의 정리에 의해 Φ 의 상에 대해 변환 $\vec{F} = \Phi \circ f^t \circ \Phi^{-1}$ 를 정의할 수 있고, \vec{F} 를 Φ 에 의한 좌표 변환하에서 f^t 와 같은 동력학 시스템으로 간주할 수 있다.

위에서 언급한 바와 같이 $\vec{z}_n = f^{n\tau}(\vec{z})$ 인 $x_n = \varphi(\vec{z}_n)$ 에 의해 주어진 관측된 시계열을 고려하고 점 $\vec{y}_n \in R^d$ 를 지연 좌표(delay coordinate)로 정의하면 식 (2.3)과 같이 쓸 수 있다.

$$\vec{y}_n = (x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-(d-1)}) \quad (2.3)$$

식 (2.3)에서 $\vec{y}_n = \Phi(\vec{z}_n)$ 이고, 따라서 y_n 은 Φ 의 상이다. 그러므로 \vec{F} 를 식 (2.4)와 같이 \vec{y}_n 에 적용할 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{F}(\vec{y}_n) &= \Phi \circ f^r \circ \Phi^{-1}(\vec{y}_n) \\ &= \Phi \circ f^r(\vec{z}_n) = \Phi(\vec{z}_{n+1}) = \vec{y}_{n+1} \end{aligned} \quad (2.4)$$

따라서 \vec{F} 는 R^d 에 있어서 \vec{y}_n 의 동력학을 나타내고 이 동력학은 단지 f^r 하에서 \vec{z}_n 의 동력학의 가역적인 좌표 변환 Φ 에 의한 상이다. 즉 \vec{y}_n 의 동력학은 이것과 평행한 가역적인 좌표 변환에 의해 연관된 \vec{z}_n 의 동력학과 동가가 된다.

그러나, \vec{z}_n 의 상태에는 접근할 수 없는 반면에 \vec{y}_n 의 동력학은 시계열 $\{x_n\}$ 의 진행으로부터 관측할 수 있다. 그러므로 원래의 f^r 와 달리, 변환 \vec{F} 는 시계열 $\{x_n\}$ 의 샘플로부터 추정할 수 있다. 또한 \vec{F} 를 첫번째 좌표 성분으로 제한하면 $x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-d+1}$ 값에 의해 x_{n+1} 을 결정하는 식 (2.5)와 같은 변환 $G: R^d \rightarrow R$ 을 얻을 수 있다.

$$G(x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-d+1}) = x_{n+1} \quad (2.5)$$

따라서 Takens의 정리에 의해 유한차원 동력학 시스템으로부터 발생한 시계열이 측정되면 위와 같은 지연 임베딩 방법 (method of delay embedding)을 사용하여 시계열의 진행에 대한 모델을 구성할 수 있다. 이러한 지연의 방법을 이용하면 접근할 수 없는 원래 동력학 시스템의 모델링 문제를 관측된 시계열과 관련된 모델링 문제로 간주할 수 있다[7].

한편 이 방법을 실제 문제에 적용하기 전에 고려해야 할 파라미터로 임베딩 차원(embedding dimension) d 와 시간지연 τ 가 있다. 또한 chaos를 특징 지우기 위해 사용되는 정량적인 특성들중 가장 대표적이고 중요한 것이 상관 차원과 Lyapunov 스펙트럼이다[8]. 특히 이 특성들은 혼돈적인 비선형 동력학 시스템으로부터 발생한 시계열을 예측하기 위한 모델을 구성하는 지표가 된다. 즉 이트랙터에 대한 동력학을 나타내기위해 요구된 상태변수에 대한 최저한계를 주는 상관 차원은 모델의 복잡도에 대한 지표이고 Lyapunov 스펙트럼은 초기조건에 대한 시스템의 민감한 정도를 나타내는데 이들중 가장 큰 양의 Lyapunov 지수는 미래에 대해 신뢰있는 예측을 할 수 있는 시간 구간에 대한 지표가 된다[2].

3. 혼돈 시계열의 모델링을 위한 radial basis 함수 회로망 모델

3.1 Radial basis 함수 회로망

시계열 $x(t_i), i = 1, 2, \dots$ 의 n 개의 샘플이 사용될 수 있다면 스칼라 시계열로부터 임베딩 공간에 있어서 식 (3.1)과 같이 지연 벡터(delay vector)를 구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} \vec{x}_i &= \vec{x}(t_i) \\ &= (x(t_i), x(t_i - \tau), \dots, x(t_i - (m-1)\tau)) \quad (3.1) \\ &= (x_i, x_{i-1}, \dots, x_{i-m+1}) \\ & \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

여기서 m 은 임베딩 차원이다. 시계열의 모델은 학습 데이터 쌍 $(\vec{x}_i, d_i), i = 1, 2, \dots, N$ 에 대한 함수 \hat{f}_n 를 구함으로써 획득될 수 있다. 여기서 $d_i = x_{i+1}$ 과 \vec{x}_i 는 각각 모델의 출력과 입력이다. \vec{x}_i 와 d_i 는 함수 \hat{f}_n 에 의해 식 (3.2)와 같이 쓸 수 있다.

$$d_i = x_{i+1} = \hat{f}_n(\vec{x}_i) + \varepsilon_i \quad (3.2)$$

여기서 ε_i 는 잡음 혹은 적합(fitting) 오차를 나타낸다. Radial

basis 함수 회로망은 식 (3.3)에 보여진 것처럼 N 개의 radial basis 함수의 선형조합으로서 \hat{f}_n 을 나타낸다.

$$\hat{f}_n(\vec{x}) = \sum_{j=1}^N a_j \phi(\|\vec{x} - \vec{x}_j\|) \quad (3.3)$$

여기서 ϕ 는 $\phi: R^+ \rightarrow R$ 인 함수이고, $\|\cdot\|$ 는 R^m 에 있어서의 유클리드 노름(Euclidian norm)이며 $\phi(\|\vec{x} - \vec{x}_j\|)$ 는 \vec{x}_j 에 중심을 갖는 radial basis 함수이다. 계수 $a_j (j = 1, 2, \dots, N)$ 는 모델링 과정에서 조건 $\hat{f}_n(\vec{x}_i) = d_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 를 부여함으로써 결정된다. 이러한 강한 보간(strict interpolation) 접근은 주어진 모든 데이터를 중심점으로 하는 radial basis 함수 $\phi(\|\vec{x} - \vec{x}_j\|), j = 1, 2, \dots, N$ 과 이것으로 구성된 $N \times N$ 행렬의 역행렬을 이용하여 a_j 를 구한다.

Broomhead는 보간 조건을 완화시키므로써 식 (3.4)와 같은 일반화된 접근을 제안했다.

$$\hat{f}_n(\vec{x}) = \sum_{j=1}^{n_0} w_j \phi(\|\vec{x} - \vec{c}_j\|) \quad (3.4)$$

여기서 $n_0 < N$ 이고 radial basis 함수의 중심 \vec{c}_j 는 반드시 주어진 지연 벡터 \vec{x}_i 와 일치할 필요는 없다. 이 경우에 있어서 n_0 개의 조절되어야 할 연결 강도 w_j 와 N 개의 보간 조건 $\hat{f}_n(\vec{x}_i) = d_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 가 존재하게 되므로 radial basis 함수로 구성된 행렬은 $N \times n_0$ 가 되어 정방 행렬이 아니므로 더 이상 역행렬이 존재하지 않는다. 따라서 이러한 회로망 구조에서 연결강도 w_j 를 구하는 것은 선형 최적화 문제가 되고 이것을 구하기 위해 주로 LMS(Least Mean Squares) 알고리즘이 사용된다. 한편 다른 방법으로 연결 강도 w_i 의 학습을 식 (3.5)과 같은 행렬방정식의 해를 구하는 것으로 고려할 수 있다.

$$\vec{d} = A_{N \times n_0} \vec{w} \quad (3.5)$$

식 (3.5)의 최소 자승 해를 구하면 식 (3.6)와 같은 가중치벡터 \vec{w} 가 구해진다.

$$\begin{aligned} \vec{w} &= A^+ \vec{d} \\ &= (A^T A)^{-1} A^T \vec{d} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Broomhead의 일반화된 접근에 의해 강한 보간의 중복성(redundancy)을 피할 수 있고 계수 결정의 문제를 선형 최소 자승 문제로 간주할 수 있다. 이 접근 방법은 중심의 수 n_0 와 중심 벡터 \vec{c}_j 가 적절하게 선택되었다고 가정한다[4]. 그러나 실제에서는 이러한 파라미터들을 적절하게 결정하기가 어렵다. 또한 Moody는 실시간 처리를 목적으로 radial basis 함수 회로망을 빠르게 학습시키기위해 조합된 학습방법 즉, 은닉층의 파라미터 \vec{c}_i, σ_i 는 비지도 학습(unsupervised learning)의해 그리고 출력층의 연결강도 w_i 는 지도 학습(supervised learning)에 의해 학습시키는 방법을 제안하였다[3].

3.2. X.D. He와 A. Lapedes 모델

N 개의 데이터가 있다면 N 개의 radial basis 함수를 이용할 수 있다.

$$\phi_j = \phi(\|\vec{x} - \vec{x}_j\|), j = 1, 2, \dots, N \quad (3.7)$$

1 단계 : N 개의 radial basis 함수 $\phi_j (j = 1, 2, \dots, N)$ 를 순서대로 L 개씩 N' 의 그룹으로 분할한다. 즉 $LN' = N$ 이다.

2 단계 : 최소 자승법을 사용하여 각 그룹에 있어서의 L 개의 radial basis 함수의 최적 선형 조합으로 구성된 함수 $f_k(\vec{x})$ 를 구한다.

$$f_k(\vec{x}) = \sum_{j=1}^L \lambda_{kj} \phi_j(\|\vec{x} - \vec{x}_{kj}\|) \quad (3.8)$$

$$k = 1, 2, \dots, N'$$

여기서 $k_j = (k-1)L + j$ 이다.

3 단계 : 식 (3.9)과 같이 N' 개의 함수 f_k 의 최적 선형 조합을 구하여 식 (3.10)와 같은 최종 모델 $\hat{f}_n(\vec{x})$ 를 구한다.

$$\hat{f}_n(\vec{x}) = \sum_{k=1}^{N'} c_k f_k(\vec{x}) \quad (3.9)$$

$$\hat{f}_n(\vec{x}) = \sum_{k=1}^{N'} c_k \sum_{j=1}^L \lambda_{kj} \phi_j(\|\vec{x} - \vec{x}_{(k-1)L+j}\|) \quad (3.10)$$

계수 c_k 를 구하기 위해 조건 $\hat{f}_n(\vec{x}) = d_i$ 를 이용하여 최소 자승 해를 구한다[4].

3.3 회귀 학습 radial basis 함수 회로망 모델

위에서 언급한 바와 같이 Broomhead나 Moody에 의해 사용된 radial basis 함수 회로망 모델 혹은 그림 3.1에 보여진 것과 같이 회로망의 출력 노드에 바이어스(bias)항이 추가된 모델이 현재 일반적으로 사용되는 모델이다.

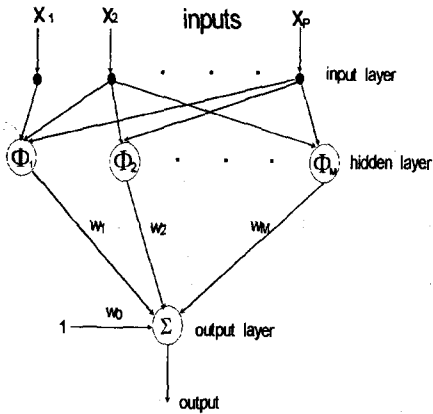


그림 3.1 radial basis 함수 회로망 모델

본 논문에서는 후자의 모델을 사용했다. 그러나 이 표준 모델을 어떻게 학습시키느냐에 따라 다양한 성능의 차이가 발생할 수 있다. 일반적으로 실시간 처리의 관점에서 계산효율을 높이고 radial basis 함수의 국부적인 조절 특성을 이용하기 위해 두 단계로 구성된 혼합된 학습방법을 사용한다. 이런 관점에서 본 논문에서는 2가지의 혼합 학습방식을 이 모델에 적용해 보았다. 첫번째의 학습방법은 일반적으로 주로 사용되는 학습방법인 반면 두번째 방법은 J. Stark[7]가 학습과정 없이 radial basis 함수 회로망의 연결강도를 회귀적으로 조절하기 위해 사용한 회귀적인 변형된 Gram-Schmidt(recursive modified Gram-Schmidt)

알고리즘[9]을 학습과정에 도입하여 혼합된 학습방법으로 전환하여 이 모델에 적용하여 보았다. 또한 radial basis 함수로서는 일반적으로 가장 많이 사용하는 가우시안 함수를 사용했다.

· 혼합 학습 I

1 단계 : 고정된 중심의 수에 대해 중심 벡터 \vec{c}_i 를 K-means clustering 방법을 적용하여 구하고 폭은 P-nearest neighbor heuristic에 의해 구한다.

2 단계 : 연결 강도 $w_i (i = 0, 1, \dots, M)$ 를 조절하기 위해 회귀적인 변형된 Gram-Schmidt 알고리즘을 사용한다.

이 방법은 학습과정이 끝난 후에도 새로운 데이터가 관측되면 실시간내에 연결강도를 계속적으로 조절하며 RLS알고리즘보다 정확도가 높고 수치적으로 안정하다[7][9].

· 혼합 학습 II

1 단계 : 혼합 학습 I과 동일하다.

2 단계 : 주어진 학습 데이터상에 대해 식 (3.11)의 연결 강도 벡터 \vec{w} 에 대한 최소 자승 해를 구함으로써 \vec{w} 를 획득한다.

$$\vec{d} = A\vec{w} \quad (3.11)$$

4. 실험 및 결과

실험에 사용된 모델은 다음과 같다.

i) He와 Lapedes[1994] 모델. (rbfn1)

ii) 주어진 학습데이터에 대해 은닉층의 중심과 폭은 K-means clustering에 의해, 출력층 연결 강도는 행렬방정식의 최소 자승 해에 의해 학습한 모델. (rbfn2)

iii) 주어진 학습데이터에 대해 은닉층의 학습은 ii)의 동일한 방법으로 하고, 출력층은 새로운 관측 데이터에 대해서도 연결 강도를 계속적으로 학습시키기 위해 회귀적인 변형된 Gram-Schmidt 알고리즘을 사용한 모델. (rbfn3)

실험에 사용한 혼돈적인 시계열로서 비선형 시스템 및 시계열 모델링의 평가기준으로 가장 많이 사용되는 Mackey-Glass 미분 방정식으로 부터 발생시킨 시계열[3][4]과 혼돈적 특성을 갖는 알파 리듬 뇌파신호를 사용했다. 그리고 Mackey-Glass 시계열에 있어서 입력벡터 \vec{x} 의 차원인 임베딩 차원으로 4를, 시간 지연 τ 는 6을 사용하고, 알파 리듬 뇌파신호의 경우는 입력벡터 \vec{x} 의 차원인 임베딩 차원으로 7를, 시간 지연 τ 는 4를 사용했다. 또한 혼돈 시계열을 모델링하여 이것을 이용하여 예측함으로써 각 모델간의 성능을 비교하는데 있어서 본 논문에서는 발생된 시계열을 학습 데이터 집합 P_1 와 검증 데이터 집합 P_2 로 분할하여 학습 데이터에 대한 적합 정확도를 측정하는 기준으로 식 (4.1)을, 검증 데이터에 대한 예측 정확도를 측정하는 기준으로 식 (4.2)를 사용했다.

$$F_f = \sqrt{\frac{E[(\hat{f}(\vec{x}) - f(\vec{x}))^2]_{P_1}}{E[(x(t) - E[x(t)])^2]}} \quad (4.1)$$

$$F_p = \sqrt{\frac{E[(\hat{f}(\vec{x}) - f(\vec{x}))^2]_{P_2}}{E[(x(t) - E[x(t)])^2]}} \quad (4.2)$$

실험에 사용한 시계열은 다음과 같다.

i) Mackey-Glass 시계열

그림 4.1에 보여진 바와 같이 실험에는 학습데이터 $N_f = 500$ 개와 검증 데이터 $N_p = 500$ 개를 사용했다.

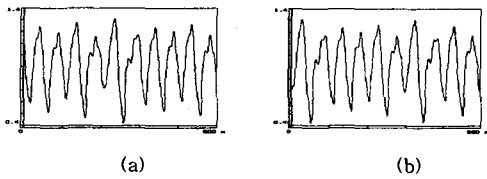


그림 4.1 (a) 학습 데이터로 사용한 Mackey-Glass 시계열
(b) 검증 데이터로 사용한 Mackey-Glass 시계열

ii) 알파 리듬의 뇌파 신호

그림 4.2에 보여진 바와 같이 실험에는 학습데이터 $N_f = 1000$ 개와 검증 데이터 $N_p = 500$ 개를 사용했다.

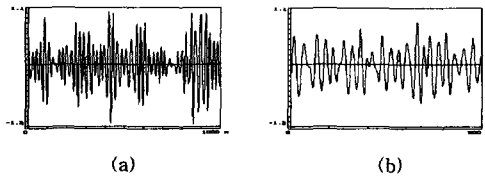


그림 4.2 (a) 학습 데이터로 사용한 알파 리듬의 뇌파 신호
(b) 검증 데이터로 사용한 알파 리듬의 뇌파 신호

실험 결과를 정리하면 Grassberger-Procaccia 알고리즘에 의해 추정된 각 시계열의 상관 차원은 표 4.1과 같다.

	Mackey-Glass 시계열	알파 리듬의 뇌파 신호
상관 차원	1.7 ~ 2.1	4.6 ~ 4.8

표 4.1 Grassberger-Procaccia 알고리즘에 의해 구한 상관 차원

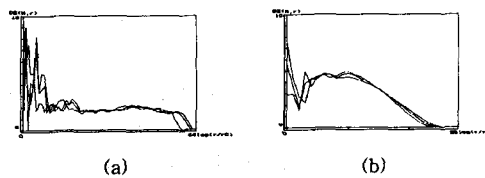


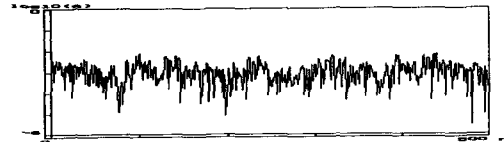
그림 4.3

(a) Mackey-Glass 시계열의 $D_2(M, r)$ 대 $\log(r)$ 그래프
(b) 알파 리듬의 뇌파 신호의 $D_2(M, r)$ 대 $\log(r)$ 그래프

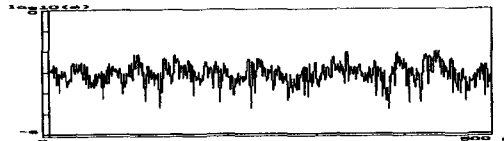
또한 각 시계열의 단단계 예측 결과를 정리하면 다음과 같다.

i) Mackey-Glass 시계열

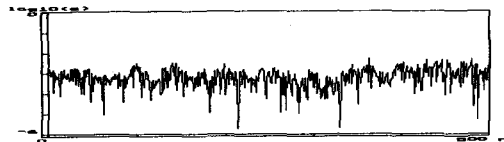
오차 모델	F_f	F_p	σ^2	기타
rbfn1	-2.056	-2.041	0.25	$N' = 100, L = 5$
rbfn2	-2.074	-2.041	0.05 ~ 0.2	은닉층 노드의 수=100
rbfn3	-2.089	-2.273	0.05 ~ 0.2	은닉층 노드의 수=100



(a)



(b)

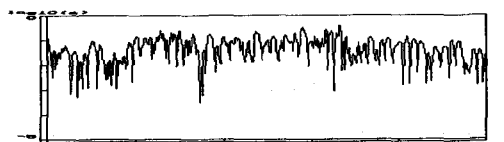


(c)

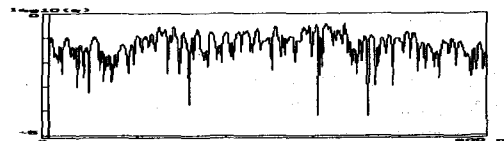
그림 4.4 (a) rbfn1 모델에 의한 예측 오차
(b) rbfn2 모델에 의한 예측 오차
(c) rbfn3 모델에 의한 예측 오차

ii) 알파 리듬의 뇌파 신호

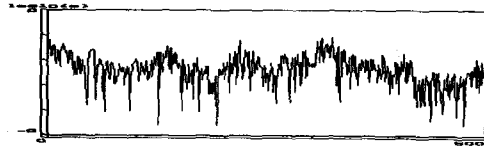
오차 모델	F_f	F_p	σ^2	기타
rbfn1	-1.054	-0.629	1.25	$N' = 200, L = 5$
rbfn2	-0.017	-0.558	0.5 ~ 3.0	은닉층 노드의 수=200
rbfn3	-1.101	-1.426	0.5 ~ 3.0	은닉층 노드의 수=200



(a)



(b)



(c)

그림 4.5 (a) rbf1 모델에 의한 예측 오차
(b) rbf2 모델에 의한 예측 오차
(c) rbf3 모델에 의한 예측 오차

5. 결론

본 논문에서는 혼돈 시계열의 예측을 위한 신경회로망 모델로서 회귀적인 변형된 Gram-Schmidt 알고리즘으로 학습시킨 radial basis 함수 회로망을 일반적인 비회귀 학습방법으로 학습시킨 radial basis 함수 회로망 및 A. Lapedes 등에 의해 제안된 radial basis 함수 회로망과 비교하여 제안한 학습방법이 단단계 예측에 대해 성능이 우수함을 보였다. 이것은 제안한 학습방법이 기존의 비회귀 학습방법보다 학습과정이 끝난 후에도 새로운 관측한 데이터에 대해 효율적이고 안정되게 회로망의 연결강도를 조절하는 데서 기인한다고 볼 수 있다. 그러나 전체적으로 이 신경회로망 모델들은 저차원의 상관 차원을 갖는 혼돈 시계열에 대해서는 비교적 좋은 성능을 나타내는 반면 실험에 이용한 알파 리듬 뇌파신호와 같은 상관 차원이 높은 시계열에 대해서는 예측 능력이 저하되었는데, 이것은 고차원의 상관차원을 갖는 시계열은 많은 수의 상태 변수와 연관되어 있는데서 기인한다고 생각된다. 그러므로 고차원의 혼돈 시계열의 더 나은 예측을 위해서는 시계열의 확률통계적 특성을 고려한 모델을 적용하는 것이 적합하리라 생각된다.

6. 참고 문헌

- [1] J.D. Farmer and J.J. Sidorowich, "Predicting Chaotic Time Series", Phys. Rev. Lett. Vol. 59, 1987, pp. 845 - 848.
- [2] M. Casdagli, "Nonlinear Prediction of Chaotic Time Series", Physica D, Vol. 35, 1989, pp. 335 - 356.
- [3] J. Moody and C.J. Darken, "Fast Learning in Networks of Locally-Tuned Processing Units", Neural Computation, Vol. 1, 1989, pp. 281 - 294.
- [4] X.D. He and A. Lapedes, "Nonlinear Modeling and Prediction by Successive Approximation using Radial Basis Functions", Physica D, vol. 70, 1994, pp. 289 - 301.
- [5] A.C.K. Soong and C.I.J.M. Stuart, "Evidence of Chaotic Dynamics Underlying the Human Alpha-Rhythm Electroencephalogram", Biol. Cybern. Vol. 62, 1989, pp. 52 - 62.
- [6] F. Takens, "Dynamical Systems and Turbulence", Warwick, 1980 edited by D.A. Rand and L.S. Young, Lecture Notes in Mathematics Vol. 898 (Springer-Verlag, Warwick, 1980), pp. 230.
- [7] J. Stark, "Recursive Prediction of Chaotic Time Series", J. of Nonlinear Science, Vol. 3, 1993, pp. 197 - 223.
- [8] T.S. Parker and L.O. Chua, "Chaos : A Tutorial for Engineers", Proceedings of the IEEE, Aug. 1987. pp. 982 - 1008.
- [9] F. Ling, D. Manolakis and J.G. Proakis, "A Recursive Modified Gram-Schmidt Algorithm for Least-Squares Estimation", IEEE Trans. on ASSP, Vol. ASSP-34, No. 4, Aug. 1986, pp. 829 - 836.