

피드백 구조의 적응 RF 필터를 이용한 EEG 신호 예측

김현술⁰, 우용호, 김택수, 최윤호*, 박상희
연세대학교 전기공학과, *경기대학교 전자공학과

EEG Signal Prediction Using Feedback Structured Adaptive RF Filter

Hyun-Sool Kim⁰, Yong-Ho Woo, Taek-Soo Kim, *Youn-Ho Choi, Sang-Hui Park
Dept. of Electrical Eng., Yonsei Univ., *Dept. of Electronics Eng., Kyonggi Univ.

Abstract

In this paper, we present a feedback structured adaptive RF filter based on the recursive modified Gram-Schmidt algorithm for short-term prediction of EEG signal. And the performance of this proposed filter is compared with those of linear AR model, RF filter, Volterra filter and RBF neural network as single-step prediction and multi-step prediction. The results show the superiority of this proposed filter in prediction of EEG signals.

1. 서론

신호 예측은 신호의 과거 정보가 주어졌을 때 신호의 미래 정보를 추정하는 본래의 목적 이외에도 데이터를 발생시키는 시스템의 메카니즘에 대한 중요한 정보를 제공할 수 있다. 특히, 음성 신호와 EEG(electroencephalogram) 신호, ECG(electrocardiogram) 신호 및 EMG(electromyogram) 신호와 같은 대부분의 생체 신호들은 비선형성(nonlinearity)과 비정상성(nonstationarity)이라는 특성을 가지며[11], 이와 같은 신호들을 적절하게 예측하기 위해서는 비선형 적응 구조를 가지는 예측기의 설계가 필요하다.

한편 디지털 EEG 신호는 데이터 베이스화를 통한 진단을 위해서 저장해야 될 방대한 양의 데이터를 발생시키므로 이러한 데이터를 압축할 수 있는 기술들이 개발되어 왔으며 이와 같은 데이터 압축은 데이터 저장장서 저장 공간을 경제적으로 이용하고 또한 전송시 적은 비트 수로 효율적인 전송을 가능하게 한다[6]. 한편 이와 같은 압축 부호화 기술들중에서 예측기의 예측 오차(residual)만을 부호화해서 압축하는 예측 부호화(predictive coding) 방법이 기본적인 압축 기술로서 널리 사용되고 있으며, 음성 신호 및 EEG 신호등과 같은 생체 신호들의 단기 예측(short-term prediction)은 주로 선형 모델을 근거로 하므로 선형 예측 부호화(LPC) 기술이 압축 방법으로 많이 이용되어 왔다. 그러나 이러한 선형 모델에 기초한 예측 부호화 기술은 근본적으로 EEG 신호와 같은 복잡한 비선형 신호의 비선형 특성을 추출하지 못하기 때문에 성능에 있어서 한계가 있다. 따라서 보다 우수한 성능을 위해서는 비선형 모델에 근거한 비선형 예측 부호화 기술이 요구되며, 이를 위해 우수한 예측 성능을 가지는 비선형 예측기의 개발이 필요하다.

본 논문에서는 예측 오차를 줄임으로써 비선형 예측 부호화 성능을 향상시킬 수 있는 다항식 필터 모델에 기초한 피드백 구조의 비선형 필터를 제안하고 이를 이용하여 EEG 신호의 예측에 적용하고자 한다. EEG 신호는 비정상 신호이기 때문에 필터는 신호 특성의 변화를 추적할 수 있는 적응 구조로 구현하고자 한다. 그리고 본 논문에서 제안한 비선형 필터의 예측 성능을 평가하기 위해 기존의 EEG 신호 예측 방법인 선형 AR 모델, 비선형 모델인 신경 회로망의 RBF(Radial Basis Function) 회로망, 다항식 필터 모델인 RF 필터 및 Volterra 필터등과 비교하고자 한다.

II. 적응 다항식 비선형 필터

2.1 적응 다항식 비선형 필터

비선형성을 모델링하기 위해서 순서 통계 필터(order statistics filter), 준동형 필터(homomorphic filter), morphological 필터 및 다항식 필터(polynomial filter)등 많은 형태의 비선형 필터 모델이 개발되어 왔다[2]. 이와 같은 비선형 필터 모델들중 본 논문에서는 다항식(polynomial)에 기반한 비선형 필터 모델을 고려한다.

2.1.1 Volterra 필터

1910년경 V. Volterra에 의해 도입된 Volterra 급수는 적응 비선형 필터링에 있어서 가장 널리 사용되는 모델이며, 특히 최적 예측, 통신에서의 채널 등화기, 잡음 제거 및 시스템 식별과 같은 광범위한 비선형 시스템에 적용되어 왔다[1].

Volterra 급수 전개는 식 (2.1)과 같은 형태를 갖는다.

$$y(n) = h_0 + \sum_{m_1=0}^{\infty} h_1[m_1] x(n-m_1) + \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} h_2[m_1, m_2] x(n-m_1)x(n-m_2) + \dots + \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \dots \sum_{m_p=0}^{\infty} h_p[m_1, m_2, \dots, m_p] x(n-m_1)x(n-m_2)\dots x(n-m_p) + \dots \quad (2.1)$$

여기서 $x(n)$ 은 입력이며 $y(n)$ 은 출력이다.

비선형 시스템에 대한 Volterra 급수 전개 수렴성(convergence) 및 유일성(uniqueness)에 관한 문제는 여러 논문에서 증명되었다[8]. 식 (2.1)에서 $h_p[m_1, m_2, \dots, m_p]$ 는 시스템의 p 차 Volterra 커널(kernel)이라 하고, 일반적으로 대칭이라고 가정할 수 있다. 즉 $h_p[m_1, m_2, \dots, m_p]$ 는 인덱스 m_1, m_2, \dots, m_p 의 $p!$ 개의 가능한 변환에도 변화하지 않는다. 위 전개식을 보면 1차 Volterra 커널 $h_1[m_1]$ 은 선형 시스템에서의 임펄스 응답과 동일하므로 이 모델은 선형 모델을 포함하는 일반적인 비선형 모델이라 볼 수 있다.

Volterra 급수 전개는 메모리를 가진 Taylor 급수로 고려될 수 있으므로 Taylor 급수 전개가 가지는 제약은 그대로 가지고 있다. 즉 비해석적(nonanalytic) 시스템에 대해서는 급수 전개가 되지 않는다는 단점이 있다.

식 (2.1)과 같은 무한 차수의 Volterra 급수 전개는 필터링 문제에 직접 이용할 수 없기 때문에 제한된 차수 및 제한된 메모리를 가진 Volterra 급수 전개를 사용해야 한다.

Volterra 시스템의 가장 큰 단점은 이 모델을 이용하여 필터를 구현할 때 복잡도(complexity)가 차수와 메모리 값에 따라 매우 커질 수 있다는 것이다. 따라서 Volterra 급수 전개를 이용할 때는 대부분 저차 모델이 이용된다. 따라서 본 논문에서도 2차의 Volterra 급수를 이용한 필터 모델만을 고려한다.

2.1.2 RF 필터

다항식의 비인 유리 함수에 의한 함수 근사화는 P. L. Chevyshev에 의해 먼저 제안되었으며, 이것은 Volterra 필터만큼의 함수 근사화 능력을 가지고 있고 더 낮은 복잡도로 원하는 정도까지 함수를 근사화시킬 수 있으며 또한 보다 나은 외삽 능력을 가진 것으로 알려져 있다[5]. 이러한 유리 함수 근사화는 광학 변환, TV 영상 시퀀스의 보간등과 같은 많은 공학 문제에 적용되어져 왔다.

RF 필터는 두 다항식의 비로서 식 (2.2)와 같은 입력-출력 관계식을 가진다.

$$y(n) = \frac{a_0 + \sum_{i=0}^{N_1} a_{1i}x(n-i) + \sum_{i=0}^{N_2} \sum_{j=0}^{N_3} a_{2ij}x(n-i)x(n-j) + \dots}{b_0 + \sum_{i=0}^{N_1} b_{1i}x(n-i) + \sum_{i=0}^{N_2} \sum_{j=0}^{N_3} b_{2ij}x(n-i)x(n-j) + \dots} \quad (2.2)$$

여기서 $x(n)$ 은 시스템에 대한 스칼라 입력이다. 본 논문에서는 식 (2.2)의 입력-출력 관계식에서 1차 다항식을 이용한 RF 필터를 고려한다.

2.1.3 피드백 구조의 RF 필터

1994년 S. Haykin등에 의해 제안된 적응 RF필터는 충분한 조정 파라미터와 데이터를 가지고 임의의 정밀도로 어떠한 연속 함수도 근사화할 수 있는 보편적 근사화기이다[5]. 그러나 식 (2.2)에서와 같은 무한 차수의 다항식이 아닌 저차수의 다항식을 이용하기 때문에 비교적 정확하기는 하지만 근사화 능력에 한계가 있다. 본 논문에서는 입력만으로 출력을 발생해 내는 RF 필터에 과거의 출력을 피드백시키는 구조를 추가함으로써 근사화의 정확도를 향상시키는 피드백 구조를 갖는 적응 RF 필터를 제안한다.

피드백 구조의 적응 RF 필터의 입력-출력 관계식은 식 (2.3)과 같다.

$$y(n) = \frac{a_0 + \sum_{i=0}^{N_1} a_{1i}x(n-i) + \sum_{i=0}^{N_2} \sum_{j=0}^{N_3} a_{2ij}x(n-i)x(n-j) + \dots}{b_0 + \sum_{i=0}^{N_1} b_{1i}x(n-i) + \sum_{i=0}^{N_2} \sum_{j=0}^{N_3} b_{2ij}x(n-i)x(n-j) + \dots} + \sum_{i=1}^N c_i y(n-i) \quad (2.3)$$

$N_1 = 3, N_2 = 2, N_3 = 2$ 인 피드백 구조의 적응 RF 필터 모델을 블록 선도로 나타내면 그림 2.1과 같다.

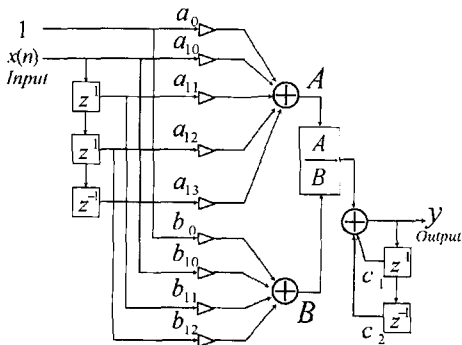


그림 2.1 $N_1 = 3, N_2 = 2, N_3 = 2$ 인 피드백 구조의 RF 필터

적용 구조로 필터를 구현하기 위해서 식 (2.4)와 같이 전개하며 b_0 는 일반성을 잃지 않고 1로 가정하였다.

$$y(n) = (1 + \sum_{i=1}^{N_1} b_{1i}x(n-i) + \sum_{i=0}^{N_2} \sum_{j=0}^{N_3} b_{2ij}x(n-i)x(n-j) + \dots) \left(\frac{a_0 + \sum_{i=0}^{N_1} a_{1i}x(n-i) + \sum_{i=0}^{N_2} \sum_{j=0}^{N_3} a_{2ij}x(n-i)x(n-j) + \dots}{1 + \sum_{i=1}^{N_1} b_{1i}x(n-i) + \sum_{i=0}^{N_2} \sum_{j=0}^{N_3} b_{2ij}x(n-i)x(n-j) + \dots} \right) + \sum_{i=1}^N c_i y(n-i) \quad (2.4)$$

한편 출력 $y(n)$ 에 대해 식 (2.4)를 다시 정리하면 식 (2.5)와 같이 된다.

$$y(n) = a_0 + \sum_{i=0}^{N_1} a_{1i}x(n-i) + \sum_{i=0}^{N_2} \sum_{j=0}^{N_3} a_{2ij}x(n-i)x(n-j) + \dots + (\sum_{i=1}^N c_i y(n-i)) (1 + \sum_{i=0}^{N_1} b_{1i}x(n-i) + \sum_{i=0}^{N_2} \sum_{j=0}^{N_3} b_{2ij}x(n-i)x(n-j) + \dots) - \sum_{i=0}^{N_1} b_{1i}y(n-i) - \sum_{i=0}^{N_2} \sum_{j=0}^{N_3} b_{2ij}y(n-i)x(n-j) + \dots \quad (2.5)$$

식 (2.5)를 벡터 형태로 나타내면 식 (2.6)과 같다.

$$y(n) = X_n^T W \quad (2.6)$$

여기서 W 는 필터의 계수 벡터이고 X_n 는 입력 벡터로서 각기 식 (2.7a) 및 식(2.7b)과 같다.

$$W = \{ a_0, a_{10}, \dots, a_{0N_1}, a_{200}, \dots, c_1, \dots, c_{N_1}, b_{00}, c_1, \dots, b_{0N_1}, c_{N_1}, \dots, b_{00}, \dots, b_{N_2}, b_{200}, \dots \}^T \quad (2.7a)$$

$$X_n = \{ 1, x(n), \dots, x(N_1), x(n)x(n), \dots, y(n-1), \dots, y(n-N_3), y(n-1)x(n), \dots, y(n-N_3)x(N_2), y(n-1)x(n)^2, \dots, y(n)x(n), \dots, -y(n)x(N_2), y(n)x(n)^2, \dots \}^T \quad (2.7b)$$

따라서 선형 적응 알고리즘을 이용하여 필터 계수 W 를 조절하는 피드백 구조의 적응 RF필터를 구현할 수 있다.

III. 실험 및 결과

3.1 비선형 예측 모델의 구성

비선형 신호 예측을 위한 예측 모델의 구성은 그림 3.1과 같다.

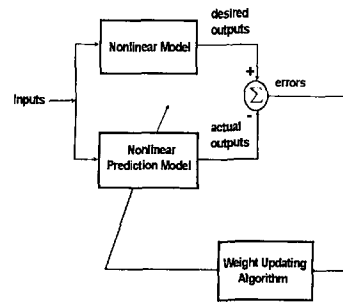


그림 3.1 비선형 예측기를 이용한 신호의 예측 모델

그림 3.1에서 구하고자 대상 신호의 비선형 모델(nonlinear model)은 입력 벡터 \vec{x}_t 에 대해 출력이 $d_t = x_{n+1}$ 인 함수 f_t 를 나타내고 비선형 적응 예측모델은 함수 \hat{f}_t 를 모델링하도록 회귀적인 Gram-Schmidt 알고리즘을 이용하여 조절한다[7]. 실험에서 사용된 대상 신호 및 비선형 예측 모델은 다음과 같다.

3.1.1 실험에서 사용한 대상 신호

본 논문에서는 제안된 피드백 구조의 적응 RF 필터의 비선형 모델링을 통한 예측 성능을 평가하기 위해 생체 신호인 EEG 신호의 α 파가 주도적인 뇌파(α -dominant EEG) 및 간질성 뇌파(epileptic EEG)를 이용하였다.

α 파가 주도적인 뇌파에 해당하는 5초간의 데이터(1000개)는 그림 3.2와 같다.

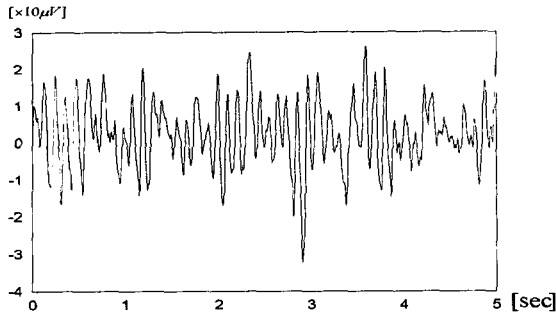


그림 3.2 α 파가 주도적인 뇌파 신호

간질성 뇌파에 해당하는 5초간의 데이터(1000개)는 그림 3.3과 같다.

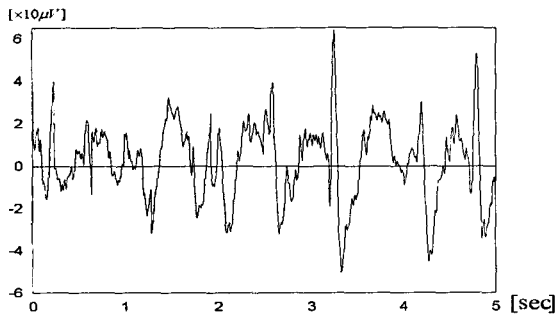


그림 3.3 간질성 뇌파 신호

3.1.2 실험에서 사용한 예측 모델

본 논문에서는 다음과 같은 제안된 피드백 구조의 적응 RF 필터 및 선형, 비선형 필터 모델을 구현하여 예측 성능을 비교하였다.

- ① 선형 AR 예측 모델
- ② 1차 다항식의 RF 필터를 이용한 예측 모델
- ③ 2차 Volterra 필터를 이용한 예측 모델
- ④ 피드백 구조의 RF 필터를 이용한 예측 모델
- ⑤ 신경회로망의 RBF 회로망을 이용한 예측 모델

AR 계수는 Burg 방법[10]에 의해서 추출했으며, RBF 회로망[9]은 은닉층의 노드수를 100개로 고정하고 은닉층 노드의 중심은 K-means 알고리즘에 의해 클러스터링하였으며 연결 강도는 Gram-Schmidt 알고리즘에 의해 조정하였다. Volterra 필터 및 RF 필터는 2.1.1 및 2.1.2에서 설명된 바와 같은 입력-출력 관계식을 갖는 적응 구조로 구현하였으며 필터 계수는 회귀적인 변형 Gram-Schmidt 알고리즘에 의해 조정하였다.

3.1.3 단기 예측 및 성능 비교 기준

단기 예측

단기 예측(short-term prediction)은 단 단계 예측(single-step prediction)과 다 단계 예측(multi-step prediction)으로 나누어 고려할 수 있다. 단 단계 예측 실험은 주어진 데이터에 대해 입력 벡터 \vec{x}_i 가 예측기에 입력되어 현재 신호의 바로 한 단계 미래 값 $\hat{x}(i+1)$ 를 출력하도록 하는 것이다. 다 단계 예측 실험은 주어진 데이터에 대해 입력 벡터 \vec{x}_i 가 예측기에 적용되어 현재 신호의 한 단계 미래 값 $\hat{x}(i+1)$ 를 산출하고 다음 단계의 미래 값 $x(i+2)$ 를 예측하기 위해 $\hat{x}(i+1)$ 를 이용하여 입력 벡터 \vec{x}_{i+1} 를 구성한 후 $\hat{x}(i+2)$ 를 출력한다. 동일한 방식으로 원하는 단계까지의 예측을 위해 예측된 값을 이용하여 입력 벡터를 구성한 후 예측을 수행한다.

· 예측 성능의 평가 기준

단 단계 및 다 단계 예측의 성능을 평가하기 위한 기준으로 정규화된 표준 자승 오차(NMSE)를 사용하였으며 식 (3.1)과 같다.

$$F_n = \frac{E[(\hat{x}_n - x_n)^2]}{E[(x_n - E[x_n])^2]} \quad (3.1)$$

식 (3.1)에서 $n=1$ 인 경우는 단 단계 예측에 대한 평가 기준이 되고, $n>1$ 인 경우는 다 단계 예측에 해당한다. F_n 은 n 단계 앞의 미래 값을 예측할 때의 NMSE를 나타낸다.

3.2 실험 결과 및 고찰

EEG 신호로서 α 파가 주도적인 뇌파(α -dominant EEG) 및 간질성 뇌파(epileptic EEG)에 대해서 단 단계 예측 및 다 단계 예측 실험을 수행하였다.

3.2.1 단 단계 예측 결과

단 단계 예측 실험을 하기 위해서 2500개의 데이터를 이용하였다. 필터 계수가 수렴하도록 먼저 1000개의 데이터를 이용하여 수렴시킨 후 1500개의 데이터에 대해 예측 성능을 평가하였다.

1) α 파가 주도적인 뇌파

단 단계 예측을 수행했을 때 필터의 출력 및 예측 오차에 대한 결과는 그림 3.4, 그림 3.5 및 표 3.1과 같다.

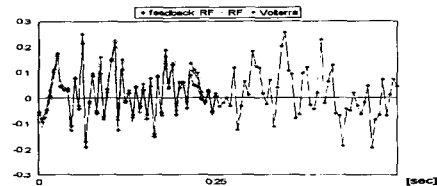


그림 3.4 α 파 뇌파 신호와 피드백 구조의 RF 필터의 예측 신호

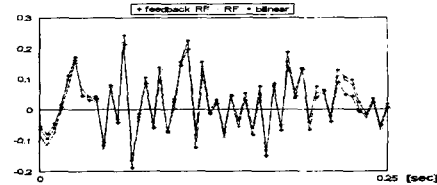


그림 3.5 α 파 뇌파 신호에 대한 예측 필터들간의 단 단계 예측 오차 비교

표 3.1 α 파가 주도적인 뇌파 신호에 대한 예측 성능의 비교

예측기	예측 성능 F_n	비고	
선형	AR	0.03148	차수 = 15
비선형	RBF	0.03278	은닉층 노드의 수 = 100 입력 차수 = 15
	Feedback RF	0.02504	$N_1 = 11, N_2 = 1, N = 9$
	RF	0.03260	$N_1 = 5, N_2 = 4$
	Volterra	0.02840	Memory = 3

피드백 구조의 적응 RF 필터를 이용한 EEG 신호 예측

ii) 간질성 뇌파

단 단계 예측을 수행했을 때 필터의 출력 및 예측 오차에 대한 결과는 그림 3.5, 그림 3.6 및 표 3.2와 같다.

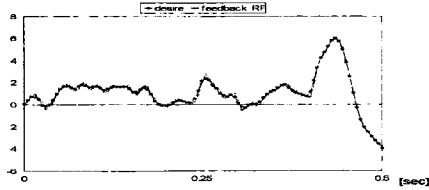


그림 3.5 간질성 뇌파 신호와 피드백 구조의 RF 필터의 예측 신호

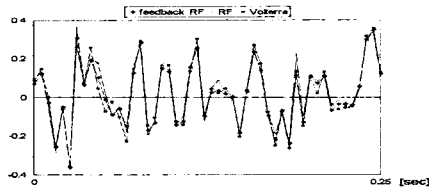


그림 3.6 간질성 뇌파 신호에 대한 예측 필터들간의 단 단계 예측 오차 비교

표 3.2 간질성 뇌파 신호에 대한 예측 성능의 비교

예측기		예측 성능 F_n	비고
선형	AR	0.01088	차수 = 10
비선형	RBF	0.00699	은닉층 노드의 수 = 100 입력 차수 = 10
	Feedback RF	0.00579	$N_1 = 10, N_2 = 1, N = 9$
	RF	0.00608	$N_1 = 9, N_2 = 1$
	Volterra	0.00612	Memory = 6

3.2.2 다 단계 예측 결과

다 단계 예측을 위한 필터로 피드백 구조의 RF 필터, RF 필터 및 Volterra 필터를 이용하여 실험을 한 후 비교하였다. 1000개의 데이터를 이용하여 필터 계수를 수렴시킨 후 1000번의 5 단계 예측을 수행하여 각 단계에 대한 예측 오차의 평균 NMSE를 구하였다.

i) α 파가 주도적인 뇌파

5 단계 앞의 값을 예측하는 실험을 수행했을 때 예측 오차에 대한 결과는 그림 3.8과 같다.

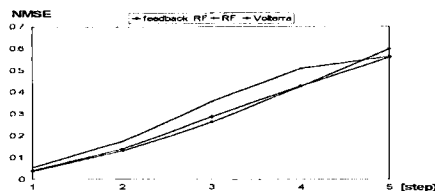


그림 3.8 α 파 뇌파 신호에 대한 예측 필터들간의 다 단계 예측 오차들의 비교

ii) 간질성 뇌파

5 단계 앞의 값을 예측하는 실험을 수행했을 때 예측 오차에

대한 결과는 그림 3.9와 같다.

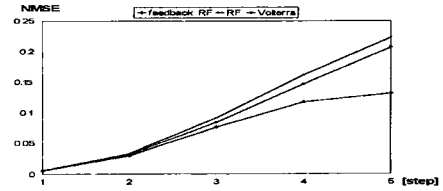


그림 3.9 간질성 뇌파 신호에 대한 예측 필터들간의 5 단계 예측 오차들의 비교

IV. 결론

본 논문에서는 생체 신호인 EEG 신호를 비롯해서 비선형 신호의 예측을 하기 위해서 회귀적인 변형 Gram-Schmidt 알고리즘에 기초한 피드백 구조의 적응 RF 필터를 제안하였다.

실험 결과, 제안된 필터의 예측 성능이 단 단계 예측 및 다 단계 예측에서 RF 필터를 비롯한 다른 필터들에 비해 우수함을 알 수 있었다. 이것은 입력만의 관계식으로부터 미래 값을 산출하는 다른 필터들에 비해 제안된 필터는 입력뿐만 아니라 또 다른 정보인 과거의 출력을 피드백 시킴으로써 미래 값을 예측하는 데 있어서 더 좋은 성능이 나타나는 것으로 생각된다. 그러나 필터 계수의 수가 더 많이 요구되어 계산 시간이 오래 걸리는 단점을 보이기도 하였다.

제안된 필터는 데이터의 저장 및 전송시 압축을 위한 비선형 예측 부호화 시스템의 예측기로 사용될 수 있으며 또한 추가 예측 및 전력 수요 예측과 같은 비선형 신호 예측에도 이용될 수 있을 것이라 생각된다.

V. 참고문헌

- [1] V. J. Mathews, "Adaptive Polynomial Filters", IEEE Signal Processing Magazine, pp. 10~26, 1991.
- [2] I. Pitas & A. N. Venetsanopoulos, Nonlinear Digital Filters, Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [3] S. Haykin & L. Li, "Nonlinear Adaptive Prediction of Nonstationary Signals", IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 43, No. 2, pp. 526~535, 1995.
- [4] K. J. Blinowska & M. Malinowski, "Nonlinear and Linear Forecasting of the EEG Time Series", Biol. Cybern. Vol. 66, pp. 159~165, 1991.
- [5] H. Leung & S. Haykin, "Detection and Estimation Using an Adaptive Rational Function Filter", IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 42, No. 12, pp. 3366~3376, 1994.
- [6] N. S. Jayant & P. Noll, Digital Coding of Waveforms, Prentice Hall, 1984.
- [7] F. Ling & D. Manolakis & J. G. Proakis, "A Recursive Modified Gram-Schmidt Algorithm for Least Square Estimation", IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 34, No. 4, pp. 829~836, 1986.
- [8] C. Lesiak & A. J. Krener, "The Existence and Uniqueness of Volterra Series for Nonlinear Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 23, No. 6, pp. 1090~1095, 1978.
- [9] P. D. Wasserman, Advanced Methods in Neural Computing, Van Nostrand Reinhold, 1993.
- [10] S. M. Kay, Modern Spectral Estimation, Prentice Hall, 1988
- [11] T. Harmony, Functional Neuroscience III, LEA, 1984