

Bispectrum을 이용한 EP 신호 복원에서의 Wiener process 응용

박 정일, 안 창범
광운대학교 전기공학과

Estimation of the Evoked Potential using Bispectrum with Confidence Thresholding

J. I. Park and C. B. Ahn
Department of Electrical Engineering, Kwangwoon University

Abstract

Signal averaging technique to improve signal-to-noise ratio has widely been used in various fields, especially in electrophysiology. Estimation of the EP(evoked potential) signal using the conventional averaging method fails to correctly reconstruct the original signal under EEG(electroencephalogram) noise especially when the latency times of the evoked potential are not identical. Therefore, a technique based on the bispectrum averaging was proposed for recovering signal waveform from a set of noisy signals with variable signal delay. In this paper an improved bispectrum estimation technique of the EP signal is proposed using a confidence thresholding of the EP signal in frequency domain in which energy distribution of the EP signal is usually not uniform. The suggested technique is coupled with the conventional bispectrum estimation technique such as least square method and recursive method. Some results with simulated data and real EP signal are shown.

1. 서론

일반적으로 뇌파신호는 자연적으로 발생하는 EEG와 외부 자극에 의하여 발생되는 EP의 두가지로 나눌 수 있다. 유발전위 신호는 spectrum이 EEG 신호와 유사하며, 또한 동일한 자극에 대해서도 서로다른 latency time을 가지기 때문에 신호의 검출에 어려움이 많다. 기존의 일반적인 방법에서는 EP신호는 deterministic 하고 EEG 신호는 random 하다고 가정하여 단순히 평균을 취해서 EP 신호를 복원하기 때문에 정확한 복구가 어려웠다. 따라서, 이런 latency time에 영향받지 않는 bispectrum 방법을 이용한 원신호의 복구가 제안되었다. 본 논문에서는 기존의 bispectrum 방법을 응용하여 보다 나은 신호의 복구를 실험하였다. 대부분의 EP 신호는 저주파 대역에 집중되어 있고 고주파대

역의 성분은 분포가 매우 적음을 이용하여 confidence thresholding을 적용하여 잡음에 약한 고주파대역의 신호를 무시하고 상대적으로 잡음에 강한 저주파 대역만으로 신호의 복원을 함으로써 잡음에 의한 손실을 줄일수가 있었다.

2. Bispectrum

시간영역에서 실수값을 갖는 입력신호를 $p(t)$ 라할 때 이신호의 triple correlation은 아래와 같이 주어진다.

$$k(a, b) = \int p(t)p(t+a)p(t+b)dt \quad (1)$$

Bispectrum 은 이 triple-correlation의 Fourier transform 이라고 할 수 있다. 즉,

$$T(u, v) = \iint k(a, b) \exp[-j2\pi(ua+vb)]dadb \quad (2)$$

윗식은 또한 식 (3)의 형태로 나타낼수 있는데,

$$T(u, v) = P(u)P(v)P(-u-v) \quad (3)$$

여기에서 $P(u)$ 는 $p(t)$ 의 Fourier transform 이다.

$$P(u) = \int p(t) \exp(-j2\pi ut) dt$$

(3)식과 같이 표시된 bispectrum 은 신호의 시간적인 이동에 대해 불변하는 특징을 갖는다. 즉, τ 만큼 shift된 신호에 대하여 bispectrum은

$$\begin{aligned} T_r(u, v) &= P_r(u)P_r(v)P_r(-u-v) \\ &= P(u)P(v)P(-u-v)e^{-j2\pi u\tau}e^{-j2\pi v\tau}e^{-j2\pi(-u-v)\tau} \\ &= P(u)P(v)P(-u-v) \\ &= T(u, v) \end{aligned} \quad (4)$$

따라서, bispectrum 은 시간영역에서의 shift에 영향을 받지 않는 것을 알수있다.

식(4)에서 보았듯이 bispectrum 은 신호의 linear phase 에 대한 정보는 잃어버리지만 신호의 주파수 영역에서의 amplitude와 phase 에 대한 정보는 가지고 있게 된다.

3. Bispectrum신호로부터 원신호의 복원

Bispectrum으로부터 원신호의 복원 방법에는 몇가지 기준에 제안된 방법이 있다. 본 논문에서는 recursive한 방법과 least square 방법을 이용하여 신호를 복구하였으며, 이 복구과정에서 신뢰도구간을 적용시켜 보았다.

3-1 Recursive method.

Bispectrum에서의 amplitude $a(u, v)$ 는 식(3)에 의해

$$a(u, v) = A(u)A(v)A(-u-v)$$

라 할수있고, 이를 불연속적으로 나타내면,

$$a_{i,j} = A_i A_j A_{i+j} \quad (5)$$

$$(i=1, 2, \dots, N, 1 \leq j \leq i, i+j \leq N)$$

여기에서 $A(u)$ 는 $P(u)$ 의 amplitude를 나타낸다. 따라서, 이를 연속적인 관계식으로 나타내면

$$\begin{aligned} A_2 &= a_{1,1} / (A_1 A_1), & \text{for } i=1, j=1 \\ A_3 &= a_{2,1} / (A_2 A_1), & \text{for } i=2, j=1 \\ A_4 &= a_{2,2} / (A_2 A_2), & \text{for } i=2, j=2 \\ A_4 &= a_{3,1} / (A_3 A_1), & \text{for } i=3, j=1 \\ &\vdots \\ A_N &= a_{N-1,1} / (A_{N-1} A_1), & \text{for } i=N-1, j=1 \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서 A_0 와 A_1 은 미리 정의된 식에 의해서 구해야된다. phase도 이와 유사하게 나타낼수 있는데, 식(3)에서 bispectrum 의 phase를 $\beta(u, v)$ 라 하면

$$\beta(u, v) = \phi(u) + \phi(v) - \phi(-u-v)$$

라 할수있고, 이를 불연속적으로 나타내면,

$$\beta_{i,j} = \phi_i + \phi_j - \phi_{i+j} \quad (7)$$

$$(i=1, 2, \dots, N, 1 \leq j \leq i, i+j \leq N)$$

여기에서 $\phi(u)$ 는 $P(u)$ 의 phase를 나타낸다. 따라서, 이를 연속적인 관계식으로 나타내면

$$\begin{aligned} \phi_2 &= \phi_1 + \phi_1 - \beta_{1,1}, & \text{for } i=1, j=1 \\ \phi_3 &= \phi_2 + \phi_1 - \beta_{2,1}, & \text{for } i=2, j=1 \\ \phi_4 &= \phi_2 + \phi_2 - \beta_{2,2}, & \text{for } i=2, j=2 \\ \phi_4 &= \phi_3 + \phi_1 - \beta_{3,1}, & \text{for } i=3, j=1 \\ &\vdots \\ \phi_N &= \phi_{N-1} + \phi_1 - \beta_{N-1,1} & \text{for } i=N-1, j=1 \end{aligned} \quad (8)$$

amplitude와 마찬가지로 ϕ_0 는 0, ϕ_1 은 임의의 값을 정해줘야한다.

3-2. Least square method

Recursive method와 달리 least square 방법에서는 식(5)의 식(7)로부터 system 방정식을 유도하고 이를 matrix의 형태로 변환해서 그 해를 찾는다.

우선 amplitude를 보면, 식(5)의 양변에 log를 취하고

$$\log a_{i,j} = \log A_i + \log A_j + \log A_{i+j}$$

윗식을 이용해 다음과 같은 matrix 형태를 갖는 system 방정식을 얻는다.

$$Ax = b \quad (9)$$

여기서 x 는 복구하고자 하는 fourier 영역의 amplitude 값이고

$$x = (\log A_1, \log A_2, \dots, \log A_N)^T$$

T는 transpose operation, b 는 bispectrum영역의 amplitude 이다.

$$b = (\log a_{1,1}, \log a_{1,2}, \dots, \log a_{1,N-1}, \dots, \log a_{N/2, N/2})^T$$

N 이 짝수일 때 b matrix는 총 $N^2/4$ 개의 항을 갖는다.

또한 A matrix 는

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

으로 구성할수 있고, $N^2/4$ 개의 행과 N 개의 열을 갖는다.

여기서, 구하고자 하는 fourier amplitude x 는 식(9)로부터

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (11)$$

에 의해서 구할수 있다.

phase에서도 이와 유사하게 식(7)에서 다음과 같은 system 방정식을 얻는다.

$$B\phi = \beta \quad (12)$$

여기서, 복구하고자 하는 fourier 영역의 phase ϕ 는

$$\phi = (\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_N)$$

bispectrum 영역의 phase β 는 다음과 같다.

$$\beta = (\beta_{1,1}, \beta_{1,2}, \dots, \beta_{1,N-1}, \beta_{2,2}, \dots, \beta_{N/2, N/2})^T$$

또한 matrix B 는 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 1 & -1 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

B matrix도 마찬가지로 $N^2/4$ 개의 행과 N 개의 열을 갖는다. 구하고자 하는 Fourier phase는 식(12)로부터 다음의 식으로 구할수 있다.

$$\phi = (B^T B)^{-1} B^T \beta \quad (14)$$

4. 대칭적인 bispectrum 영역과 그 변형

식(3)의 bispectrum 정의로부터 아래의 symmetry 관계를 얻을수 있다.

$$\begin{aligned} T(u, v) &= T(v, u) \\ T(u, v) &= T(-u-v, v) \\ T(u, v) &= T^*(-u, -v) \end{aligned} \quad (15)$$

식(15)의 symmetrical 한 관계에서 bispectrum의 u-v plane을 도시해보면 그림 1(a)와 같은 형태를 나타낸다. 결과적으로 원신호의 복구는 그림 1(a)에서 빗금친 삼각형 영역으로만 할 수 있게된다. 기존의 방법은 빗금친 삼각형영역의 전부를 원신호의 복구에 이용하였으나, EP신호의 spectrum 특성상 일정한 주파수영역을 벗어난 고주파대역에서는 그값이 매우 작고, 상대적으로 신호대 잡음비가 낮기 때문에 단순한 least square method나 averaging을 이용한 recursive method로는 신호복원에 어려움이 많다. 따라서 신호대 잡음비를 고려한 신뢰도 구간을 추정하여 신호대 잡음비가 threshold(T) 이상인 구역만을 이용하여 EP신호 추정을 하였다. 변형된 u-v plane을 그림 1(b)에 나타내었다.

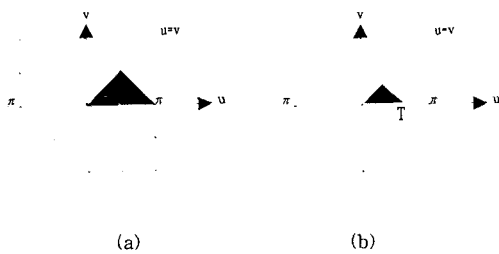


그림 1. bispectrum u-v plane
(a)bispectrum의 대칭적 특성. (b) 제안된 bispectrum 복원 영역.

본 논문에서 제안한 그림 1(b)의 변형된 u-v plane을 이용해서, 주파수영역간의 상호 연관성을 고려한 실험을 하였다. 실험은 적절한 threshold T 값을 정해서 주파수대역을 분리한후 각각의 주파수영역에 0과 1값을 대입하여 least square 복원방법으로 재구성하였다. 재구성된 값은 그림 2와 같다. (a)는 저주파수 영역에, (b)는 고주파수 영역에 1값을 대입한후의 재구성된 값으로, 각각의 주파수영역이 서로 다른 주파수영역에도 미치는 것을 알 수 있다. 따라서 잡음이 섞인 신호에서 원신호를 복구할 경우

고주파대역은 상대적으로 신호대 잡음비가 낮기 때문에 EP신호 복원에 기여하기 보다는 나쁜 영향을 미치게 된다. 따라서 본 논문에서는 제안한 방법을 이용하여 잡음에 의한 손실을 줄일 수가 있었다.

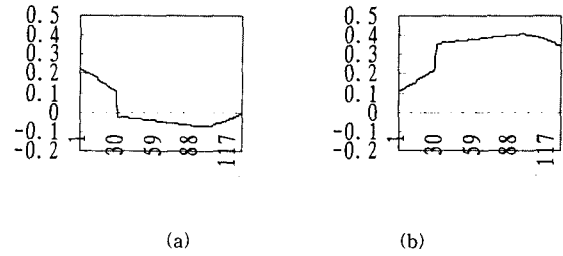


그림 2. 주파수영역별 상호 연관도 분석

- (a) 저주파영역이 전체주파수 영역에 미치는 영향.(Threshold=30)
- (b) 고주파영역이 전체주파수 영역에 미치는 영향.

5. 실험 결과

본 논문에서는 일반 적인 EP신호와 비슷한 성질을 가지는 모의 데이터를 통해서 제안한 방법을 증명해보았다. 입력 데이터신호는 아래와 같이 가정하였다.

$$p(n) = \begin{cases} \exp(-\frac{n}{15})\sin(\frac{n}{5}), & 31 \leq n \leq 186 \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (16)$$

입력 신호를 256 sampling하여 서로 다른 latency time을 갖는 32개의 연속적인 신호를 발생시켜 주파수영역에서 averaging 하였다. 그림 3은 순수한 입력신호의 시간과 주파수 영역에서의 파형을 보여주고 있다. (a)는 32개의 latency time을 갖는 입력신호를 보이고 있으며, (b)는 이 입력신호를 푸리에 변환한후의 amplitude를 나타낸다. 그리고 (c) (d) (e)는 세가지 다른 방법으로 복원된 신호를 비교하였다. 그림에서 보듯이 기존의 ensemble averaging방법으로는 원신호의 정확한 복원을 하지 못하고 있음을 알 수 있다.

또한 이 입력신호에 다양한 잡음신호를 섞어서 실험해보았다. 우선 평균이 0이고 peak 치가 원신호의 30% 정도되는 random noise를 256 sampling 한후 시간영역에서 원신호에 더하였다. 실험방법은 기존의 복원 방법과 같이 bispectrum u-v plane 상의 전체영역[그림 1(a)]을 가지고 복원해 보았고, 이와 달리 그림 1(b)에 제시한 것처럼 전체 bispectrum 영역에서 적절한 주파수대역을 설정하여 복원되는 신호의 수를 조정하여 실험하였다. 따라서 복원되지 않는 신호는 amplitude 나 phase 모두에서 임의로 0값을 넣어 주었다. 그림 4와 그림 5에서 기존의 복원 방법과 제안된 복구방법과의 결과를 비교해보았다. 그림에서 보듯이 bispectrum영역의 저주파 대역만으로 원신호를 복구 했음에도 불구하고 제안된 방법이 더 원신호에 가까운 결과를 가져왔음을

알 수 있다. 따라서 원신호의 대부분의 중요한 값들은 낮은 주파수 영역에 있으며 고주파 대역의 값들은 무시해도 원신호의 복구에 큰지장을 초래하지 않는다는 것을 증명한다.

6. 결론

일반적인 뇌파 신호에서 흔히 발생하는 latency time에 영향 받지 않는 bispectrum 신호 복원방법에 대한 실험을 해보았다. 본 논문에서는 기존의 bispectrum복구 방법을 응용하여 좀더 향상된 신호의 복구를 실험하였다. 즉, 입력 뇌파 신호의 주파수 특성과 bispectrum 영역에서의 주파수 특성을 이용 여기에 wiener process를 응용해서 confidence thresholding을 적용하였다. 즉 주파수 대역에 따라 서로 다른 신뢰도를 주어서 원신호의 복구를 하였으며, 특히 본 논문의 실험에서는 입력신호의 고주파 대역이 저주파대역에 비해 월등히 작기 때문에 고주파 대역의 신호는 완전히 무시하는 방법을 적용해 보았다. 실험결과 제안한 방법이 기존의 방법에 비해 더 나은 결과를 보여줌을 확인 하였다.

7. 참고문헌

[1] M. Nakamura, "Waveform estimation from noisy signals with variable signal delay using bispectrum averaging," IEEE Trans. Biomed. Eng. Vol 40, pp.118 - 127, 1993.

[2] C. L. Niekias and M.R. Raghuveer, "Bispectrum estimation: A digital signal processing frame work," Proc. IEEE, Vol. 75, pp. 865 - 891, 1987.

[3] H. Bartelt and A.W. Lohmann, and B. Wirmitzer "Phase and amplitude recovery from bispectra," Appl. Optics, Vol 23, pp. 869 - 891, 1984.

[4] T. matsuoaka and T. J. Ulrych, "Phase estimation using the bispectrum," Proc. IEEE, Vol 70, pp. 205 - 213, 1984.

[5] 한상우, 안창범, "Bispectrum 및 Correlation을 이용한 뇌유발 전위검출," 대한의용생체공학회 추계학술대회 논문집, 제16권 제2호, pp. 113 - 115, 1994.

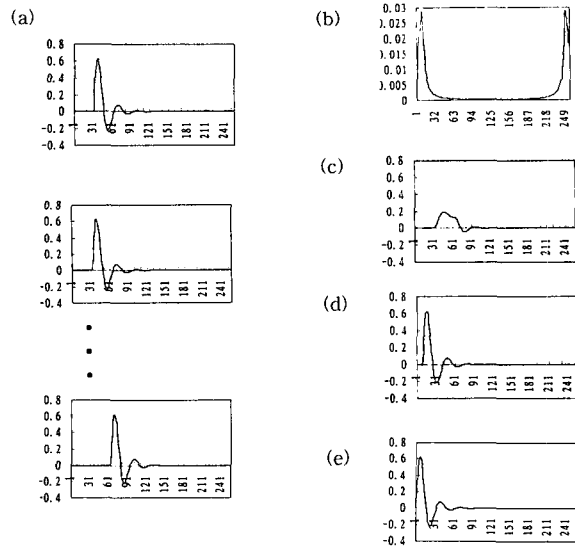


그림 3. 입력신호와 기존의 방법으로 복원된 신호
 (a) 입력신호 p(n). (b) 입력신호의 fourier amplitude.
 (c) ensemble averaging. (d) recursive 방법으로 복원된 신호
 (e) least square 방법으로 복원된 신호

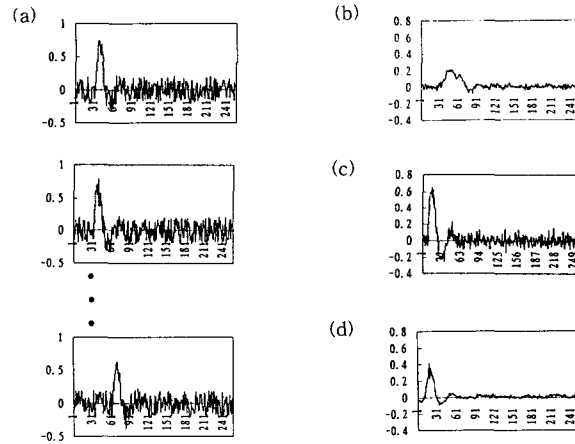


그림 4. 잡음섞인 신호와 기존의 방법으로 복원한 신호
 (a) 잡음섞인 입력신호. (b) ensemble averaging. (c) recursive 방법으로 복원된 신호. (d) least square 방법으로 복원된 신호

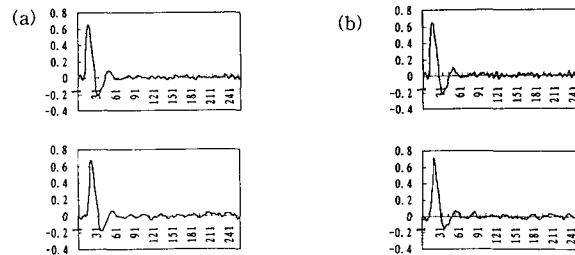


그림 5. 제안된 방법으로 복원된 신호(위 recursive,아래 least square)
 (a)confidence thresholding (T=30) (b)confidence thresholding (T=40)