

통합형 점소성 구성방정식을 적용한 유한요소해석에 관한 연구

김종범, 이형연, 유봉
한국원자력연구소

곽대영, 임용택
한국과학기술원

요 약

고온구조물은 고온에서의 운전상태에 따라 복잡한 하중이력을 경험하게 됨으로써 상온에서 발생하는 손상 기구와는 달리 온도 의존성을 가질 뿐만 아니라, 상온에서 볼 수 없는 크립-피로의 상호작용에 의한 손상현상이 나타나게 된다. 따라서 고온 구조물의 건전성 평가를 위한 비탄성 해석을 신뢰성 있게 수행하기 위해서는 구조물의 비선형 거동을 비교적 정확히 예측할 수 있는 통합 구성방정식의 개발 및 적용과 온도에 따른 재료의 물성치 확보가 필수적이다. 본 연구에서는 통합 점소성 모델인 수정된 Chaboche 모델에 대해서 내연적 시간 적분법을 적용하여 ABAQUS의 UMAT으로 구현하였고, 개발된 프로그램을 이용하여 INCONEL 718을 사용한 단순 인장해석, 반복 소성 특성해석 및 크립 해석을 수행하여 프로그램의 신뢰성을 평가하였다. 또한 원공이 있는 평판에 대한 예제해석을 수행함으로써 개발된 프로그램이 고온구조물의 건전성 평가를 위한 비탄성 해석에 적절하게 적용될 수 있음을 확인하였다.

1. 서 론

발전소의 터빈 로터나 보일러, 항공기의 가스터빈, 노즐 및 액체금속로 기기 및 부품과 같은 고온구조물들은 고온에서의 운전상태에 따라 복잡한 하중이력을 경험한다. 그러나 대부분의 공학적 금속재료들은 고온에서 입계강도의 변화, 변형시효 및 석출물 등으로 인하여 금속학적으로 불안정해질 뿐만 아니라 크립변형으로 재료 내부에 캐비티가 발생하게 되어 상온에서 보다 수명이 현저하게 감소한다. 특히 고온구조물에서는 상온에서 발생할 수 있는 손상기구가 온도 의존성을 가지면서 복잡한 손상양상을 보일 뿐만 아니라, 상온에서 볼 수 없는 크립-피로의 상호작용에 의한 손상현상이 나타나게 된다. 따라서 고온구조물의 건전성 평가를 위한 비탄성 해석을 신뢰성 있게 수행하기 위해서는 구조물의 비선형거동을 비교적 정확히 예측할 수 있는 구성방정식(constitutive equation)의 개발과 온도에 따른 재료의 정확한 물성치 확보가 이루어져야 한다.

고온에서의 재료 거동을 예측하기 위한 모델로는 분리형 모델(seperated type model)과 통합 점소성 모델(unified viscoplastic model)로 구분되어진다. 분리형 모델은 소성변형과 크립변형을 분리해서 취급할 수 있다는 고전적인 가정에 바탕을 둔 것으로, 소성변형과 크립변형에 대한 구성방정식을 별도로 갖는 모델로서 304SS와 316SS에 대한 ORNL 모델[1]이 여기에 해당된다. 이와는 달리 통합 점소성 모델은 소성변형과 크립변형을 물리적으로 동일한 발생기구에 의해서 생겨나는 비탄성변형으로 가정하고서 하중상태와 내부변수(internal variable)들의 동적 특성 및 내부이력에 의한 변화를 시간 적분법에 의하여 계산하는 모델이다. 이러한 통합 점소성 모델은 최근까지도 많은 연구자들에 의하여 개발되고 있는데, 현재까지 개발된 모델들은 대개 항복조건을 유무에 의하여 크게 두가지로 분류될 수 있다. 먼저 Hohenemser와 Prager[2], Perzyna[3], Chaboche[4], Robinson[5] 등에 의해서 개발된 모델들은 항복조건을 갖는 통합 점소성 모델로서 일정한 응력 상태하에서만 비탄성 변형이 생겨나는 것으로 가정한 모델이다. 반면에 Bodner와 Partom[6], Miller[7], Krieg[8], Walker[9] 등에 의해서 개발된 모델들은 항복조건을 갖지 않는 모델로서 낮은 응력상태하에서도 비탄성변형을 가질 수 있게 구성되어져 있다. 이러한 통합 점소성 모델의 경우에는 하중이력에 따른 내부변수들의 동적 특성 및 내부이력을 계산해야 하므로 분리형 모델에 비하여 계산량이 많아 경제적이지 못하고, 또한 유한요소해석에 적용하기에 어려움이 있지만, 실제 재료의 거동에 대한 비교적 정확한 예측이 가능하다.

본 연구에서는 통합 점소성 모델중의 하나인 수정된 Chaboche 모델에 대하여 내연적 시간 적분법(implicit

time integration method)을 적용하여 상용 유한요소해석 프로그램 ABAQUS의 사용자 부프로그램인 UMAT으로 구현하였고, 개발된 프로그램을 이용하여 INCONEL 718을 재료로 한 단축 인장해석, 반복 소성 특성해석, 크립해석을 수행하여 이를 수치해석적 방법으로 구한 엄밀해와 비교함으로써 프로그램의 신뢰성을 평가하였다. 또한 원공이 있는 평판에 대하여 여러가지 해석을 수행함으로써 개발된 프로그램이 고온구조물의 건전성 평가를 위한 비탄성 해석에 적절하게 사용될 수 있는지를 검토하였다.

2. 본 론

2-1. 수정된 Chaboche 모델의 통합 구성 방정식

수정된 Chaboche 통합 점소성 모델에 대한 구성 방정식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\text{전체 변형률 속도식 : } \dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (1)$$

$$\text{탄성변형률 속도식 : } \dot{\sigma}_{ij}^e = E_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}^e + T \frac{\partial E_{ijkl}}{\partial T} \epsilon_{ij}^e \quad (2)$$

$$\text{유동응력식 : } \dot{\epsilon}_{ij}^p = f(J_2(\Sigma_{kl}), \alpha, T) \Sigma_{ij}' \quad (3)$$

$$f = \frac{3}{2} \left(\frac{\bar{\Sigma} - \alpha}{K} \right)^n \frac{1}{\bar{\Sigma}} \quad (4)$$

$$\Sigma_{ij}' = \sigma_{ij}' - \alpha_{ij}', \quad \bar{\Sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \Sigma_{ij}' \Sigma_{ij}'} \quad (5)$$

위의 (1)식에서 전체 변형률 속도식은 탄성($\dot{\epsilon}_{ij}^e$)과 비탄성 변형률 속도($\dot{\epsilon}_{ij}^p$)의 합으로 표시되었으며 탄성내부변수의 동특성식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\dot{\alpha}_{ij}' = h(\sigma_{kl}', \alpha_{kl}', \alpha, \epsilon_{kl}, \bar{\epsilon}^p, T) \dot{\epsilon}_{ij}^p - r(\sigma_{kl}', \alpha_{kl}', \alpha, \epsilon_{kl}, \bar{\epsilon}^p, T) \alpha_{ij}' \quad (6)$$

$$h = \frac{2}{3} ca \quad (7)$$

$$r = c \sqrt{\frac{3}{2}} \dot{\eta} + \gamma \bar{a}^{m-1} \quad (8)$$

$$\eta = \int (d\epsilon_{ij}^p d\epsilon_{ij}^p)^{1/2}, \quad \bar{a} = \sqrt{\frac{3}{2} \alpha_{ij}' \alpha_{ij}'} \quad (9)$$

$$\dot{\alpha} = \Gamma(\eta, T) \dot{\eta} + \Theta(\eta, T) \dot{T} \quad (10)$$

$$\Gamma = \sqrt{\frac{3}{2}} b(q - \alpha) \quad (11)$$

$$\Theta = 0 \quad (12)$$

여기에서 T는 온도, α_{ij}' 와 α 는 내부변수인 편차 이동경화 응력텐서(deviatoric back stress tensor)와 등방경화응력(drag stress)을 각각 나타낸다. 편차 이동경화 응력텐서에서의 h와 r은 각각 재료의 경화능력(hardenability)과 정적, 동적 복원능력(recoverability)을 나타내는 함수이다. 또한 E_{ijkl} 는 탄성텐서(elasticity tensor), K, n, c, a, γ , m, b, q 등은 온도에 따른 재료의 상수값들을 나타낸다.

2-2. 내연적 시간 적분법에 의한 구성방정식의 수식화

재료의 구성방정식을 ABAQUS의 UMAT으로 구현하기 위해서는 다음의 (13)식과 같이 정의되는 평형방정

식에서의 접선강성텐서(tangent moduli tensor)를 구해야 한다.

$${}^{(i)}D_{ijkl}^{(t+\Delta t)} = \frac{\partial {}^{(i)}\sigma_{ij}^{(t+\Delta t)}}{\partial {}^{(i)}\varepsilon_{kl}^{(t+\Delta t)}} \quad (13)$$

식 (13)의 접선강성텐서를 구하기 위하여 식 (1), (2), (3), (6) 및 (10)을 조합한 후, GMR(Generalized Mid-point Rule) 시간 적분법을 사용하여 구성방정식을 수식화하고 이를 수치적으로 계산하기 위해서 Projection Method를 사용하였다[10]. 이러한 과정에 따라 수식화된 최종식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$D_{ijkl} = \lambda^{(t+\Delta t)}\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu^{(t+\Delta t)}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - 4(\mu^{(t+\Delta t)})^2[Z_{ijkl}^{(t+\theta\Delta t)}]^{-1}[L_{ikmn}^{(t+\theta\Delta t)} + \theta G^{(t+\theta\Delta t)}N_{kl}^{(t+\theta\Delta t)}\Delta\varepsilon_{mn}^p] \quad (14)$$

$$Z_{ijkl}^{(t+\theta\Delta t)} = \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + 2\mu^{(t+\theta\Delta t)}L_{ijkl}^{(t+\theta\Delta t)} + h^{(t+\theta\Delta t)}L_{ijkl}^{(t+\theta\Delta t)}[P_{ikm}^{(t+\theta\Delta t)}]^{-1} - G^{(t+\theta\Delta t)}N_{ij}^{(t+\theta\Delta t)}(\sigma_{kl}^{(t+\theta\Delta t)} - 2\mu^{(t+\theta\Delta t)}\theta\Delta\varepsilon_{kl}^p) \quad (15)$$

여기에서

$$L_{ijkl}^{(t+\theta\Delta t)} = \theta\Delta t \left[\frac{\partial f^{(t+\theta\Delta t)}}{\partial J_2(\Sigma)} \Sigma_{ij}^{(t+\theta\Delta t)} \Sigma_{ij}^{(t+\theta\Delta t)} + f^{(t+\theta\Delta t)} \left(\frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl} \right) \right] \quad (16)$$

$$N_{ij}^{(t+\theta\Delta t)} = \theta\Delta t \frac{\partial f^{(t+\theta\Delta t)}}{\partial K} \Sigma_{ij}^{(t+\theta\Delta t)} \quad (17)$$

$$P_{ijkl}^{(t+\theta\Delta t)} = \frac{1}{2}(1 + \theta\Delta t r^{(t+\theta\Delta t)})(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \theta \frac{\partial h^{(t+\theta\Delta t)}}{\partial J_2(\alpha)} \Delta\varepsilon_{ij}^p \alpha_{kl}^{(t+\theta\Delta t)} + \theta\Delta t \frac{\partial r^{(t+\theta\Delta t)}}{\partial J_2(\alpha)} \alpha_{ij}\alpha_{kl} \quad (18)$$

$$G^{(t+\theta\Delta t)} = \Gamma^{(t+\theta\Delta t)} + \left(\frac{\partial \Gamma^{(t+\theta\Delta t)}}{\partial \eta} \Delta\eta + \frac{\partial \theta^{(t+\theta\Delta t)}}{\partial \eta} \Delta\Gamma \right) \quad (19)$$

2-3. 신뢰성 평가

앞절에서 기술한 이론적 배경을 바탕으로 수정된 Chaboche 통합 점소성 모델을 내연적 시간 적분법에 의해서 ABAQUS의 UMAT으로 구현하였다. 이와 같은 방법으로 개발된 프로그램을 검증하기 위하여 INCONEL 718을 재료로 하여 단순 인장해석과 반복 소성 특성해석을 1차원 요소와 2차원 요소에 대하여 수행하고, 이를 1차원 문제로 단순화하여 수치적으로 구한 엄밀해와 비교하였다. 또한 크립해석을 수행하여 유지응력(hold stress)에 따른 1차크립 및 2차크립의 거동양상을 알아보았다. 해석에 사용된 INCONEL718의 재료 상수는 593 °C에 대한 값이며, 이를 표 1에 나타내었다[11].

2-3-1. 단순 인장해석

단순 인장하중에 대하여 1차원 요소와 2차원 요소를 사용한 유한요소해석을 수행하고, 이를 수치해석적 방법으로 구한 엄밀해 및 실험치와 비교한 결과를 응력-변형률선도로 그림 1에 나타내었다. 그림 1에서 나타난 바와 같이 1차원 요소를 사용하여 해석을 수행한 결과에서는 응력값이 엄밀해와 1% 미만의 차이를 나타내었고, 2차원 요소를 사용한 경우에는 엄밀해에 비하여 1% 변형률에서의 응력값이 15% 정도 높게 예측되었다. 이러한 결과는 수치적으로 구한 엄밀해가 1차원 문제로 단순화하여 얻어진 것이므로 1차원 요소를 사용하여 유한요소해석을 수행하는 경우와는 비교적 일치되는 결과를 나타내지만, 2차원 요소에서 나타나는 포아송비의 영향 및 비탄성 영역에서의 비압축성영향을 나타낼 수가 없기 때문이다. 마찬가지로 3차원 실험에서

의 응력값이 1차원 및 2차원 해석의 결과보다 큰 것은 1차원 및 2차원에서는 다른 차원의 포아송 영향이 무시되고 또한 1차원에서는 비압축성 영향을 무시하였기 때문이다.

2-3-2. 반복 소성 특성 해석

단순 인장해석과 같은 방법으로 1차원 요소 및 2차원 요소에 대한 유한요소해석 결과와 1차원에서 수치적으로 구한 엄밀해 및 3차원에서 수행된 실험치를 비교하였다. 그림 2는 10번의 반복 하중에 대한 재료의 응력-변형률 이력 곡선을 나타낸 것으로 INCONEL 718의 반복 연화 (cyclic softening) 특성이 잘 나타남을 알 수 있다. 또한 그림 3에서는 반복횟수에 따른 0.8% 변형률에서의 응력값을 나타내었는데, 이 해석에서도 1차원 요소를 사용한 경우와 수치적 엄밀해가 비교적 일치하는 결과를 얻을 수 있었다. 또한 단순 인장해석의 경우와 마찬가지로 1차원 해석과 2차원 해석 및 3차원 실험치를 비교하면 포아송 효과와 비압축성 영향을 파악할 수 있다.

2-3-3. 크립 해석

크립해석은 2차원 요소를 사용하여 유한요소해석을 수행하였다. 그림 4에서는 여러가지 유지응력값에 따른 크립해석 결과를 나타내었는데, 그림 4에서 나타난 바와 같이 유지응력값이 증가함에 따라서 2차크립의 변형률 속도가 점차적으로 증가하는 것을 알 수 있고, 또한 사용된 구성식이 1차크립, 2차크립 및 3차크립까지도 잘 묘사할 수 있음을 알 수 있다.

2-4. 원공을 가진 평판에 대한 예제 해석

본 연구에서 개발된 프로그램의 실제 고온 구조물 비탄성해석에 대한 적용성을 알아보기 위하여 다음과 같은 원형 구멍을 가진 판에 대하여 단순 인장해석, 반복 소성경화 해석 및 크립해석을 수행하였다. 그림 5에서는 해석된 모델의 기하학적인 형상을 나타내었고, 그림 6에서 각 해석에 대한 하중 조건을 나타내었다. 해석은 모델의 기하학적인 대칭성을 고려하여 전체의 1/4에 대해서만 수행되었고, INCONEL 718을 재료로 사용하였다.

2-4-1 크립 해석

크립해석은 그림 6(a)와 같이 300 MPa의 유지응력값에 대하여 수행되었다. 그림 7에서는 단면 A-B의 각 위치에서 시간에 따른 변형률을 나타낸 것으로 A점 부근에서 가장 큰 변형률을 가짐을 알 수 있다. 이러한 결과는 내부 구멍에 의하여 생긴 응력 집중으로 A점 부근의 유지응력값이 가장 크게 나타나기 때문이다. 그림 8은 $t=1 \text{ sec}$ 와 $t=10 \text{ sec}$ 에서 단면 A-B의 응력분포를 나타낸 것으로 $t=1 \text{ sec}$ 에서의 응력분포가 크립이 발생되면서 $t=10 \text{ sec}$ 의 응력 분포와 같이 재분포됨을 나타낸다. 이러한 결과는 수정된 Chaboche 모델의 내부변수들이 외부의 하중조건 변화없이도 시간에 따라 변화하는 동적 특성을 갖기 때문에 예측된 결과이다.

2-4-2. 단순 인장 시험 해석

단순 인장해석은 그림 6(b)와 같은 하중조건에 대해서 평판의 반복에 대한 변위하중 속도비인 $\dot{\Delta l}/w$ 이 각각 0.04 min^{-1} , 0.004 min^{-1} 및 0.0004 min^{-1} 인 경우에 대하여 수행되었다. 그림 9는 해석된 결과를 나타낸 것으로 변형률 속도가 증가될수록 응력값이 커짐을 알 수 있었다.

2-4-3. 반복 하중에 의한 반복 소성 특성 해석

반복 소성 특성해석은 그림 6(c)와 같이 $\dot{\Delta l}/w$ 이 반복적으로 작용하는 하중조건에 대하여 수행되었고, 이때 $\dot{\Delta l}/w$ 는 0.004 min^{-1} 이다. 그림 10은 A점 부근에서의 응력-변형률 이력곡선을 나타낸 것으로 반복하중이 계속적으로 가해짐에 따라서 소성 연화 특성을 나타냄을 확인할 수 있었다.

본 연구에서는 수정된 Chaboche 모델을 내연적 시간 적분법을 적용하여 ABAQUS의 UMAT으로 구현하였고, 개발된 프로그램의 검증 및 원공을 가진 평판에 대한 유한요소 해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

상용 유한요소해석코드인 ABAQUS의 사용자 부프로그램(UMAT)을 개발하고 이를 이용한 단순 인장해석, 반복 소성 특성해석 및 크립 해석을 수행하여 1차원 문제로 단순화해서 수치적으로 얻은 엄밀해와 비교하여 검증한 결과가 잘 일치함을 확인할 수 있었다. 그리고 3차원에서 실험한 값과 비교하면 포아송 효과와 비압축성 영향을 파악할 수 있었다.

또한 원공을 가진 평판에 대하여 단순 인장해석, 반복 소성 특성해석 및 크립해석을 수행하여 고온구조 거동의 특성을 살펴보았다. 그 결과 평판의 AB 선상에서의 응력분포가 크립의 영향으로 시간에 따라 재분포되고, 변위하중 속도가 증가할수록 응력값이 커지며 또한 반복하중에 따른 소성 연화특성을 파악할 수 있었다.

4. 참고 문헌

- [1] Nuclear Standard NE F9-5T, "Guidelines and Procedures for Design of Class 1 Elevated Temperature Nuclear System Components," USDOE Technical Information Center, Oak Ridge, Tennessee, March 1981.
- [2] K. Hohenemser and W. Prager, "Uber die Ansätze der Mechanik Isotroper Kontinua," A. Angew. Math. Mech, Vol. 12, p. 216, 1932.
- [3] P. Perzyna, "The Constitutive Equations for Rate Sensitive Plastic Materials," Q./q. Appl. Math., Vol. 20, p. 321, 1963.
- [4] J. L. Chaboche, "Viscoplastic Constitutive Equations for the Description of Cyclic and Anisotropic Behavior of Metals," Bull. De L'Acad. Polonaise des Sci., Vol. 25, p. 33, 1977.
- [5] D. N. Robinson, "A Unified Creep-Plasticity Model for Structural Metals at High Temperatures," ORNL/TM 5969, 1978.
- [6] S. R. Bodner and Y. Partom, "Constitutive Equations for Elasto-Viscoplastic Strain Hardening Materials." J. Appl. Mech., Vol. 42, p. 235, 1975.
- [7] A. K. Miller, "An Inelastic Constitutive Model for Monotonic, Cyclic and Creep Deformation: Part 1, Equations, Development and Analytical Procedures and Part 2, Application to Type 304 Stainless Steel," J. Engng. Mater. and Tech., Vol. 98, p. 97, 1976.
- [8] R. D. Krieg, J. C. Swearingen, and R. W. Rohde, "A Physically Based Internal Variable Model for Rate Dependent Plasticity," Proc. ASME/ASCE PVP conf., Vol. 15, 1978.
- [9] K. P. Walker, "Research and Development Program for Nonlinear Structural Modeling with Advanced Time-Temperature Dependent Constitutive Relationships," Rep. N82-1608, CR-165533, NASA Lewis Res. Center, NAS 3-3055, 1981.
- [10] K. Honberger and H. Stamm, "An Implicit Integration Algorithm with A Projection Method for Viscoplastic Constitutive Equations," Int. J. for Numerical Methods in Engng., Vol. 28, p. 2397, 1989.
- [11] M. S. Abdel-Kader, N. N. El-Hefnawy, and A. M. Eleiche, "A Theoretical Comparison of Three Unified Viscoplasticity Theories, and Application to the Uniaxial Behavior of Inconel 718 at 1100 °F," Nuclear Engng. and Design, Vol. 128, p. 369, 1991.

표 1. 593 °C에서의 수정된 Chaboche 모델에 대한 INCONEL 718의 재료 상수

$K = 1100 \text{ (MPa} \cdot \sqrt{\text{sec}})$ $n = 5.27$ $c = 130$ $a = 223 \text{ (MPa)}$ $\gamma = 9.86 \times 10^{-7} \text{ (sec}^{-1} \text{MPa}^{-m+1})$ $m = 1.08$	$R_0 = 460 \text{ (MPa)}$ $b = 2.10$ $E = 167.5 \times 10^3 \text{ (MPa)}$ $\nu = 0.336$ $q = 112 \text{ (MPa)}$
---	--

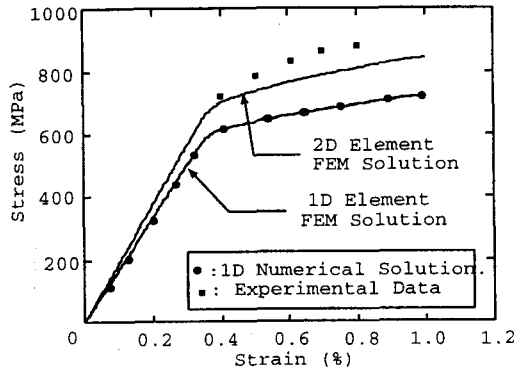


그림 1. 단순 인장해석시의 응력-변형률 선도

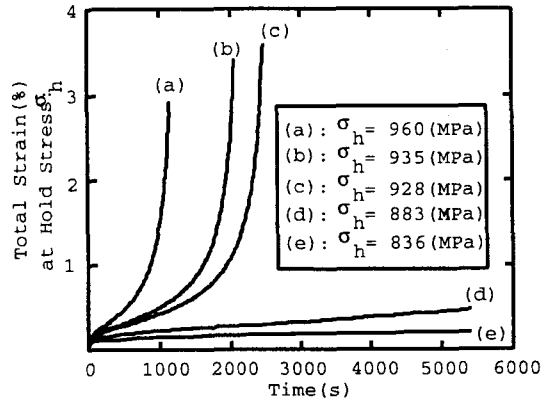


그림 4. 유지응력에 따른 크립 변형률 비교(크립해석)

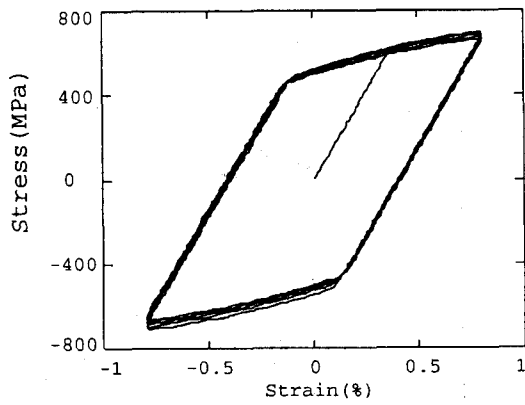


그림 2. 반복 소성 특성해석시의 응력-변형률 선도

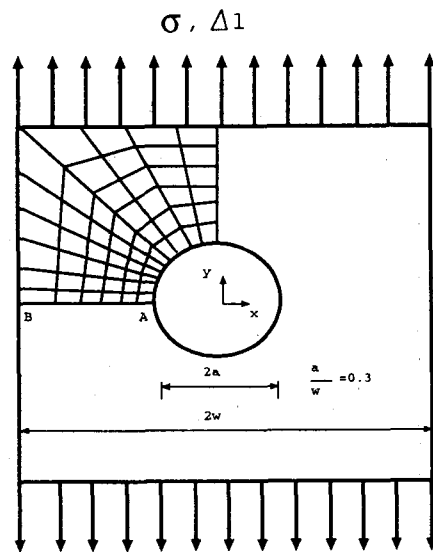


그림 5. 평판해석 모델의 개략도

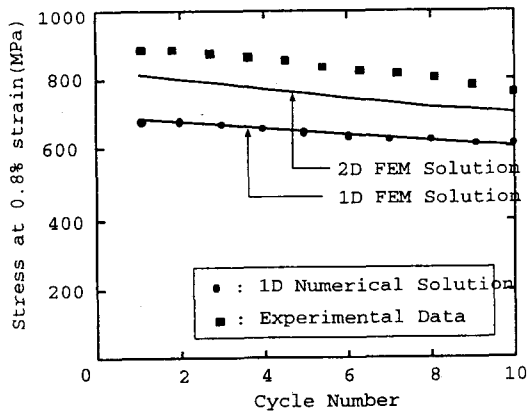


그림 3. 반복 횟수에 대한 0.8% 변형률일때 응력값 (반복 소성 특성해석)

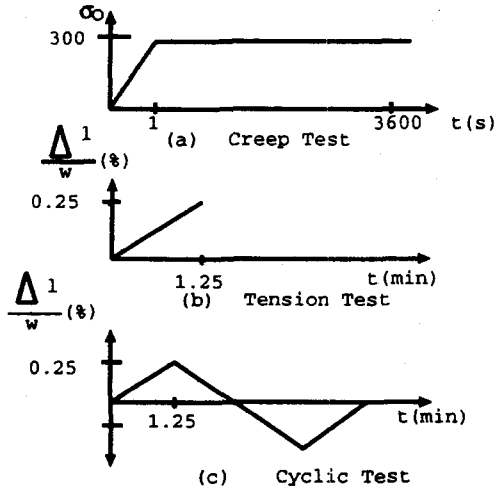


그림 6. 평판해석에 사용된 하중곡선

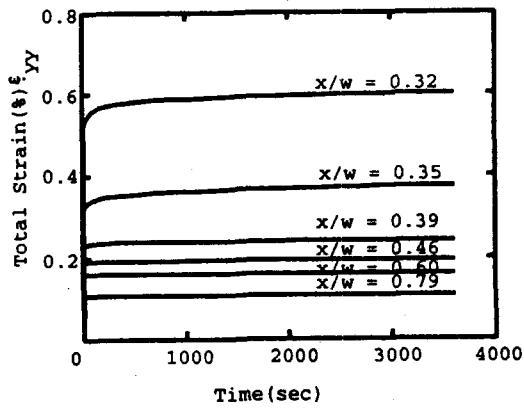


그림 7. 크립해석시 여러 위치에서의 변형률 비교

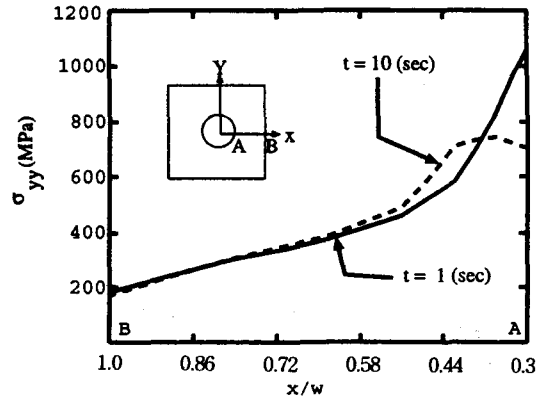


그림 8. 단면 AB에서의 응력분포도

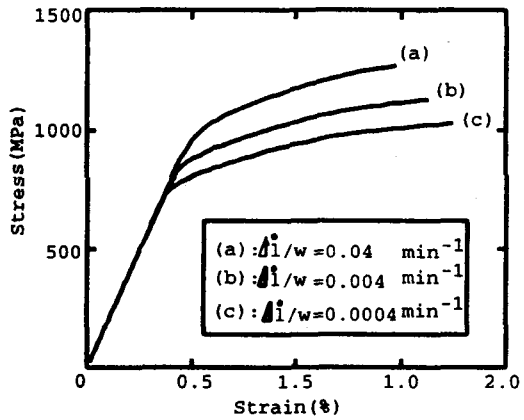


그림 9. 변형률속도에 따른 응력-변형률 선도

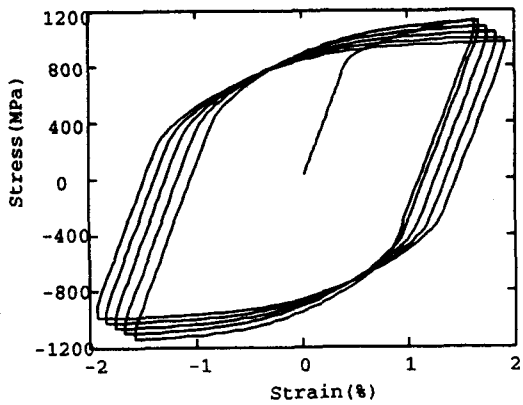


그림 10. 응력집중부위(A점)에서의 반복 응력-변형률선도