

비선형 유한요소-경계요소 조합에 의한 사용후 핵연료 폐기 저장고 주변 암반 해석

김문겸, 허택녕, 김민규

연세대학교

요 약

산업의 다변화로 인한 에너지의 수요는 증가하고 있고 이에 따라 핵 연료의 사용과 사용후 연료의 안전한 처분은 큰 관심사가 되고 있다. 본 연구에서는 사용후 핵연료의 폐기에 따른 지하동굴의 해석을 비선형 유한요소와 경계요소의 조합에 의하여 수행하였다. 지하 암반의 열 하중에 의한 거동을 해석하기 위해 응력이 집중되는 대상영역은 유한요소로, 무한영역에는 경계요소를 적용하여 해석하였다.

1. 서 론

사용후 핵연료 처분 동굴과 같은 복합구조물의 구조해석에 있어서 가장 필수적인 것은 구조체 및 지보재, 주변 지반의 거동을 정확히 모형화하는 수치모형을 구축하는 것이라고 할 수 있다. 본 연구에서는 암반체에 대하여 비선형 유한요소 해석법과 경계요소해석법에 적용함으로써 사용후 핵연료 처분 동굴의 엄밀해석에 사용될 수 있는 기반을 구축하도록 한다.

암반동굴의 굴착에 의하여 발생하는 변위에 기초하면, 그림 1에서 보는 바와 같이 암반 체를 4 가지 형태로 분류할 수 있다. 그림 1.a 와 같이 변위장이 암반동굴 부근에서 연속적인 경우와, 그림 1.b 처럼 암반동굴 부근에 몇 개로 분리된 커다란 영역 안에서 변위가 연속적인 경우를 생각할 수 있다. 이 영역들은 그림에서 보는 바와 같이 활동이나 분리가 일어날 수 있는 연속적인 결합 면에 의하여 분리된다. 그림 1.c 와 같은 암반동굴에 대하여는 그림에서 보는 바와 같은 정도의 비율로 암반이 절리되어 있을 때, 활동이나 절리면에서의 분리와 블럭의 강제이동, 강제회전은 변위로부터 결정되어질 수 있다. 그림 1.d 와 같이 세밀하고 불규칙적으로 파쇄가 일어난 암반에서, 변위장은 연속적이라 가정할 수 있다. 이와 같이 암반은 불연속면을 가지고 있으므로 암반을 균질 등방성으로 가정하여 해석하는 것은 비현실적이다. 따라서 암반과 구조물 재료의 비선형 거동과 상호작용, 응력변화에 따른 지반내 절리의 형성 및 기존의 절리면을 따라 발생할 수 있는 활동 및 분리 등을 고려하여 해석할 필요가 있다.

경계요소법 (boundary element method) 은 암반이 선형 탄성거동인 경우, 혹은 탄성영역이 연속적인 결합면에 의하여 분리되어 있을 경우에 특히 유용하게 사용된다. 따라서 그림 1.a 와 1.b 의 경우와 같은 암반상태는 이러한 경계요소법에 의하여 해석하는 것이 가장 편리하다고 할 수 있다. 비선형 영역이 경계요

소를 가진 무한 혹은 반무한 탄성체에 놓여 있는 대상의 경우에는 유한요소를 조합한 알고리즘을 사용하는 것이 편리하다.

본 연구에서는 기존의 나와있는 실험적 해석자료를 이용하고 이미 위에서 언급한 각각의 모델을 통하여 해석한 결과를 비교, 검토하여 사용후 핵연료 폐기구조체의 해석에 가장 합리적이고 효율적인 구성모형을 구축하도록 한다.

2. 무한영역내의 열원에 의한 온도분포

무한영역내에 열원이 존재하고 있는 경우의 온도분포를 결정하기 위하여, 주어진 위치와 시간에서 일시에 일정한 열을 발생시키는 동시 점열원 개념을 먼저 생각한다. 이에 대한 해는 여러 형태의 열원에 대하여 쉽게 확장될 수 있다. 열전도계수가 k 이고 각 면으로 열량이 유입, 유출되는 미소육면체를 고려할 때 등방체인 경우 온도 T 에 의하여 단위면적당 전도되는 열량 q 는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1)$$

온도의 변화에 의하여 미소육면체 내에 남은 열량은 각 방향으로 유입, 유출되는 열량 차의 합이므로 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} Q_f &= Q_x + Q_y + Q_z \\ &= \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \end{aligned} \quad (2)$$

또한 미소육면체 내 온도변화에 의한 내부열량의 변화량은 다음 식과 같다.

$$Q_d = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (3)$$

여기서, ρ 는 밀도이고, t 는 시간, c 는 비열이다. 미소육면체에 유입, 유출되는 열량의 차 Q_f 는 미소육면체 내의 내부열량의 변화량 Q_d 와 같다는 에너지 보존법칙에 의하여 외부와 차단된 계에서의 열전도방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$x \nabla^2 T = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4)$$

여기서, x 는 $\frac{k}{\rho c}$ 를 나타내는 열확산 계수이고, 이 미분방정식을 만족하는 온도변화 T 는 다음과 같다.

$$T = \frac{Q}{8(\pi x t)^{3/2}} \exp(-r^2/4xt) \quad (5)$$

여기서, Q 는 열량, t 는 시간, r 은 열원으로부터 구하고자 하는 위치까지의 거리이다. 사용후 핵연료를 저장하는 경우와 같이 열원이 (x,y) 를 통과하고, 터널 축이 z 축에 대하여 평행하며, 연속선열원인 경우에는 윗식을 이용하여 다음과 같은 온도분포식을 구할 수 있다.

$$T = \frac{-Q}{4\pi x} \int_{-r^2/4xt}^{\infty} \frac{\text{Exp}^{-r}}{r} dr \quad (6)$$

본 연구에서는 유한요소와 경계요소의 조합을 이용하여, 유한요소영역에 대해서는 온도에 의하여 발생된

초기변형률을 하중으로 변화시키고, 경계요소에 대해서는 체적력의 개념을 이용하여 온도를 열 하중으로 전환하도록 한다. 다음, 이들을 조합하여 열 하중에 의한 사용후 핵연료 폐기구조체의 거동을 분석하도록 한다.

3. 비선형 유한요소영역에서의 열응력해석

물체에 열 하중이 작용할 경우 물체는 온도상승에 비례하여 팽창하게 되고 등방체인 경우 온도변화에 의한 팽창은 모든 방향에서 동일하므로 수직변형률을 절점하중으로 변환하면 열 하중이 작용하고 있는 문제를 유한요소법으로 해석할 수 있다. 식 (6) 과 같이 주어지는 불균일 온도분포에 의하여 구조체는 변형하게 되고 온도변화에 따른 변형률은 수직변형률에 국한되므로 2차원 문제에 있어서 응력과 변형률은 다음과 같다

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [C] \begin{Bmatrix} \epsilon_x - \alpha T \\ \epsilon_y - \alpha T \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

여기서, $[C]$ 는 계수행렬이고 α 는 열팽창계수이다. 증분형식의 벡터로 표현하면

$$\{d\sigma\} = [C] (\{d\epsilon\} - \{d\epsilon_0\}) \quad (8)$$

이다. 여기서 가상변위의 원리에 의해 $W_{EV} = W_{IV}$ 이므로 다음과 같은 평형방정식을 얻을 수 있다.

$$[K]_{FE} \{du\} = \{dF_0\} + \{dF\} \quad (9)$$

이다. 여기서, $[K]_{FE} = \int_{\Omega} [B]^T [C] [B] d\Omega$ 는 유한요소의 강성도 행렬이고 $\{dF_0\} = \int_{\Omega} [B] [C] \{d\epsilon_0\} d\Omega$ 는 온도변화에 따른 변형률증분 $\{d\epsilon_0\}$ 에 의한 절점하중이다.

식 (9) 에서 온도변화에 따른 하중의 증분 $\{dF_0\}$ 를 이용하여 초기변형률을 하중으로 변환하고 그 다음 하중을 외력으로 가함으로써 온도의 변화에 따른 구조물의 거동을 해석할 수 있다.

ξ 와 η 을 축으로 하고 4 개의 절점을 가지고 있는 요소에서 요소의 온도 $TEMP(x,y)$ 는 형상함수를 이용하면 식 (10)과 같이 표현될 수 있다.

$$TEMP(x,y) = N_1 TE_1 + N_2 TE_2 + N_3 TE_3 + N_4 TE_4 = TEMP(\xi, \eta) \quad (10)$$

여기서, TE_1, TE_2, TE_3, TE_4 는 각 절점의 온도를 나타낸 것이며 N_1, N_2, N_3, N_4 는 형상함수이다. 식 (9) 에서 초기변형률증분 $\{d\epsilon_0\}$ 에 의한 절점하중은 다음 식과 같이 표현된다.

$$\{dF_0\} = \left\{ \frac{dR_x}{dR_y} \right\}_{8 \times 1} = t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T_{8 \times 3} [C]^T_{3 \times 3} \{d\epsilon_0\}_{3 \times 1} |J| d\xi d\eta \quad (11)$$

여기서 t 는 요소의 두께, $|J|$ 는 자코비안 (jacobian determinant) 이다.

4. 경계요소영역에서의 열응력 해석

경계요소법은 주어진 영역 내부 및 경계에서 미지변수의 거동을 지배하는 편미분방정식을 경계치에만 관련된 적분방정식으로 변화시키고, 이 방정식의 수치해를 구하는 방법이다. 본 연구에서는 주어진 경계에서 적분방정식을 변위와 표면력의 항으로 유도하기 위해 가중잔차법을 이용하는 직접경계요소법을 사용한다.

이에 필요한 가중잔차식은 다음과 같다.

$$\int_{\Omega} (\sigma_{ki,j} + b_p) u_k^* d\Omega = 0 \quad (12)$$

여기서, u_k^* 는 가중함수인 가상변위이다. 또한 Dirac delta 함수 δ_p^i 를 사용하여 다음의 방정식을 구할 수 있다.

$$\sigma_{pk,j}^* + \delta_p^* = 0 \quad (13)$$

가중잔차식을 이용하여 변위해를 구하면 다음과 같다.

$$u_p^i + \int_r u_k t_{pk}^* d\Gamma = \int_r t_{pk} u_k^* d\Gamma + \int_{\Omega} b_k u_k^* d\Omega - \int_{\Omega} \sigma_{kj}^0 \varepsilon_{pkj}^* d\Omega \quad (14)$$

여기서 u_p^i 는 i 점에서 x_p 방향으로의 변위이다.

특이점의 영향을 고려한 경계적분 방정식을 행렬형태로 표현할 때, 만일 물체력과 초기응력이 없는 계라면 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$[c] \{u^i\} + \int_r [t^*] \{u\} d\Gamma = \int_r [u^*] \{t\} d\Gamma \quad (15)$$

전체좌표계에 대한 변위와 표면력을 형상함수로 나타내어 이산화한 후 수치적분의 형태로 표시하면 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$[c] \{u^i\} + \sum_{j=1}^M \left(\sum_{q=1}^M |J|_q w_q ([t^*] [M]_q) \{u^m\} \right) = \sum_{j=1}^M \left(\sum_{q=1}^M |J|_q w_q ([u^*] [M]_q) \{t^m\} \right) \quad (16)$$

여기서, $|J|$ 는 Jacobian 행렬식, w 는 Gauss 적분의 가중치이다. 식 (16) 을 i 절점에 대하여 표현하고 r 개의 자유도를 가진 구조체에 대한 계방정식으로 구성하면

$$[H] \{u\} = [G] \{t\} \quad (17)$$

이 된다.

식 (14) 의 경계적분에서 초기응력에 관한 항에 온도의 영향이 관여하게 된다. 초기응력에 관한 항을 b_p 로 표현하면

$$b_p = - \int_{\Omega} \sigma_{kj}^0 \varepsilon_{pkj}^* d\Omega \quad (18)$$

이고 Galekin 텐서를 이용하여 영역적분을 경계적분으로 변환하면 다음식이 된다.

$$b_p = \frac{(1+\nu)}{4\pi(1-\nu)} \alpha \int_r \left[\ln(1/r) - \frac{1}{2} \right] n_p - r_{,p} r_{,m}] T d\Gamma \quad (19)$$

$$- \frac{(1+\nu)}{4\pi(1-\nu)} \alpha \int_r \left[\ln(1/r) - \frac{1}{2} \right] r r_{,p}] \frac{\partial T}{\partial n} d\Gamma$$

여기서 n_p 는 경계면에서 수직벡터의 p 성분이며, 또한 $\partial T / \partial n$ 은 온도의 수직벡터 방향으로의 변화율이다. 따라서 모든 적분항은 경계적분으로 치환된다.

5. 유한요소와 경계요소와의 조합

많은 역학적인 문제에서 경계요소와 유한요소를 조합하는 것은 두가지 기법의 장점을 살리고 서로의 단점

을 보완하기 위한 노력으로서 최적의 수치기법을 개발하기 위한 것이다. 또한 경계요소법의 표면력-변위 관계식을 유한요소법의 힘-변위 관계식으로 변환하여야 한다. 이러한 조합의 경우에 응력이 집중되는 굴착부 주변의 지보재는 유한요소로, 지반은 무한성의 성질때문에 경계요소로 모형화 한다. 가상일의 원리에 의해서 경계요소의 계방정식을 힘-변위 관계식으로 변환하였다. 유도된 식을 유한요소법에 의하여 행렬형태로 이산화한 후 자유도가 8인 사각형 요소에 대한 국부강성도행렬을 구성하고 이들을 전체좌표계로 변환조합하여 전체 강성도행렬을 구성하여 다음과 같은 식을 얻는다.

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (20)$$

그림 2 와 같이 전체 대상영역을 유한요소영역 Ω_1 과 경계요소영역 Ω_2 로 구성하면, 경계요소영역의 전체경계 Γ 는 유한요소영역과 접합면을 공유하는 경계 Γ_{12} 와 접합면을 제외한 경계 Γ_2 로 구성된다. 유한요소와 경계요소 지배방정식을 행렬형태로 표현하면 다음과 같다.

$$[K^1]\{u^1\} = \{F^1\} \quad (21a)$$

$$[H^2]\{u^2\} = [G^2]\{t^2\} \quad (21b)$$

두 영역 Ω_1, Ω_2 의 조합은 다음식과 같이 접평면에서의 적합조건과 평형조건에 의해 이루어질 수 있다.

$$\begin{aligned} u^1_{12} &= u^2_{12} = u_{12} \\ t^1_{12} &= -t^2_{12} = t_{12} \end{aligned} \quad (22)$$

유한요소와 경계요소와의 조합은 경계요소의 계방정식을 유한요소형 계방정식으로 변환시키는 유한요소형 접근방법을 사용하며, 경계요소의 계방정식을 변환하는 방법으로는 최소위치에너지 원리에 의한 에너지 이론을 이용한다. 식 (21b) 를 $\{t^2\}$ 에 의해 표현하면 다음과 같다.

$$[G^2]^{-1}[H^2]\{u^2\} = \{t^2\} \quad (23a)$$

$$[K^2]\{u^2\} = \{F^2\} \quad (23b)$$

여기서 중요한 문제점은 행렬 $[K^2]$ 는 일반적으로 유한요소 행렬이 대칭인 것에 반해, 대칭이 되지 않는 것이다. 이처럼 $[K^2]$ 행렬이 대칭이 되지 않는 것은 이산화 과정과 병치과정에서 발생할 뿐 아니라 특별한 형상의 가중함수 즉 기본해를 사용하기 때문이다. $[K^2]$ 는 계산의 편의와 효율성을 높이기 위해 경계요소의 등가강성행렬로 표현하면 식 (24) 와 같다.

$$[K^{2s}] = \frac{1}{2}([K] + [K]^T) \quad (24)$$

6. 수치해석 및 결과분석

유한요소와 경계요소를 조합한 프로그램을 사용하여 사용후 핵연료 폐기구조체의 구조거동에 미치는 매개변수의 영향을 분석하기 위한 대상모형은 그림 3 와 같이 반지름이 10m 이고 x 축으로 수평하게 1m 간격으로 $604 \text{ m}^3 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{yr}$ 의 4개의 집중열원이 작용하며, y 축에 대하여 대칭인 무한영역내의 원형터널이다. 해석대상지반의 조건으로는 탄성계수가 45 GPa, 포아손비가 0.1 , 열팽창계수가 $0.6 \times 10^{-5} \text{ m}/^\circ\text{C}$ 인 경우를 택하였고 지반의 항복조건으로는 점착력이 $8 \times 10^3 \text{ MPa}$ 이고 마찰각이 40° 인 Mohr-Coulomb 조건을 사용하였다. 또한 재료는 선형탄성-완전소성인 것으로 가정하였다.

그림 4 는 유한요소와 경계요소를 조합한 해석에 의한 소성영역을 비교한 것으로 그 차이가 있으나 그림

에서와 같이 차이가 발생하는 Gauss 점에서의 응력비 α 를 비교하면 그 오차가 크지 않음을 알 수 있다. 따라서 조합해석에 해석의 소성영역 결과도 타당함을 알 수 있었다.

재료의 상수가 핵폐기구조체의 거동에 미치는 영향을 알아보기 위해 본 연구에서는 탄성계수, 포아송비, 열팽창계수, 열확산계수의 변화에 따른 사용후 핵연료 폐기구조체 주변의 변위의 변화를 연구하였다. 본 연구에서 사용된 각 계수의 범위는 Wai, Lo, 와 Rowe 에 의하여 실험적으로 제시된 기준에 의거한다. 실험방법은 나머지 모든 계수를 고정시키고 하나의 계수를 변화시킬때 사용후 핵연료 폐기구조체 주변의 변위의 변화를 고찰해 보는 것으로 하였다.

먼저 탄성계수값을 45000, 50000, 55000 MPa 로 변환시킬 경우 탄성계수가 증가함에 따라 수평변위 값들도 증가하였으며, 각도가 증가함에 따라 큰 수평변위 값을 갖는다.

포아송비를 제시된 범위내에서 0.1, 0.2, 0.3 으로 변화시킬 경우 포아송비의 증가에 따라 수직변위의 값은 증가하나 각도가 증가함에 따라 수직변위는 감소하였다.

열팽창계수를 실험에 의하여 제시된 범위내에서 0.6×10^{-5} , 0.8×10^{-5} , 1.0×10^{-5} / $^{\circ}\text{C}$ 로 변화시킬때는 그림 5 에서 보는 바와 같이 열팽창계수가 증가함에 따라 수직변위값은 증가하며, 각도가 증가함에 따라 큰 수평변위 값을 갖는다. 특히, 다른 계수의 변화에 따른 변위의 변화보다 열팽창계수에 의한 변위의 변화가 훨씬 큼을 알 수 있다.

열확산계수를 실험에 의해서 제시된 범위내에서 25.23, 31.54, 47.30 m^2/yr 로 변화시킬 경우 그림 6 에서 보는 바와 같이 열확산계수가 증가함에 따라 수평변위의 값은 감소하였으며, 각도가 증가함에 따라 큰 수평변위를 갖는다. 또한 열확산계수가 증가함에 따라 수직변위는 감소하였다.

7. 결론

본 연구에서는 사용후 핵연료 폐기물을 지층내에 저장할 경우 열하중에 의한 사용후 핵연료 폐기구조체의 영향을 비선형 유한요소와 경계요소의 조합프로그램을 이용하여 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 지반내에 집중열하중이 작용하는 경우, 굴착과 핵연료의 저장에 의한 열역학적 응력이 집중되는 영역에서는 비선형유한요소해석을 하고, 응력집중이 심하지 않은 무한영역에서는 경계요소를 사용하여 조합한 프로그램을 개발하였고 그 타당성을 밝혔다.
2. 조합방법은 비선형유한요소해석에서 선형거동이 예상되는 부분까지 비선형성을 고려해야되는 불편과 이에 따른 불필요한 자료의 양을 줄일 수 있었다. 따라서, 사용후 핵연료 폐기 구조체와 같이 열역학적 응력에 의하여 국부적인 비선형성이 발생되는 구조물에서는 조합방법이 효율적임을 알 수 있었다.
3. 터널주위의 수직변위와 수평변위는 탄성계수, 포아송비, 열팽창계수가 증가함에 따라 증가한 반면 열확산계수의 경우는 반대의 결과가 나타났다. 열확산계수, 탄성계수, 포아송비의 변화에 따른 변위의 변화보다 열팽창계수의 변화에 따른 변위의 변화가 훨씬 큼을 알 수 있었다. 따라서 지층내 열하중이 작용하는 경우, 암반의 거동을 해석할 때 열팽창계수의 결정이 상대적으로 중요함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. U.S. Nuclear Regulatory Commission, *Standard Format and Content for a Low-Level Radioactive Waste Disposal Facility*, NUREG-1199, 1987.
2. Bennett, W.O., Miller, J.B., Warriner, P.G., Malone, and McAneny, C.C., *Alternative Methods for Disposal of Low-Level Radio-active Wastes*, NUREG/CR-3774, Vol.1, Nuclear Regulatory Commission, 1984.
3. IAEA, *Disposal of Low - and Intermediate Level Solid Radioactive Wastes in Rock Cavities*, Safety Series No. 59, pp.9-12, 1983.
4. Kjelbert, N. et al., *Central Repository for Low- and Intermediate- Level Waste Conceptual Design Siting and Safety Study*, pp.16-30, 1980.
5. 한국전력공사 기술연구원 원자력연구실, 저준위 방사성폐기물 처분방안 연구, 1985.
6. 과학기술처, 방사성 폐기물 저장을 위한 암반동굴의 구조거동 연구, 1987.
7. 한국전력기술 주식회사, 중저준위 방사성 폐기물 처분장 개념설계 최종보고서, 1985
8. Goodman, R.E., *Introduction to Rock Mechanics*, John Wiley & sons, 1980.
9. Lomenick T.F. and Bradshaw R.L., "Defromation of Rock Salt in Openings Mined for the Disposal of Radioactive Wastes", *Rock Mechanics.*, Vol. 17, 1983.
10. Carslaw, H. S. and Jaeger J. C., *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed., Oxford Univ. Press London, 1959
11. Boley, B. A. and Weiner, J. H., *Theory of Thermal Stress*, Wiley and Sons, 1960.
12. Cook,R. D., *Concept and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, 1980.
13. Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill, 1970.
14. Beer, G. and Meek, J. L., "The Coupling of Finite Element Methods for Infinite Domein Problems in Elasto-Plasticity", *Boundary Element Method*, Springer-Verlag, 1981.
15. Brebbia, C. A., Telles, J. C. F., and Wrobel, L. C., *Boundary Element Techniques*, Springer-Verlag, 1984.

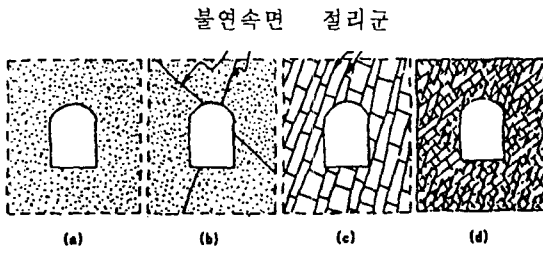


그림 1. 굴착에 의해 암반에 발생하는 변위

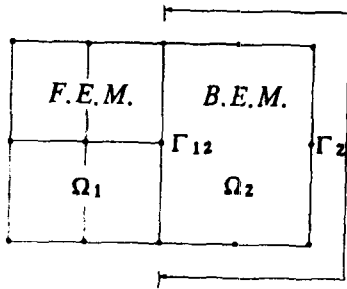


그림 2. 유한요소와 경계요소의 조합

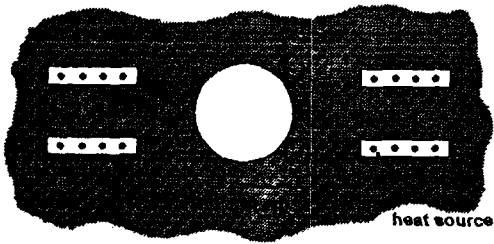


그림 3. 해석대상

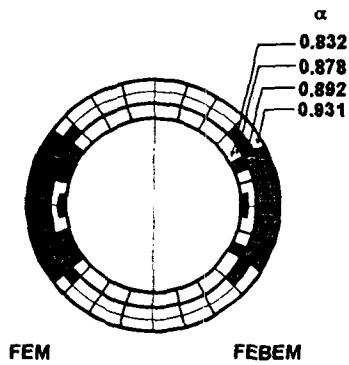
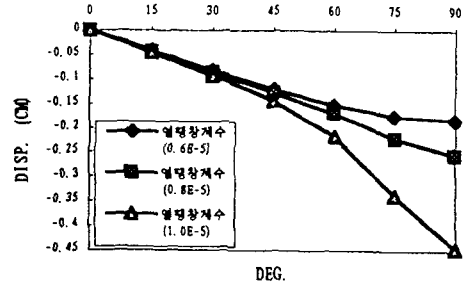
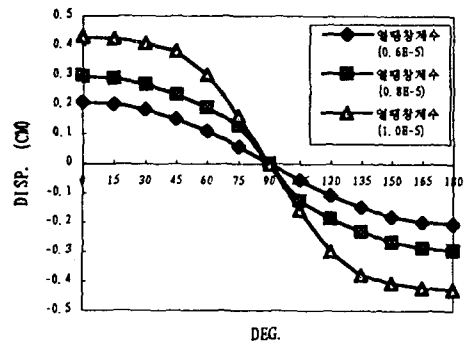


그림 4. 소성영역의 비교

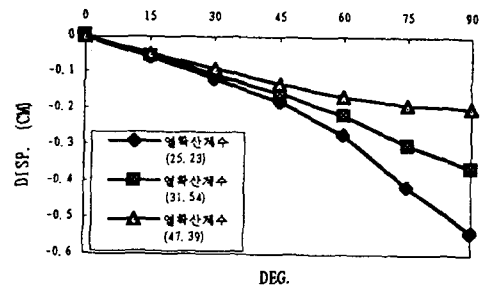


(a) 수평변위

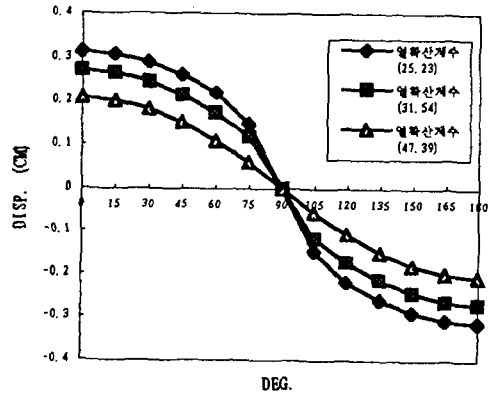


(b) 수직변위

그림 5. 열팽창계수를 변화시킨 경우의 변위



(a) 수평변위



(b) 수직변위

그림 6. 열확산계수를 변화시킨 경우의 변위