

압력하중을 받으며 시간에따라 경계가 변하는 추진제의 유한차분법을 이용한 구조해석

국방과학연구소 김 중근, 최 용규

1. 서론

근래에 들어서 computer를 이용한 수치해석 방법의 발전으로 선형 점탄성체의 이동경계 문제 (moving boundary problem in linear viscoelasticity)를 수치적으로 풀려는데 관심이 증가하고 있다. 이와 같은 문제는 주로 고체추진제가 들어있는 rocket motor가 점화기에 의해 점화되어 추진제가 연소되는 경우에 나타나게 되며 추진제의 지속적인 연소로 인하여 추진제의 내부경계 (inner boundary)는 계속하여 변화하게 된다. 일반적으로 압력하중을 받는 고체추진 rocket motor의 구조적 안전성 해석은 압력하중으로 인한 응력-변형률장(stress-strain field)을 결정하고 이 값들을 이용하여 파괴기준을 판단하는 문제가 된다. 물론 압력하중과 더불어 온도환경에 의한 온도하중에 의해 중첩된 응력이 발생하는데 이는 점탄성체의 물성이 온도의 함수로 주어지기 때문이다. 그러나 연소시와 같이 순간적 시간대에서는 추진제의 낮은 열확산의 결과로 연소로 인한 경계의 이동속도가 열이 전달되는 속도보다 빠르기 때문에 연소로 인한 열의 파급효과는 표면근처로 국한되거나 무시된다. 일반적으로 고정경계 조건을 받는 문제에서는 여러 가지 변수변환 방법을 직접 적용할 수 있게 되는 반면 이동경계조건 문제에서는 직접적으로 변수변환 방법을 적용할 수 없다. 이는 적용되는 변수변환 방법은 경계가 시간에 따라서 변하지 않는 고정점에 대해서만 적용이 가능하며 경계가 시간에 따라서 지속적으로 변하는 이동점에 대해서는 적용이 불가능하기 때문이다. 따라서 이동경계 조건을 받는 점탄성체의 해석은 원래의 평형방정식과 경계조건 그리고 구성방정식을 변환하지 않고 그대로 직접 풀어서 해석하여야 하는 어려움이 있다. 이 과정에서 점탄성체의 여러 가지 하중에 의한 거동이 시간과 공간의 함수로 나타나기 때문에 이를 효과적으로 처리하기 위해서 시간과 공간에 대한 분리적분(separate integration)이 필요하게 되며 이 적분과정에 반드시 수치적분을 요구하게 된다.

지금까지 개발된 점탄성체의 이동경계조건 문제를 해석한 결과를 간단히 알아 보면 Lee, Radok, Woodward[1]는 외부가 탄성체의 케이스로 보강된 실린더 형태의 추진제가 압력을 받으며 타들어 가는 이동경계 조건 문제를 해석하였다. 그들의 해석에서 재료는 전단변형에 대해서는 Kelvin Model을 적용하고 비압축성이라고 가정하였으며 가해지는 압력은 Step function형태로 주어서 해석하였다. Cornelussen, Lee [2]는 외부가 stress free인 Cylinder 형태의 점탄성체가 압력을 받으며 회전을 하면서 타들어 가는 경우에 대해서 일반적인 해 (solution)를 제시하였으며 재료는 전단변형에 대해서는 Maxwell Model을 적용하고 부피변형에 대해서는 탄성적으로 거동한다고 가정하였다. 가해지는 압력은 Step function형태로 주어서 해석하였다.

Cornelussen, Lee, Radok[3]는 경계가 이동하는 효과를 포함하면서 압력하중을 받는 실린더 형태의 점탄성체를 해석하였다. 적용된 모델이 실린더의 외부를 탄성체인 케이스로 보강하지 않고 stress free인 상태를 해석하여 반경방향의 응력과 원주방향의 응력이 점탄성체의 물성에 무관하게 나타나는 결과를 가져왔다. Shinozuka [4]는 외부가 탄성체로 보강된 실린더 형태의 점탄성체가 압력을 받는 경우에 대해서 해석적인 해(analytic solution)을 제시하였다. Shinozuka가 제시한 방법은 가정조건들이 복잡한 경우 해석적인 해를 구하는 것이 어려움이 있으므로 Roger, Lee [5]는 Volterra-type 적분식을 이용하여 외부가 탄성체로 보강된 실린더 형태의 일반적인 점탄성 특성을 갖는 재료가 임의로 변하는 내압을 받으며 내부의 경계가 시간에 따라 변하는 문제를 해석하였다. 마지막으로 Schapery[6]는 경계가 시간에 따라서 변하는 문제를 시간에 따라서 변하는 time-dependent pressure를 사용하여 가상의 경계가 변하지 않는 문제(fictitious non-moving boundary problem)로 만들어 해결하는 방법을 제시하였다. 그러나 이 방법은 복잡한 압력하중이 작용하는 경우 이동경계조건을 고정경계조건으로 풀기 위한 복잡한 등가하중 계산과정이 요구되는 단점이 있다.

본 연구에서는 Roger 나 Lee[5]에 의해서 도입된 Volterra-type 적분방정식을 적용하고 적용된 재료는 체적변형(dilatation) 혹은 정수압 변형시 탄성의 성질을 갖고 전단 또는 비틀림변형시는 3요소 Voigt (3 parameter solid 또는 standard linear solid)의 거동을 따르는 표준화된 점탄성 재료를 사용하였다. 또한 기존 연구에서 적용한 수치해석 방법으로 대부분 유한요소법을 기초로하여 응력을 계산하였으나, 이는 상대적으로 시간이 많이 걸리는 요소생성 작업이 필요하게 되며 생성요소의 성질에 따라서 수렴성이 상당히 영향을 받게 된다. 따라서 본 연구에서는 문제를 간략화하여 유한차분법으로도 쉽게 시간에 따라 경계가 변하는 문제를 해석할 수 있음을 보여주었다. 또한 압력하중은 실제의 연소시험에 의해서 얻어진 복잡한 압력이력을 거의 근사적으로 사용하여 정확한 압력하중에 대해서 응력을 해석하고자 하였다.

2. 기본 가정

해석에 적용된 재료의 가정사항은 다음과 같다.

- 1) 추진제의 포아송 비는 일정하며 그 값이 0.5에 가까운 비압축성 특성을 갖는다.
- 2) 추진제는 열 유변학적 단순거동 (Thermo-rheologically simple behavior)을 한다.
- 3) 추진제는 연소시간 동안 등온상태를 유지한다.

3. 이론 전개

최근들어 고충전 추진기관의 개발이 요구되었으며 이에 부합되는 L/D가 큰 원통형 그레이인을 자주 설계하여 왔다. 축대칭이며 축방향으로 무한히 긴 평면변형을 상태의 추진제는 반경방향의 평형방정식을 결정하는 1 차원 문제가 된다. 추진제가 등온상태에 있고 체적력 (body force)이 작용하지 않는다면 평형 방정식은 (1)식과 같다.

$$\frac{\partial \sigma_{r(r,t)}}{\partial r} + \frac{\sigma_{r(r,t)}}{r} - \frac{\sigma_{\theta(r,t)}}{r} = 0 \quad (1)$$

변형률과 변위와의 관계는 (2)식과 같이 표현된다.

$$\varepsilon_{r(r,t)} = \frac{\partial u(r,t)}{\partial r} ; \varepsilon_{\theta(r,t)} = \frac{u(r,t)}{r} ; \varepsilon_z = 0 \quad (2)$$

또한 구성방정식은 Gurtin 과 Sternberg notation을 이용하여 Stieltjes convolution integral로 (3)식과 같이 표현되며 아래첨자는 일반규약에 따른다.

$$\begin{aligned} s_{ij} &= e_{ij} * dG \\ \sigma_{kk} &= 3 \varepsilon_{kk} * dK \\ s_{ij} &= \sigma_{ij} - \frac{\sigma_{kk} \delta_{ij}}{3} \\ e_{ij} &= \varepsilon_{ij} - \frac{\varepsilon_{kk}}{3} \delta_{ij} \\ e_{ij} * dG &= \int_0^t e_{ij}(t-\tau) dG(\tau) \end{aligned} \quad (3)$$

점탄성재료가 체적변형에 대해 탄성적이라고 가정하면 (3)식의 구성방정식은 (4)식과 같다.

$$\sigma_{ij} = \varepsilon_{kk} K \delta_{ij} + \left(\varepsilon_{ij} - \frac{\varepsilon_{kk}}{3} \delta_{ij} \right) * dG \quad (4)$$

해석의 편의를 위해서 무차원 변수를 식(5)와 같이 도입하면

$$T_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{K}, \quad g(t) = \frac{G(t)}{K}, \quad \rho = \frac{r}{b} \quad \text{and} \quad U = \frac{u}{b} \quad (5)$$

(1)식,(2)식 그리고 (4)식으로 표현되는 평형방정식, 변위-변형률 관계 그리고 구성방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial T_\rho}{\partial \rho} + \frac{T_\rho - T_\theta}{\rho} = 0 \quad (6)$$

$$\varepsilon_\rho = \frac{\partial U}{\partial \rho} ; \varepsilon_\theta = \frac{U}{\rho} ; \varepsilon_z = 0 \quad (7)$$

$$T_{ij} = \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + \left(\varepsilon_{ij} - \frac{\varepsilon_{kk}}{3} \delta_{ij} \right) * dg \quad (8)$$

(7)식, (8)식을 (6)식에 대입하고 정리하면

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(\rho U)}{\partial \rho} \right] * d \left(h + \frac{2}{3} g \right) = 0 \quad (9)$$

(9)식에서 $h + \frac{2}{3}g$ 는 추진제의 물성에 의해서 좌우되는 값이되므로 $h + \frac{2}{3}g \neq 0$ 가 된다. 따라서 위의 (9)식은 (10)식과 같은 의미를 갖는다.

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho U)}{\partial \rho} \right] = 0 \quad (10)$$

(10)식을 2회에 걸쳐서 적분을 하게 되면 식(11)와 같은 반경방향의 변위를 구하게 된다.

$$U(\rho, t) = F_1(t)\rho + F_2(t) \frac{1}{\rho} \quad (11)$$

식(11)에서 보는바와 같이 식(10)의 적분상수로 표현되는 $F_2(t)$ 와 $F_1(t)$ 를 구하게 되면 임의 시간에 따른 반경에서의 변위값을 구할 수 있게 된다.

$F_2(t)$ 와 $F_1(t)$ 를 구하기 위한 경계조건으로 먼저 원통형 추진제의 외부가 탄성체에 구속된 경우 추진제와 탄성체의 접촉점에서는 평형방정식과 적합방정식을 만족시켜야 한다 [5] .

$$T_\rho(1, t) = -C U(1, t) \quad (12)$$

$$C = \frac{E_c}{K(1 + \nu_c)[(1 - \nu_c)(b/t_c) + 1]}$$

여기서 E_c 는 보강된 탄성체의 young's modulus , ν_c 는 보강된 탄성체의 포아송 비
 K 는 추진제의 bulk modulus , t_c 는 보강된 탄성체의 두께
 b 는 추진제와 외부 탄성체가 만나는 점, 즉 추진제의 외경이 된다.

(12)식의 경계조건을 (8),(11)식에 대입하고 정리하면

$$F_2(t) = F_1(t) * d \left[(2 + C)h + \frac{g}{3} * d \left[-Ch + g \right]^{-1} \right] \quad (13)$$

(13)식에서 $[-Ch + g]^{-1}$ 는 $[-Ch + g]$ 의 Stieltjes inverse가 되며 $C \neq g_0$ 가 아니면 성립하게 된다. 따라서 하나의 경계조건으로 인하여 $F_2(t)$ 를 $F_1(t)$ 의 함수로 표현함으로써 $F_1(t)$ 만 알면 위의 문제를 풀 수 있다.

다른 경계조건으로 계속 타들어 가면서 변하는 내부 경계에 압력하중이 작용하므로 추진제 연소표면의 반경방향 응력값은 항상 그 시간에 가해지는 압력하중값을 갖게 된다.

$$T_\rho(\alpha(t), t) = -\pi(t) = -p(t)/K \quad (14)$$

여기서 $\alpha(t)$: 내부경계가 변하는 정도를 시간함수로 표현한 무차원 값

$p(t)$: 추진제의 연소로 인하여 발생된 압력이력 (pressure history)

$F_2(t)$ 를 $F_1(t)$ 로 표현하고 (15)식의 경계조건을 (8)식 대입하고 정리하면

$$\begin{aligned} & \left\{ -2C + g_0 \left[2 - \frac{c}{3} + \frac{g_0}{3} \left(1 - \frac{1}{a^2(t)} \right) - \frac{2+C}{a^2(t)} \right] \right\} F_1(t) \\ & \quad \left[2 - \frac{c}{3} + \frac{g_0}{3} \left(1 - \frac{1}{a^2(t)} \right) - \frac{2+C}{a^2(t)} \right] [F_1(t)*g'] \\ & \quad + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{a^2(t)} \right) [F_1(t)*f'] \\ & = (C - g_0)\pi(t) - \pi(t)*g' \end{aligned} \quad (15)$$

(13)에서 정의된 F_2 와 F_1 의 관계를 Riemann 형태로 표현하면 (16)식과 같이 표현된다.

$$(-C + g_0)F_2 + F_2*g' = (2 + C + \frac{g_0}{3})F_1 + \frac{1}{3} F_1*g' \quad (16)$$

4. 수치 해석

(15)식을 수치적으로 해석하기 위해서 적분형태의 convolution integral을 유한의 근사합 (finite-sum approximation)으로 표현하고 이를 유한차분법을 이용하여 푸는 것이 편리하며 (15)식의 모든 적분구간에 대해서 적용하고 정리하면 (17)식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} F_1(t_{n+1}) &= \frac{F_1(t_n)}{B} \left\{ -\frac{1}{2} \left[2 - \frac{c}{3} + \frac{g_0}{3} \left(1 - \frac{1}{a^2(t)} \right) - \frac{2+C}{a^2(t)} \right] \right. \\ & \quad \times [g_0 - g(t_{n+1} - t_n)] + \frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{a^2(t_{n+1})} \right) f(t_{n+1} - t_n) \left. \right\} \\ & \quad - \frac{\pi(t_{n+1})}{B} (C - g_0 + \frac{1}{2} [g_0 - g(t_{n+1} - t_n)]) \\ & \quad - \frac{\pi(t_n)}{2B} [g_0 - (g_0 - g(t_{n+1} - t_n))] \\ & \quad - \frac{1}{2B} \sum_{i=1}^{n-1} \left(\left[2 - \frac{C}{3} + \frac{g_0}{3} \left(1 - \frac{1}{a^2(t_{n+1})} \right) - \frac{2+C}{a^2(t_{n+1})} \right] \right. \\ & \quad \times [F_1(t_{i+1}) + F_1(t_i)] [g(t_{n+1}) - g(t_{i+1}) - g(t_{n+1}) - g(t_{i+1})] \\ & \quad + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{a^2(t_{n+1})} \right) \\ & \quad \times [F_1(t_{i+1}) + F_1(t_i)] [f(t_{n+1}) - f(t_{i+1}) - f(t_{n+1}) - f(t_i)] \\ & \quad \left. + [\pi(t_{i+1}) + \pi(t_i)] [g(t_{n+1} - t_{i+1}) - g(t_{n+1} - t_i)] \right) \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } B &= 2C - \left(g_0 - \frac{1}{2} [g_0 - g(t_{n+1} - t_n)] \right) \\ & \quad \times \left[2 - \frac{C}{3} + \frac{g_0}{3} \left(1 - \frac{1}{a^2(t_{n+1})} \right) - \frac{2+C}{a^2(t_{n+1})} \right] \\ & \quad - \frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{a^2(t_{n+1})} \right) f(t_{n+1} - t_n) \end{aligned} \quad (18)$$

점탄성체인 추진제의 거동은 현재의 하중상태뿐 아니라 과거의 하중 상태에도 영향을 받으며 이를 추진제의 기억효과 (memory effect)라고 하는데 (17)식의 summation기호 (\sum)로 묶여진 부분이 이를 나타낸 것이다. 따라서 $F(t_{n+1})$ 는 $F(t_n)$ 의 항과 그 이전의 값에서 계산되며 초기치 값 $F_1(0)$ 는 (15)식에서 구할 수 있다.

5. 검증

5.1 적용 모델

그림 1은 참고문헌 [7]에서 Schapery가 제안한 방법으로 이동경계조건 문제를 고정경계조건으로 바꾸어서 해석한 모델을 나타낸 것이다. 해석에 적용된 모델의 경계조건과 기하학적인 형상, 적용 추진제의 물성은 아래와 같다.

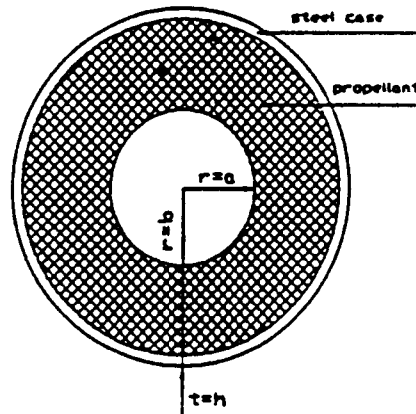


그림 1. 참고문헌 [7]에서 적용한 해석 모델

dimension : $b/a = 2.0$
 $a = 0.14 \text{ m}$
 $h = 3.2 \text{ mm}$

material property of steel case : $E_a = 206.842 \text{ GPa}$
 $\nu_c = 0.31$

internal pressure : $P = 8.96 \text{ H(t) MPa}$

material property of propellant :

$$E(t) = E_\infty + \sum_{k=1}^{16} E_k \text{Exp}(-t/\tau_k)$$

$$E_\infty = 1.5848 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.4995 \text{ (or 비압축성으로 간주)}$$

table 1. tensile relaxation modulus coefficients in prony series

k	time(sec)	coefficient	k	time(sec)	coefficient
1	1.00e-4	35.6055	9	2.38e-1	5.4191
2	3.20e-4	28.6802	10	1.00e0	0.7422
3	1.00e-3	9.6346	11	2.00e0	4.1552
4	3.16e-3	19.7336	12	3.98e0	2.2679
5	1.00e-2	6.8963	13	10.00e0	2.1882
6	3.16e-2	7.7355	14	31.62e0	3.1401
7	1.00e-1	3.9872	15	100.00e0	0.9119
8	2.00e-1	1.6378	16	316.23e0	6.2773

먼저 추진제가 고정경계조건 상태에서 내압을 받는 경우에 대한 응력상태와 추진제가 이동 경계조건 상태에서 내압을 받는 경우의 응력상태에 대한 경향성을 그림 2.~5.에서 검토하여 보면

- a) 반경방향의 응력 $\sigma_r(r, t)$ 은 시간이 경과함에 따라 증가하다가 반경 $r=a(t)$ 가 되면 경계에 작용하는 내압 즉 8.96MPa이 된다. 원주방향 응력 $\sigma_\theta(r, t)$ 도 역시 반경방향의 응력 $\sigma_r(r, t)$ 과 마찬가지로 시간이 경과함에 따라 증가하게 되는데 반경이 클수록 반경 $r=a(t)$ 에서의 원주방향 응력 $\sigma_\theta(r, t)$ 가 커진다.
- b) 경계가 변하지 않는 경우에는 전이구역을 지나고 나서 일정한 값에 도달하고 그 값을 유지하게 된다. 경계가 변하는 문제에서 응력이 시간과 반경에 대해 변화하는 추이가 고정 경계문제에서와 다른 이유는 시간이 경과함에 따라 내부경계가 반경바깥 방향으로 이동하게 되어 추진제가 충분히 이완 반응할 시간적인 여유가 없이 내부 경계와 응력을 구하고자 하는 점이 점차로 가까워지기 때문이라고 판단된다.
- c) 따라서 같은 지점에서의 시간 경과에 따른 응력변화를 생각해 볼 때 경계가 변하는 경우에는 연소에 의한 경계의 전진과 충분한 Relaxation Time 이 주어지지 않으므로 경계가 변하지 않는 경우와는 달리 응력이 더 큰 값을 갖게 되고 시간에 따른 응력곡선도 가파른 기울기를 나타낸다.

그림 2.~5.에서 시간이 0일때, 즉 점탄성체의 초기 탄성해 (initial elastic solution)의 값이 서로 차이가 나타나게 되는데 이는 본 연구에서는 추진제를 완전 비압축성으로 보고 추진제가 부피변형에 대해서는 isotropic하게 거동한다고 보아 일정한 상수를 적용한 반면 참고문헌 [7]에서는 사용한 tensile modulus에서부터 물성에 대한 관계식(20)을 통하여 계산된 값을 사용하였기 때문에 발생한 것으로 판단된다.

$$\bar{\mu} = \frac{\bar{E}}{2(1+s\nu)} \quad , \quad \bar{K} = \frac{\bar{E}}{3(1-2s\nu)} \quad (20)$$

여기서 E 는 Laplace 변환된 Tensile relaxation modulus
 $\bar{\mu}$ 는 Laplace 변환된 Shear relaxation modulus
 \bar{K} 는 Laplace 변환된 Bulk relaxation modulus
 $\bar{\nu}$ 는 Laplace 변환된 포아송 비이다.

비록 초기 탄성해(elastic solution)에 의한 초기값은 미세한 차이가 있지만 그림 2. 3.에서 보는바와 같이 시간에 따른 추진제의 relaxation으로 인한 반경방향의 응력값에 대한 경향성은 두 방법이 서로 일치함을 알수 있다.

6. 적용

본 해석에 적용된 모델은 총 연소시간이 약 2.7초급의 소형추진기관으로 이 모타에 사용된 추진제는 HTPB계열의 추진제로서 해석에 적용한 연소속도는 표준환경 시험조건에서의 값을 적용하였다.그림6은 실제연소시험에서의 실제압력하중과을 본 연구에서 근사화 시킨 압력을 나타낸 것이다. 물론 연소시험에서 얻은 실제압력을 그대로 pointwise로 적용할 수도 있으나 이는 시간 증분 값이 너무 짧기 때문에 구조해석상 무의미하다고 판단되어 최대로 근사화 시켜 간단히 적용하였다. 적용 추진제의 relaxation curve는 인장시험에 의해 그림 7과 같으며 수치해석을 위해 prony series로 전개하였다.

6.1 형상 및 구속조건

원통형의 추진제를 외부에서 탄성체인 steel로 구속하여 추진제가 연소하면서 발생시키는 큰 압력을 견디도록 설계되었으며 형상의 dimension과 steel 물성을 정리하였다.

$$\begin{aligned} \text{dimension : } & b/a = 3.02 \\ & h = 1.5 \text{ mm} \\ \text{material property of steel case : } & E_a = 2.66E+7 \text{ PSI} \\ & \nu_c = 0.32 \end{aligned}$$

6.2 시간 증분선택

일반적으로 과거이력에 종속되는 문제의 해는 시간증분을 통한 반복적 계산이 요구되며 계산과정에서 시간증분의 크기에 따라 해의 정밀도에 영향을 미친다. 이러한 영향은 시간증분의 크기에 따른 적분차수에서 발생하는 오차가 가장 크므로 해의 변화가 심한 부분에 있어서는 충분히 작은 증분량이 요구된다. 본 연구의 적용예에 있어서 총연소시간이 2.7초 정도로 시간 증분치를 0.05초로 주었다.

6.3 해석 결과

추진제가 연소로 인하여 추진제 내경이 시간에 따라서 변하면서 압력하중을 받는 경우를 해석한 결과 반경 방향의 응력은 연소초기에는 추진제의 web두께가 두꺼워서 추진제의 내경과 외경에 작용하는 응력값이 상당한 차이가 있지만 연소가 진행 됨에 따라 그 차이는 점점 줄어들게 되며 연소 말기에는 추진제의 web두께가 현저히 감소하여 두 값이 거의 일치하게 된다. 원주 방향의 응력값도 반경 방향의 응력값과 마찬가지로 연소 초기에는 추진제의 내경과 외경에 작용하는 응력값이 상당한 차이가 있지만 연소 말기에는 거의 차이가 없이 두 값이 일치하게 된다. 이는 식(8)을 변형하여 parameter로 표현하면 반경방향의 응력 값과 원주 방향의 응력 값이 각각 다음과 같이 표현 되기 때문이다.

$$\sigma_r(r, t) = A(p(t), r(t)) + \frac{B(p(t), r(t))}{r^2}$$

$$\sigma_\theta(r, t) = A(p(t), r(t)) - \frac{B(p(t), r(t))}{r^2}$$

그림 8은 임의에 추진제 반경에 대한 반경방향의 응력분포를 나타낸 것으로 추진제가 연소됨에 따라 압력이 작용하는 경계가 추진제의 바깥 반경방향으로 이동하게 된다. 이로 인하여 내부의 추진제가 충분히 relaxation될 수 있는 시간이 주어지지 않기 때문에 참고문헌[7]의 경우와 마찬가지로 경계가 변하지 않는 경우에 비해서 시간에 따라서 응력곡선이 가파른 기울기를 가지게 된다. 그림9는 원주 방향의 응력분포를 나타낸 것으로 반경방향의 응력과 같은 경향성을 보이고 있다. 그리고 그림 8,9에서 볼 수 있듯이 반경이 내경 (a)에서 외경 (b)으로 증가함에 따라서 반경방향의 응력은 감소하고 원주방향의 응력은 증가하게 된다.

7. 결론 및 고찰

본 연구에서 제시한 방법을 통하여 내부경계가 시간에 따라 변화하는 이동경계조건 문제를 유한차분법의 수치해석을 적용하여 수식전개하고 이를 컴퓨터 코드화하여 실제 계발추진기관에 적용하였다.

외부가 강철 케이스로 구속된 로켓 고체 추진제에 걸리는 응력해석 결과를 살펴보면 시간이 경과함에 따라 응력이 증가함을 알 수 있다. 경계가 변하는 문제에서 고체 추진제의 반경 방향의 응력은 시간이 흐름에 따라 지속적으로 급하게 증가하며 그 위치가 내부 경계가 될 때 최대 값을 갖게 되며 이러한 응력변화의 특성은 응력이 초기에만 증가하다가 그 이후 부터는 일정한 값에 도달하고 그 값을 유지하게 되는 고정 경계문제의 차이점이라는 것을 쉽게 알 수 있다.

기존의 고체 추진제 해석시 사용된 응력 및 변형해석을 하는 방법에서는 경계가 고정된 문제를 가정하여 초기형상에 대한 응력해석만 가능하였다. 본 연구에 의해 연소가 진행되는 동안의 연소하지 않은 추진제 내부 응력계산까지 확장하게 되었다.

그리고 추진제의 최대변형율은 Web가 두꺼우면 두꺼울수록 작용압력이 크면 클수록 증가한다. 그러므로 초기의 일정한 압력을 받는 추진제의 경우에는 추진제의 내경에서 최대변형율이 일어나게 된다.

그러나 추진제에 가해지는 압력이 시간이 따라 변하는 경우 최대 압력이 가해지는 순간에 압력에 의한 최대 변형율이 나타나지만 실제로 추진제가 연소되어 추진제의 Web두께에 의한 최대 변형률 효과를 줄어들게 되어 고정 경계조건의 경우보다는 작은 최대 변형율이 발생한다

향후 연구과제로는 추진기관이 발사되는 경우 추진기관이 받게되는 환경은 압력하중 뿐만 아니라 추진기관의 회전에 의한 spin 하중, 그리고 중력가속도에 의한 체력을 동시에 받게 되는데 이를 동시에 고려할 수 있는 수치기법을 개발하는 것이 신뢰할만한 추진기관을 개발하는데 많은 도움이 되리라 생각된다.

참 고 문 헌

1. Lee, E. H., Radok, J. R. M. and Woodward, W. B. , " Stress analysis for linear viscoelastic material", Trans. Soc. Rheol. 3, 41-59 [1959]
2. Corneliussen, A. H. , Lee, E. H., " Stress distribution analysis for linear viscoelastic materials", International Union of Theoretical and Applied Mechanics Symposium on Creep, pp. 1-20,[1960]
3. Corneliussen, A. H. , Kamowitz, E. F., Lee, E. H., and Radok, J. R. M. , " viscoelastic stress analysis of a spinning hollow circular cylinder with an ablating pressurized cavity", Trans. Soc. Rheol. 7, 357-390 [1963]
4. Shinozuka, M., "Stresses in a linear incompressible viscoelastic cylinder with moving inner boundary", J. Appl. Mech. 13, 335-341 [1963]
5. Roger, T. G. and Lee, E. H., " The cylinder problem in visco-elastic stress analysis", Quart. Appl. MATH. 22, 117-131 [1964]
6. Schapery, R. A., " An approximate method of stress analysis for a large class of problem in viscoelasticity", Purdue Univ. Rept. A and ES62-18 [1963]
7. 윤성기, 조맹효, 조용현, 그리고 채현석, " 유한요소법을 이용한 경계가 변하는 로켓 고체 추진제의 응력해석", 한국항공학회지, p 52-64 [1991]

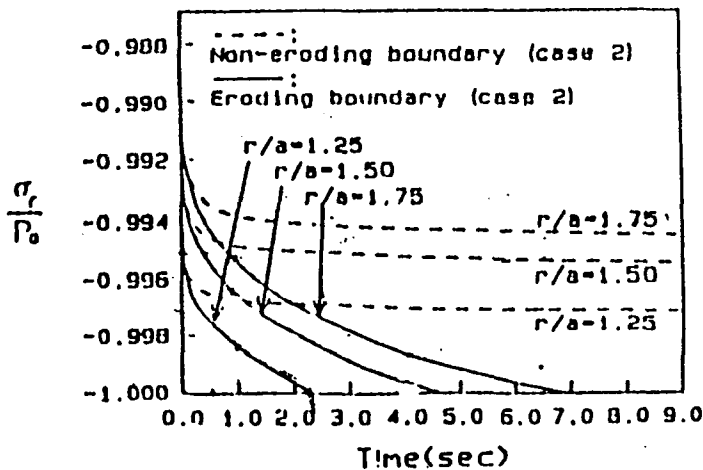


그림2. 참고문헌[7]의 반경방향 응력분포

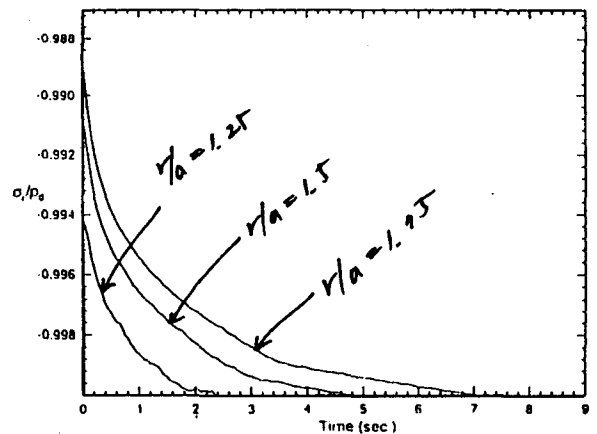


그림3. 본 방법에서 구한 반경방향의 응력분포

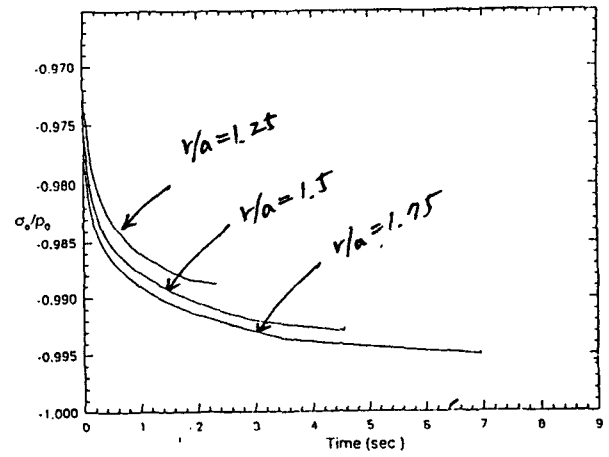
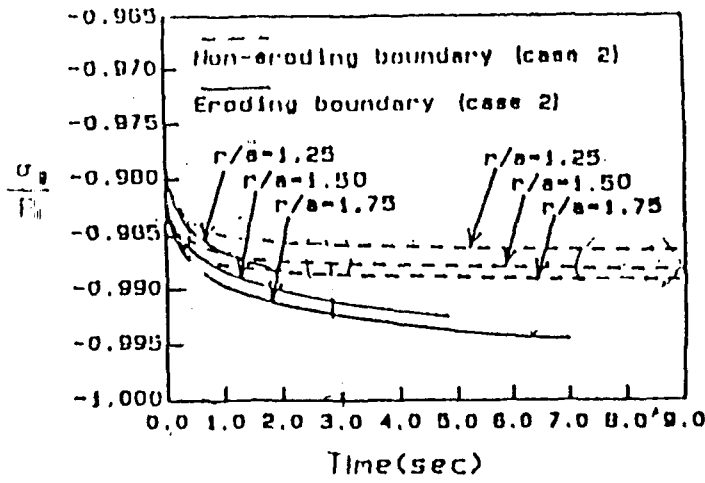


그림4. 참고문헌[7]의 원주방향 응력분포

그림5. 본 방법에서 구한 원주방향의 응력분포

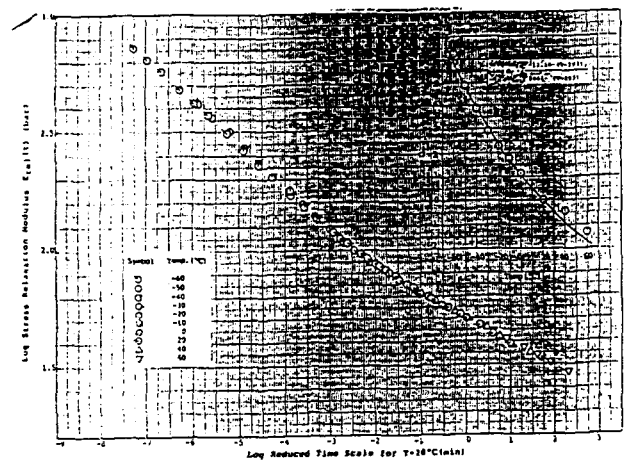
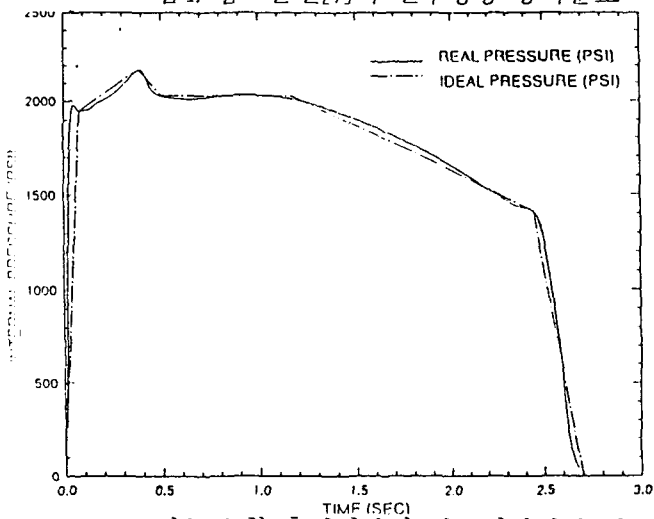


그림6. 소형 추진기관의 연소시험에서 얻은 압력곡선 및 근사화 곡선

그림7. 소형 추진기관에 적용된 추진제의 Relaxation curve

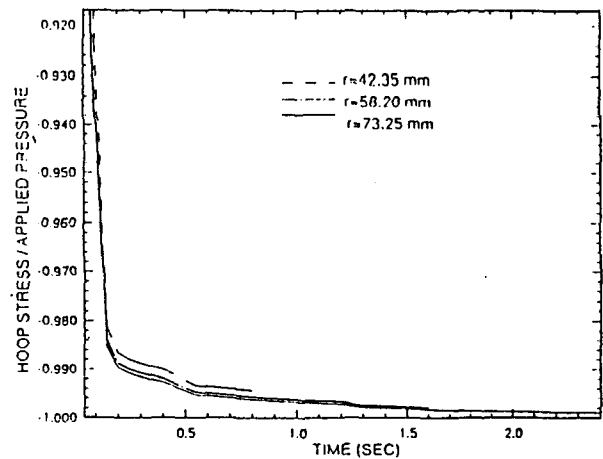
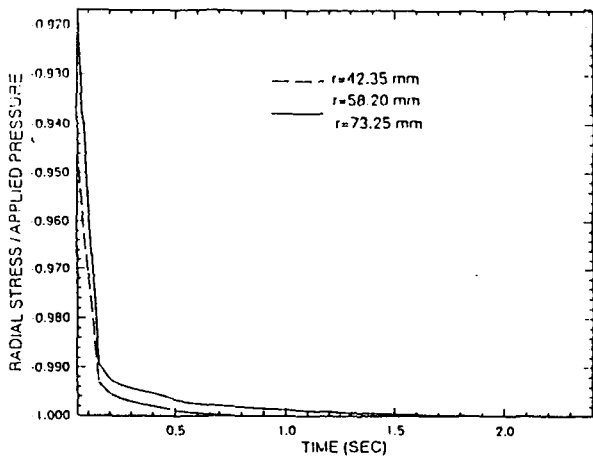


그림8. 소형 추진기관의 반경방향 응력분포

그림9. 소형 추진기관의 원주방향의 응력분포