

# 가속도귀환방식에 의한 ATMD의 특성

## Properties of ATMD with Acceleration Feedback System

최 민호\*      강 병두\*      노 필성\*\*      김 재웅\*\*\*  
Chey, Min-Ho      Kang, Peung-Doo      Roh, Phil-Sung      Kim, Jae-Ung

### ABSTRACT

In order to search more efficient structural control algorithm, several closed-loop algorithm are developed. Among those, feedback control algorithm using parameters as displacement, velocity, and acceleration has been studied. In this paper, especially the characteristics of acceleration feedback is studied as more efficient control algorithm than any others. Furthermore the fact that ATMD with acceleration feedback system further reduce the variance of structural displacement rather than with displacement or velocity feedback system will be examined and proved.

### 1. 서론

근래의 구조물들은 고층, 유연화되는 경향이 있기 때문에 지진이나 풍하중 같은 동적하중에 대한 고층구조물의 응답은 주요한 관심의 대상이 되고 있다. 따라서 이러한 응답을 조절하기 위한 여러가지의 조절장치와 조절방식에 대한 연구가 활발히 전개되고 있으며, 그 중에서도 에너지흡수장치인 TMD(tuned mass damper)에 대한 연구는 많은 성과와 함께 실제의 구조물에 적용되는 단계에 이르고 있다. 그러나 Den Hartog<sup>1)</sup>, Crandall<sup>2)</sup>, McNamara<sup>3)</sup> 등에 의해 연구되어 온 수동TMD는 조절효과의 한계가 있기 때문에, Soong<sup>4)</sup>, Abdel-Rohman<sup>5)</sup> 등은 구조물과 TMD 사이에 부가적인 조절력을 사용하는 능동TMD를 연구하게 되었다.

능동TMD의 최적설계에서는 응답을 최소화하는 수동TMD의 최적조건 뿐 아니라 소요되는 조절력 및 에너지의 최소화가 요구되며, 이러한 능동TMD의 최적조건은 변수최적화문제를 통하여 얻어질 수 있다.

Chang<sup>6)</sup>은 단자유도계(SDOF)로 표현된 구조물에 TMD가 부착된 모델에 대한 변수최적화 문제를 연구하여, 속도귀환조절(velocity feedback control)의 부적합성 및 전체귀환조절(complete feedback control)의 효과성을 제시하였다.

본 연구에서는 속도귀환의 비효율성을 감안하여 가속도귀환조절(acceleration feedback control)을 제시하고, 그 효율성을 상기의 조절방식들과 비교, 검토하고자 한다. 아울러 같은 조건에 대한 비교를 위하여 Chang의 경우와 같이 지반가속도는 정상(stationary), 정규(Gaussian), 크기가 S0인 백색잡음(white noise)으로서 평균은 0(zero mean)인 것으로 가정하며, 구조물 변위의 분산(variance)을 최소화하는 최적조건을 구하고자 한다.

\* 동아대학교 건축공학과 석사과정  
\*\* 동아대학교 건축공학과 박사수료  
\*\*\* 동아대학교 건축공학과 교수

## 2. 운동방정식

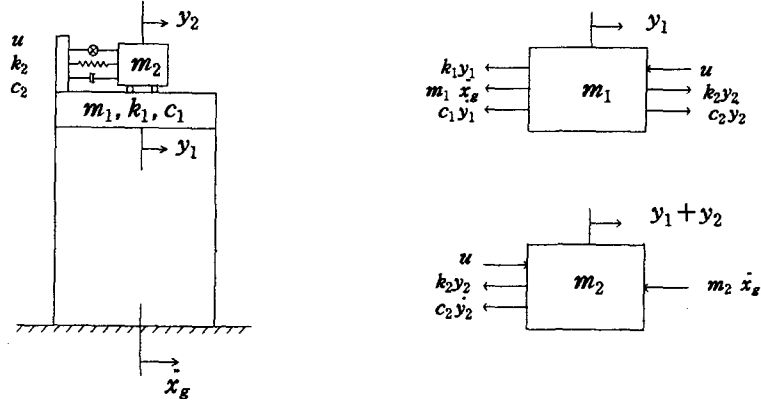


그림 1. TMD가 부착된 구조물의 모델 및 자유물체도

그림 1과 같이 구조물(SDOF)과 상단에 설치된 TMD에 대한 운동방정식을 표현하면 다음과 같다.

$$m_1 \ddot{y}_1 = -k_1 y_1 - c_1 \dot{y}_1 - m_1 \ddot{x}_g - u + k_2 y_2 + c_2 \dot{y}_2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$m_2 (\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2) = u - k_2 y_2 - c_2 \dot{y}_2 - m_2 \ddot{x}_g \quad \dots\dots\dots(2)$$

위에서  $\ddot{x}_g$ 는 지반가속도,  $y_1$ 은 지반에 대한 구조물의 상대변위,  $y_2$ 는 구조물에 대한 TMD의 상대변위를 각각 나타낸다. 위의 식들을 정리하면,

$$H_1 P_1 + H_2 P_2 + H_3 P_3 + H_u u = H_e e \quad \dots\dots\dots(3)$$

위에서 각각의 행렬 및 벡터요소들은 다음과 같다.

$$H_1 = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ m_2 & m_2 \end{bmatrix}, \quad H_2 = \begin{bmatrix} c_1 & -c_2 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}, \quad H_3 = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}, \quad H_u = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix}, \quad P_3 = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}, \quad H_e = \begin{bmatrix} -m_1 \\ -m_2 \end{bmatrix}, \quad e = \ddot{x}_g \quad \dots\dots\dots(4)$$

위의 운동방정식을 기준으로 조절방식에 따르는 운동방정식 및 변수의 최적조건을 구하며, 최적조건은 구조물 변위의 분산을 최소화하는 조건에 따라 구한다. 수동TMD, 능동TMD1(속도귀환방식 능동TMD), 능동TMD2(전체귀환방식 능동TMD)는 Chang의 결과를 인용하기로 하며, 능동TMD3(가속도귀환방식 능동TMD)는 본 연구에서 제시하여 앞서의 경우들과 비교, 검토하기로 한다.

앞으로 각 경우에 대한 응답들에서 주요변수들은 필요한 경우 다음과 같은 형태로 변환하여 표현하기로 한다.

$$w_i^2 = \frac{k_i}{m_i} \quad (i=1,2), \quad c_i = 2\zeta_i w_i m_i \quad (i=1,2), \quad \dots\dots\dots(5, 6)$$

$$\mu_i = \frac{m_i}{m_1} \quad (i=2,3,4), \quad \nu = \frac{w_2}{w_1} \quad \dots\dots\dots(7, 8)$$

위에서  $m, c, k, w, \zeta, \mu, \nu$ 는 각각 질량, 감쇠, 강성, 진동수, 감쇠율, 질량비, 진동수비를 나타낸다. 또한 아래첨자 1은 구조물, 아래첨자 2는 TMD, 아래첨자 3과 4는 귀환계수를 의미한다.

### 2.1 수동TMD

$$\text{조절력 ; } u=0, \quad H_u u=0 \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\text{운동방정식 ; } H_1 P_1 + H_2 P_2 + H_3 P_3 = H_e e \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\text{최적조건 ; } \nu_{opt} = \frac{\left(1 - \frac{1}{2} \mu_2\right)^{1/2}}{1 + \mu_2}, \quad \zeta_{2opt} = \left( \frac{\mu_2 \left(1 - \frac{1}{4} \mu_2\right)}{4(1 + \mu_2)\left(1 - \frac{1}{2} \mu_2\right)} \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots(11, 12)$$

### 2.2 능동TMD1 (속도귀환방식 능동TMD)

$$\text{조절력 ; } u = g_1 \dot{y}_1 - g_2 (\dot{y}_1 + \dot{y}_2) = (g_1 - g_2) \dot{y}_1 - g_2 \dot{y}_2 \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$H_u u = H_u q_1 P_2, \quad q_1 = [g_1 - g_2 - g_2] \quad \dots\dots\dots(14, 15)$$

$$\text{운동방정식 ; } H_1 P_1 + (H_2 + H_u q_1) P_2 + H_3 P_3 = H_e e \quad \dots\dots\dots(16)$$

### 2.3 능동TMD2 (전체귀환방식 능동TMD)

$$\text{조절력 ; } u = m_3 (-\ddot{y}_2) + c_3 (-\dot{y}_2) + k_3 (-y_2) \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$H_u u = H_u q_1 P_1 + H_u q_2 P_2 + H_u q_3 P_3 \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$q_1 = [0 \quad -m_3], \quad q_2 = [0 \quad -c_3], \quad q_3 = [0 \quad -k_3] \quad \dots\dots\dots(19, 20, 21)$$

$$\text{운동방정식 ; } (H_1 + H_u q_1) P_1 + (H_2 + H_u q_2) P_2 + (H_3 + H_u q_3) P_3 = H_e e \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$\text{최적조건 ; } (k_2 + k_3)_{opt} = \frac{k_1 \left( \mu_2 - \frac{1}{2} \mu_2^2 + \mu_3 + \mu_2 \mu_3 \right)}{(1 + \mu_2)^2} \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$(c_2 + c_3)_{opt} = \frac{c_1 \mu_2 \left( \mu_2 - \frac{1}{4} \mu_2^2 + \mu_3 + \mu_2 \mu_3 \right)^{1/2}}{2(1 + \mu_2)^{3/2} \zeta_1} \quad \dots\dots\dots(24)$$

## 2.4 능동TMD3 (가속도귀환방식 능동TMD )

조절력  $u$ 를 가속도만에 의한 귀환방식으로 가정할 때

$$u = m_3 \ddot{y}_2 - m_4 \ddot{y}_1 \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$H_u u = H_u q P_1 \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$q = [ -m_4 \quad m_3 ] \quad \dots\dots\dots(27)$$

이 되며, 이 조건들을 식 (3)에 대입하면 능동TMD3의 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$(H_1 + H_u q)P_1 + H_2 P_2 + H_3 P_3 = H_e e \quad \dots\dots\dots(28)$$

여기서  $y_1$ 에 대한 진동수응답  $H_{y_1}(w)$ 는  $e = e^{iwt}$ ,  $y_1 = H_{y_1}(w)e^{iwt}$ ,  $y_2 = H_{y_2}(w)e^{iwt}$ 와 그 도함수들을 운동방정식에 대입하고,  $e^{iwt}$ 를 소거한 후,  $H_{y_1}(w)$ ,  $H_{y_2}(w)$ 에 대한 연립방정식을 풀면 얻어질 수 있다.

$$H_{y_1}(w) = \frac{w^2(\mu_2 - \mu_3 - \mu_2\mu_3)m_1^2 + iw(-1 - \mu_2)c_2m_1 - k_2m_1(1 + \mu_2)}{\Delta} \quad \dots\dots\dots(29)$$

위에서  $\Delta$ 는 다음과 같으며,

$$\Delta = w^4(\mu_2 - \mu_3 - \mu_2\mu_3 + \mu_2\mu_4) m_1^2 - iw^3(c_2 + c_1\mu_2 + c_2\mu_2 - c_1\mu_3)m_1 - w^2(c_1c_2 + k_2m_1 + k_1\mu_2m_1 + k_2\mu_2m_1 - k_1\mu_3m_1) + iw(c_2k_1 + c_1k_2) + k_1k_2 \quad \dots\dots\dots(30)$$

구조물 조절변위의 분산은,

$$\sigma_{y_1}^2 = E[ y_1^2 ] = S_0 \int_{-\infty}^{\infty} | H_{y_1}(w) |^2 dw \quad \dots\dots\dots(31)$$

이 되고, 비조절변위의 분산을 구하면

$$\sigma_y^2 = \frac{\pi}{2} \frac{S_0}{\zeta_1 w_1^3} \quad \dots\dots\dots(32)$$

이 된다. Chang의 경우와 같이 구조물의 감쇠  $\zeta_1$ 을 무시할 때, 구조물의 조절변위는

$$\begin{aligned} \sigma_{y_1}^2 = & \pi S_0 (\mu_2^2 - 2\mu_2\mu_3 - 2\mu_2^2\mu_3 + \mu_3^2 + 2\mu_2\mu_3^2 + \mu_2^2\mu_3^2 - 2\mu_2^2\nu^2 - 3\mu_2^2\nu^2 \\ & + \mu_2^5\nu^2 + 2\mu_2\mu_3\nu^2 + 6\mu_2^2\mu_3\nu^2 + 6\mu_2^3\mu_3\nu^2 + 2\mu_2^4\mu_3\nu^2 + \mu_2^2\mu_4\nu^2 + 2\mu_2^3\mu_4\nu^2 \\ & + \mu_2^4\mu_4\nu^2 + \mu_2^2\nu^4 + 4\mu_2^3\nu^4 + 6\mu_2^4\nu^4 + 4\mu_2^5\nu^4 + \mu_2^6\nu^4 + 4\mu_2^2\nu^2z_2^2 + 12\mu_2^3\nu^2z_2^2 \\ & + 12\mu_2^4\nu^2z_2^2 + 4\mu_2^5\nu^2z_2^2) / 2\mu_2^2(\mu_2 + \mu_4)\nu\omega_1^3\zeta_2 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(33)$$

이 되고,  $\sigma_y^2$ 을  $\nu$  와  $\zeta_2$ 에 대해 편미분하여 각각이 0이 되는 조건에서 수동TMD의 최적진동수비  $\nu_{opt}$ 와 최적감쇠비  $\zeta_{2opt}$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\nu_{opt} = \frac{\left(1 - \frac{1}{2}\mu_2 - \frac{\mu_3}{\mu_2} - \mu_3 - \frac{1}{2}\mu_4\right)^{1/2}}{1 + \mu_2}, \quad \dots\dots\dots(34)$$

$$\zeta_{2opt} = \left[ \frac{(\mu_2 + \mu_4)\left(1 - \frac{1}{4}\mu_2 - \frac{\mu_3}{\mu_2} - \mu_3 - \frac{1}{4}\mu_4\right)}{4(1 + \mu_2)\left(1 - \frac{1}{2}\mu_2 - \frac{\mu_3}{\mu_2} - \mu_3 - \frac{1}{2}\mu_4\right)} \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots(35)$$

### 3. 가속도귀환방식 능동TMD(능동TMD3)의 특성

속도귀환(능동TMD1)의 경우, Chang의 지적과 같이 수동TMD에서 구한  $\nu_{opt}$ ,  $\zeta_{2opt}$  값이 이미 변위를 최소화하기 때문에, 최적수동TMD에 속도귀환방식을 이용한 추가적인 조절력은 오히려 진동을 증가시키게 된다.

따라서 Chang은 변위, 속도 이외에 가속도귀환방식을 추가하는 전체귀환방식(능동TMD2)를 제시하고 그 효율성을 비교, 검토하였다. 그러나 능동TMD2에서 사용된 변위, 속도귀환방식은, 능동TMD1에서의 성격을 고찰할 때 진동조절에 오히려 불리하게 작용할 것으로 보인다. 따라서 본 연구에서는 변위, 속도귀환방식을 제외하고 가속도귀환방식만 사용하는 능동TMD방식을 제시하고 그 성격을 고찰하였다.

능동TMD3에서는 구조물과 TMD의 상대가속도  $\ddot{y}_1$  와  $\ddot{y}_2$ 에 따른 가속도귀환방식으로서, 각각에 대한 귀환계수는  $m_4(=\mu_4 m_1)$  와  $m_3(=\mu_3 m_1)$ 이다.  $\mu_4$  와  $\mu_3$ 의 변화에 따른 조절효과를 살펴보기 위하여,  $\mu_2=0.01$   $\nu=\nu_{opt}$ ,  $\zeta_2=\zeta_{2opt}$ ,  $\zeta_1=0.01$ ,  $\omega_1=1.1246 \text{ rad/s}$ ,  $m_1=4.61 \times 10^7 \text{ N-s}^2/\text{m}$ ,  $S_0=3.62 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^3$  그리고  $-0.02 \leq \mu_4 \leq 0.02$ ,  $-0.02 \leq \mu_3 \leq 0.02$ 의 범위에 대한  $\sigma_{y_1}/\sigma_y$ 의 분포를 구하면 그림 2와 같다. 위에서  $\sigma_{y_1}$ 은 구조물의 조절변위,  $\sigma_y$ 는 구조물의 비조절변위를 나타내고,  $\sigma_{y_1}/\sigma_y$ 는 비조절변위에 대한 조절변위의 비율, 즉 조절효과를 나타내게 된다.

3차원 그래프(그림 2)에서와 같이 능동TMD3의 경우, 조절력이 0인 수동TMD의 경우(좌표  $\mu_3=0$ ,  $\mu_4=0$ )을 기준으로 할 때,  $\mu_3 < 0$ ,  $\mu_4 < 0$ 인 구간에서 진동이 오히려 더 커지며,  $\mu_3 > 0.01$ ,  $\mu_4 < -0.01$ 에서는 응답이 불안정해지는 것을 알 수 있다. 따라서  $0 < \mu_3 < 0.01$ ,  $0 < \mu_4 < 0.01$  범위에 대하여 조절효과를 고찰하기로 하며, 이와 같은 범위에 대한 수동TMD의 최적조건  $\nu_{opt}$ ,  $\zeta_{2opt}$ 를 그래프로 표현하면 그림 3, 4와 같다.

구조물과 TMD의 최적 진동수비는  $\mu_3$ 가 커짐에 따라 줄어드나  $\mu_4$ 의 영향은 거의 받지 않으며, TMD의 최적 감쇠비는 주어진 범위의  $\mu_3$ 와  $\mu_4$ 에 대해서 약 0.05~0.07의 값이 되는 것을 알 수 있다.

구조물의 비조절변위에 대한 조절변위의 비  $\sigma_y/\sigma_x$ 를 기준으로  $\mu_3$ 와  $\mu_4$ 의 변화에 따른 능동TMD3의 조절효과를 검토한 결과,  $\mu_3$ 와  $\mu_4$ 의 값이 증가할수록 조절효과가 큰 것으로 나타나며(그림 5), 이에 필요한 조절력  $\sigma_u$ 도 다소 증가함을 알 수 있다(그림 6). 또한  $\mu_4$ 보다는  $\mu_3$ 에 의한 조절효과가 더 크며(그림 5),  $\mu_3$ 가 어느 값(약 0.009)이상이 되면 진동이 감소하는 비율(그림 5)보다 조절력이 급격히 커지는 현상(그림 6)이 나타난다.

능동TMD1, 능동TMD2 그리고 능동TMD3 ( $\mu_4=0$ )에 대하여 구조물의 조절효과를 비교한 결과, 그림 7에서와 같이 능동TMD1, 능동TMD2 보다 가속도요소만의 귀환을 이용한 능동TMD3의 경우가 같은 조절력  $\sigma_u$ 에 대하여 더 큰 조절효과가 있음을 확인할 수 있다. 또한 능동TMD2 보다는 능동TMD3가, 그리고 같은 능동TMD3의 경우에는  $\mu_4$  값이 증가할수록 소요되는 조절력  $\sigma_y$ 는 더 적은 반면에 그 조절효과는 더 크게 나타남을 확인할 수 있다(그림 8).

#### 4. 결론

최적수동TMD에 변위 및 속도귀환의 조절방식을 적용할 때 조절력의 증가에 따라 진동이 오히려 증가하는 현상이 발생되기 때문에, 본 연구에서는 최적수동TMD와 함께 가속도 귀환 조절방식을 제시하고 그 특성을 고찰하였으며 연구결과는 다음과 같이 정리될 수 있다.

1. 가속도 귀환방식은 같은 조절력에 대해서 속도귀환 또는 전체귀환방식보다 조절효과가 더 큰 것으로 나타난다.
2. 구조물보다는 TMD의 가속도귀환에 의한 조절방식이 더 큰 진동조절효과를 보여준다.
3. 가속도귀환계수의 크기가 커질수록 진동조절의 효과는 증가하나, 어느 범위를 벗어나면 조절력의 크기가 급격히 증가하며 진동이 커지는 성격을 갖는다.

#### 참 고 문 헌

1. Den Hartog, J. P. (1984). Mechanical vibration. Dover Publications, Inc., New York.
2. Crandall, S. H., and Mark, W. D. (1963). Random vibration in mechanical systems. Academic Press, Inc., SanDiego, Calif.
3. McNamara, R. J. (1977). "Tuned mass dampers for buildings." J. Struct. Div., ASCE, 103(9), 1785-1798.
4. Chang, J. C. H., and Soong, T. T. (1980). "Structural control using active tuned mass damper." J. Engrg. Mech., ASCE, 106(6), 1091-1098.
5. Abdel-Rohman, M. (1984). "Optimal design of active TMD for building control." Build. and Envir., 19(3), 191-195.
6. Chang, C. C., and Yang, Henry T. Y. (1995). "Control of buildings using active tuned mass dampers." J. Engrg. Mech., ASCE, 121(3), 355-366.

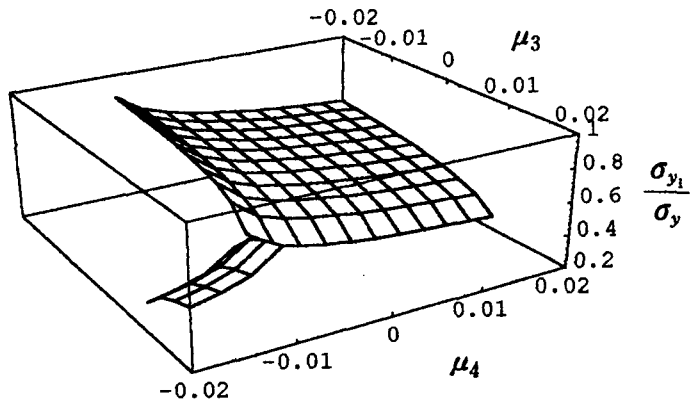


그림 2.  $\mu_3$ 와  $\mu_4$ 에 따른 조절효과  $\sigma_{y1}/\sigma_y$

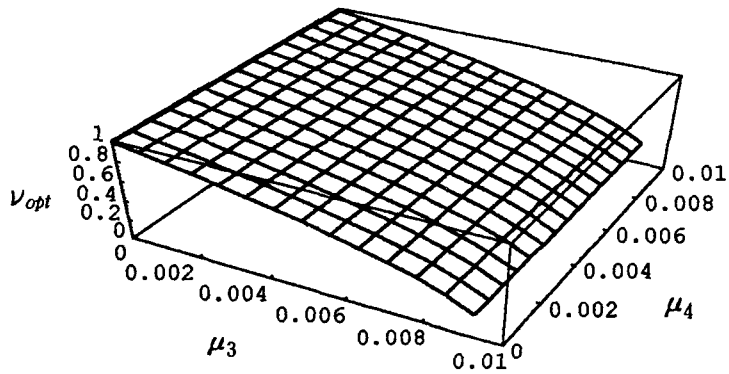


그림 3.  $\mu_3$ 와  $\mu_4$ 에 따른 최적 진동수비  $\nu_{opt}$

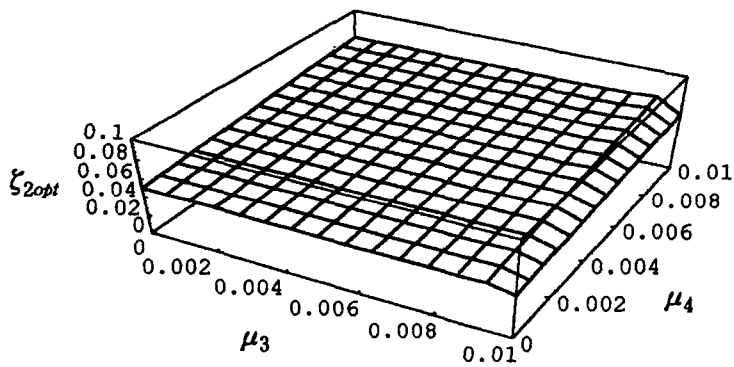


그림 4.  $\mu_3$ 와  $\mu_4$ 에 따른 TMD의 최적감쇠비  $\xi_{2opt}$

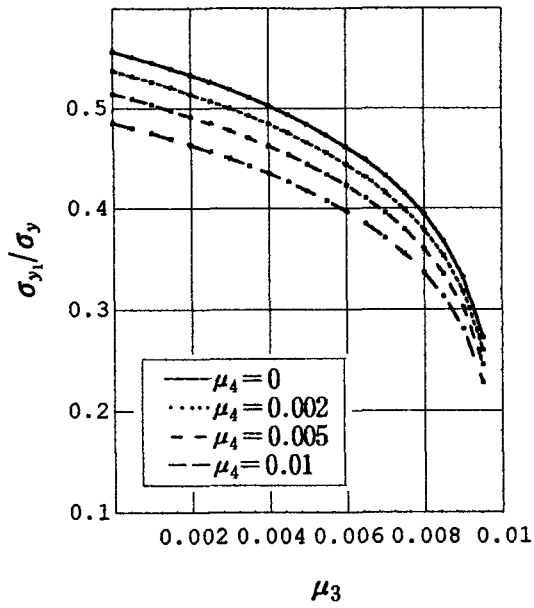


그림 5. 능동TMD3의 조절효과  $\sigma_{y1}/\sigma_y$

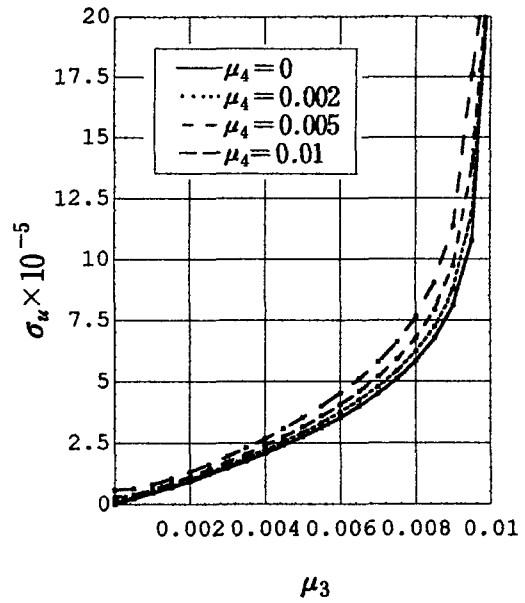


그림 6. 능동TMD3의 조절력  $\sigma_u \times 10^{-5}$

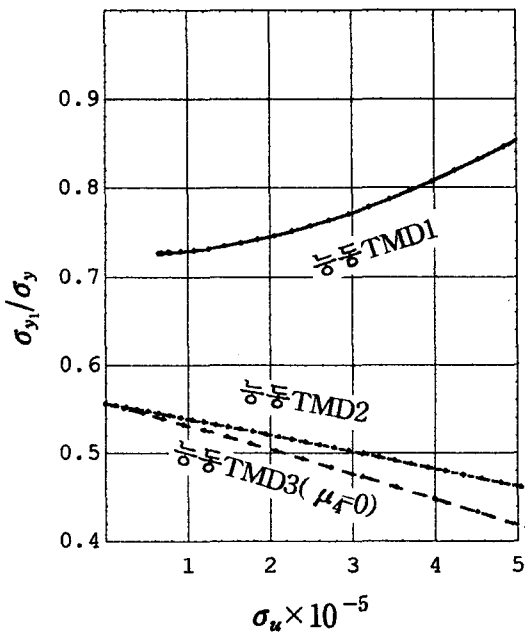


그림 7. 조절력에 따른 능동TMD 1, 2, 3의 조절효과

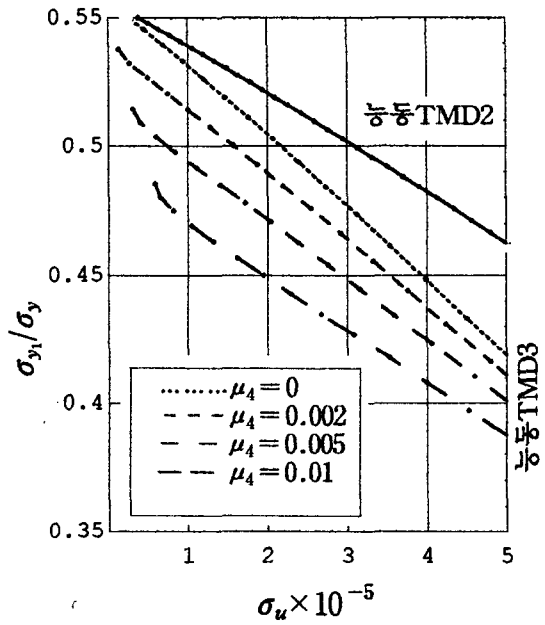


그림 8. 조절력에 따른 능동TMD 2, 3의 조절효과