

RC 쌍곡포물선 내림마루형식 지붕 셸의 거동 (Behavior of RC Gabled Hyperbolic Paraboloid Shell)

○ 민창식*, 이재석**

ABSTRACT

Muller-Scordelis RC Gabled Hyperbolic Paraboloid (HP) shell is divided by 40x40 mesh and analyzed using a finite element computer program which was developed by Mahamoud and Gupta and migrated to a Cray Y-MP C90 at SERI. The results are compared with membrane theory and Muller-Scordelis's results. Comparing with Muller-Scordelis's result it shows that good agreements between two analyses, except a discrepancy in the normal deflections of the crown beam. The behavior of the crown beam is quite sensitive and needs further study. The analysis shows that Gabled HP shells do not behave as the typical shells according to the membrane theory. To design such Gabled HP shells we rather use a finite element analysis which simulates realistically membrane and bending actions of the shells.

1. 서론

직선경계를 갖는 철근콘크리트 쌍곡포물선 셸 구조물은 xy평면에 기울기가 각각 변화하는 2개의 직선으로 구성할 수 있어 거푸집의 제작이 용이할 뿐만 아니라, 외형이 아름답고 구조물에 중간기둥이 필요 없어서 운동경기장, 강당, 역사, 전시장이나 주차장 등 확트인 넓은 공간이 필요한 구조물에 적용될 수 있다. 초기에 이러한 셸 구조물의 설계는 휨모멘트를 무시하는 막이론 해석에 의하고 경계부분에서는 2차 영향을 얼마간 고려하여 수행하였다^(2,14,17,18). 최근에 와서 고성능컴퓨터의 개발에 힘입어 휨과 막응력을 고려하는 유한요소 수치해석 방법에 의해서 설계 재하하중에 의한 셸의 탄성응력을 구하고, 보강철근은 고려하는 특정부분의 한계상태에 근거를 두어 수행되고있다^(1,4). 이러한 설계방법 즉, 응력은 정력학적해석(또는 탄성해석)에 의해서 구하고 보강철근은 특정부분의 한계상태에 근거를 둔 설계방법은 다른 철근콘크리트 구조물에서는 이미 오랫동안의 해석과 실험 그리고 경험에 의해서 체계가 확립되었다고 볼 수 있지만, 셸 구조물에 대해서는 아직 이 설계방법의 일반적인 적용이 확립되지 않고 있다. 1970년 건설된지 8년이 지난 미국 버지니아주의 고등학교 체육관 지붕 셸의^(5,6) 붕괴는 이러한 쌍곡포물선 셸 구조물의 파괴에 대한 안전에 의문이 제기되었고, 따라서 극한거동과 강도를 규명하기 위해서 실질적인 수치모델을 이용하는 극한해석이 시도되고 있다^(4,7,10,12,13,14).

본 연구에서는 Muller와 Scordelis⁽¹⁴⁾가 막이론에 근거를 두어 설계하고 자신들의 해석에 이용했던 쌍곡포물선 셸의 한 종류인 내림마루형식 지붕 셸(Gabled 또는 Hipped Hyperbolic Paraboloid Shell)의 (그림 1) 극한해석을 시도하기 위한 준비로서 탄성해석을 하여 그 거동을 막이론해석에서 예측한 값과 비교하고, 또한 Muller-Scordelis의 결과와 비교하고자 한다. Muller-Scordelis는 1/8셸을 각각 74개와 100개의 삼각형요소로 모델 하여 탄성해석과 비탄성해석한 결과를 제시하고 있으며, 붕괴는 사하중과 15.5배의 활하중(20psf=98kg/m²)이 재하 됐을 때 지점부근 모서리보의 콘크리트의 압축파괴로 시작된다고 보고하고 있다.

* 정회원, 제주대학교 해양·토목공학과, 조교수

** 정회원, 시스템공학연구소(SERI), 시스템응용연구부장

2. 막이론해석^(2,3)

직선경계를 갖는 쌍곡포물선 쉘의 표면은 두 직선에 의해서 형성될 수 있으며, 정사각형 투영 평면을 가질 때,

$$z = -kxy, \quad k = \frac{s}{a^2}, \quad (1)$$

로 표현될 수 있다. 여기에서 k 는 상수로서 warping 또는 unitary slope라고 불리고, s 는 쉘 솟은 높이(sag)이고, a 는 쉘 한쪽 면의 xy 평면 투영길이이다 (그림 1, 2참조: z 좌표의 방향은 쉘의 윗 방향). 내림마루형식 쌍곡 지붕 쉘 (Gabled 또는 Hipped HP shell)은 이 쉘 표면을 4개 조합하고 4 모서리에 지점을 배치한 형태로 구성할 수가 있다. 힘의 영향은 미비하여 무시해도 괜찮다는 가정에서 시작하는 막이론해석에 의하면 쌍곡포물선의 연직막응력 N_x 와 N_y 가 경계조건에 좌우되는 적분상수로서 만약에 경계조건이 이 연직막응력들을 지지하지 않는다고 가정하여 N_x 와 N_y 를 영으로 놓으면, 쉘의 투영면에 연직 하는 등분포하중(q_z)이 재하 될 때 쉘에는 균일한 전단력, N_{xy} 만이 존재하게 된다. 전단력, N_{xy} 는 투영평면이 정사각형일 때,

$$N_{xy} = -\frac{q_z a^2}{2s}, \quad (2)$$

으로 표현된다. 경계에서 연직력 N_y 가 영이라는 가정을 도입한다는 것은 쉘의 꼭지점에서 지점 방향의 대각선 불룩한 아치 띠와 이에 90°의 오목한 현수 띠가 각각 1/2의 q_z 하중을 지지한다는 것을 의미하며, 이는 쉘이 같은 크기의 불룩하고 오목한 두 아치작용에 의해서 압축과 인장으로 외력에 저항한다는 것을 의미하는 것이다. 쉘의 경계에서 면에 평행하게 발생하는 전단력은 선형으로 증가하게 되며, 이 전단력이 평형을 유지하기 위해서는 경계부재에 축력으로 전달되게 된다. 따라서, 막이론해석에 의하면 평형을 유지하기 위하여서 경계에 연직한 막응력, N_x 와 N_y 는 필요하지도 않고, 식 (2)의 전단력은 경계부재에 힘은 없이 순수축력으로 전달되어 지점에 이르게 된다는 것을 의미하는 것이다.

일반적으로 중앙보(crown beam)와 모서리보(edge beam)를 쉘의 경계에 배치하여 축압축력에 저항하도록 하는 것이다 (그림 3참조)^(2,16,18). 이 축압축력은 중앙보에서 모서리에서는 영이고 쉘의 꼭지점에서는 최대 값이 되고, 모서리보는 보의 중앙에서는 영이고 지점에서는 최대 값이 되게 된다. 보가 지지해야되는 최대축력은 단순히 전단력에 쉘의 한면 평면투영길이를 곱해서 구하면 된다.

3. 모델 및 해석 방법

Mahmoud와 Gupta⁽¹¹⁾는 Min-Gupta의 모델⁽¹²⁾에 (1) 초기좌표를 기준으로 한 Lagrangian방법에 의한 대변형 거동의 영향과, (2) Lin-Scordelis⁽¹⁰⁾가 제안한 콘크리트 응력-변형률도 점진하강 모델의 tension stiffening영향, (3) 하중의 조건에 따라 균열각도가 회전할 수 있는 1차 균열이 발생한 뒤에⁽⁴⁾ 이 균열방향에 연직한 방향으로 2차 균열의 발생을 가능하게 하고, (4) 콘크리트의 구성거동은 2축 비탄성재료로 가정하고, 2축 파괴포락선도는 Kupfer-Gerstle⁽⁹⁾이 제안한 2축강도를 도입하여 수치해석모델을 개발하였다. 이 Mahmoud-Gupta 모델을 시스템공학연구소의 Cray Y-MP C90 슈퍼컴퓨터에 적용하여 부분적으로 수정하여 개발한 모델을 이용하여 비선형해석을 시도하기 전에 먼저 탄성해석을 수행하여 막이론이 예측한 거동과 비교하고, 또한 Muller-Scordelis의 결과와 비교하였다. 탄성해석을 근거로 설계가 시도되므로 쉘의 탄성거동을 이해한다는 것은 매우 중요하고 볼 수 있다.

Jadik-Billington⁽⁸⁾과 같이 구조물의 1/4 부분을 40x40 유한요소망으로 잘라서 해석하였다 (그림 4 참조). 안장 쉘에(Saddle shell) 대한 Min과 Gupta⁽¹³⁾의 유한요소 망 수렴연구에 의하면 64x64 유한요소 망을 [요소 한 변의 길이가 37.5cm] 이었던 해석에서 충분한 수렴해가 얻어짐을 보여주었다. 본 연구의 40x40 망은 한 변의 요소길이가 31cm로 충분히 작아서 수렴 해에 근접한 해를 얻을 수 있을 것으로 사료된다. 내림마루형식 쉘의 재하하중과 구조물의 대칭을 고려하면 오직 1/8셀만을 모델 화하면 될 것이다. 사용 유한요소가 사각형 4절점 요소이기 때문에 1/8셀

의 삼각형 형상을 그대로 모델화 할 수 없지만 쉘의 거울대칭성을 이용하면^(12,15) 1/8셀만을 모델 하여, 그림 4 에서 보여주는 것과 같이, 총 요소 수는 820이고 총 절점 수는 980으로 [요소의 두께가 상이한 증속절 점을 포함한 수⁽¹²⁾] 1/4셀 전체를 모델 하는 것에 비해서 약 49%의 절약효과를 얻을 수 있다 [이렇게 1/8셀만을 모델 하면 해석모델의 변위자유도는 4138에 반띠폭(semi-band width)은 203에 불과하게 된다]. 쉘과 중앙보 그리고 모서리보은 모두 4절점 등대개변수 쉘 요소로 모델 하였고, 중앙보와 모서리보의 단면은 Muller-Scordelis⁽¹⁴⁾와 같이 쉘의 중심에 일치되도록 배치하였다 (그림 3). 쉘과 보의 콘크리트는 모두 10개 층으로 증상화 하였고, 철근은 쉘에서는 단 층으로 콘크리트 층 중앙에서 2축으로(x-방향과 y-방향) 작용할 수 있도록 모델화 하였고, 중앙보와 모서리보에서는 각각 적당한 위치에 3개 층으로 배치하였다 (그림 3 참조). 본 유한요소 모델은 Akbar-Gupta⁽⁴⁾와 Min-Gupta⁽¹²⁾에 의해서 수치해석 결과와 실험결과를 비교하여 이미 모델의 거동이 입증되었다.

사하중과 등분포활하중(설하중, 20psf=98kg/m²)은 각 요소의 평면 투영 면적을 곱하여 구한 하중을 4로 나누어서 요소의 절점에 각각 재하 하였다. Shear-locking 현상을 피하기 위해서 균열전의 콘크리트요소는 선택적 적분기법이^(4,12) 사용되었다. 해석에 사용된 콘크리트의 탄성계수는 3,330ksi (2.34x10⁵kg/cm²)이고, Poisson비는 0.15, 그리고 단위중량은 150pcf (2.4 t/m³)를 사용하였고, 보강철근의 탄성계수는 29,000ksi (20.4x10⁵kg/cm²)를 사용하였다⁽¹⁴⁾. Muller-Scordelis 쉘의 형상과 제원, 그리고 보강철근의 배치는 그림 2와 3에 주어졌다.

4. 탄성해석 결과

4.1 수직처짐

Muller-Scordelis⁽¹⁴⁾의 결과와 비교하기 위하여 먼저 쉘과 보(중앙보와 모서리보)의 사하중(DL)을 재하하고 이어서 활하중(LL)으로 설하중, 20psf(98kg/m²)을 재하 하였다. 앞에서 언급한 바와 같이 쌍곡포물선 쉘 구조물에서 모서리보(edge beam)와 중앙보(crown beam)가 대표적인 부재이므로 이 2부재의 거동에 대해서 비교하고자 한다. 그림 5(a)와 6(a)에 모서리보와 중앙보의 각각의 하중에 의한 수직처짐의 비교가 주어졌다. 그림 5(a)에서 DL과 LL이 재하 됐을 때 모서리보가 오목한 형태의 처짐 형태를 보이고, 최대 처짐은 보의 중심에서 15ft(4.6m) 떨어진 부분에서 -0.19inch(-0.48cm)가 발생하였다. Muller-Scordelis의 결과와 비교한 결과 처짐과 처짐 형태가 근사함을 보여 주고 있다. 그림 6(a)의 중앙보에서 처짐 형태는 두 결과가 유사하지만, 쉘의 중앙에서 일어나는 최대 처짐은 본 연구에서는 -0.15inch(-0.4cm)인데 비하여 Muller-Scordelis는 -0.23inch(-0.58cm)가 나타나고 있다. 비록 두 해석의 변위 차이는 0.08inch(0.2cm)로 미소하지만 비율은 53%에 이르고있다.

Muller-Scordelis에 의하면 지점의 경계조건이 변했을 때 중앙보의 처짐 형태 자체가 변하는 것에서 볼 수 있는 것과 같이 중앙보의 거동이 매우 예민함을 알 수 있다. 그러한 증거는 중앙보의 크기에 따라 처짐과 처짐 형태가 변화하는 것을 보여준 Schnobrich⁽¹⁶⁾의 결과에서도 볼 수 있다. 또한 중앙보의 두께를 변화시켜가면서 구한 중앙보의 최대 처짐을 Schnobrich의 결과와 비교한 Jadik-Billington⁽⁸⁾의 결과에서도 이 중앙보 거동의 예민성을 볼 수가 있다. Schnobrich는 1/4셀을 8x8망으로 잘라 삼각형요소를 사용하여 해석하였고, Jadik-Billington은 이에 비해서 40x40망에 4절점 직사각형요소를 사용하여 해석하였다. Min-Gupta^(12,13)의 유한요소망의 수렴 연구에서 보여주는 바와 같이 쌍곡포물선 쉘의 거동이 사용하는 유한요소의 크기에 따라 상당히 변화하고 있는 것을 알 수 있다. 본 연구의 40x40망에 비해서 Muller-Scordelis의 삼각형요소로 모델한 9x9 유한요소망이 상대적으로 거칠다고 볼 수 있을 것이다. 본 연구와 Muller-Scordelis의 중앙보의 거동에 대한 차이는 좀더 정교한 상업적 컴퓨터프로그램을[ABAQUS, ANSYS 등] 이용한 연구로 규명될 수 있을 것이며, 이는 본 연구의 범위를 벗어나므로 추후의 면밀한 연구에 기대를 걸면서 생략하고자 한다.

4.2 축압축력 분포

그림 5(b)와 6(b)에는 모서리보와 중앙보의 축압축력의 분포가 막응력해석에 의한 축력과 비

고되어있다. 막응력해석에 의해서 중앙보와 모서리보에 생성되는 축력은 쉘의 사하중 50psf (244kg/m²)에 보의 사하중 [쉘의 면적에 등분포로 환산하여 분포시킨 15psf(73kg/m²)]와 활하중 20psf(98kg/m²)을 고려하여 계산하면 축력은 $P_A=(85 \times 40^2)(40)/(2 \times 16)=170\text{kips}(77\text{t})$ 와 같이 표현된다. 본 연구의 결과와 Muller-Scordelis와의 결과와 비교하여보면 두 해석의 결과가 매우 가깝게 일치하고 있다. 막이론해석에서 예상하는 바와 같이 모서리보의 축력이(그림 5(b)) 선형으로 증가하지 않고 쌍곡선의 형태로 분포하여 보의 대부분에서 막이론 축력에 비해서 크기가 1/2 정도밖에 이르지 않지만, 지점부근에서의 최대 축력은 170kips(77t)를 초과하여 발달하고 있는 것을 발견할 수 있다. 그림 6(b)의 중앙보에서의 축력은 막이론에 의해서 예상되는 축력보다 훨씬 적은 축압축력이 발생하고, 최대 값은 쉘의 중앙부근에서 막이론값의 19%인 32kips(14.5t) 밖에 일어나지 않고, 분포도 밋밋한 기울기로 분포하고 있다. 막이론해석^(2,3)에서 예측하는바와 상이하게 작은 중앙보 축압축력을 고려하고, 단면이 넓은 보로 인한 사하중의 증가가 오히려 쉘에 유해하다는 관찰에서 Schnobrich⁽¹⁶⁾는 중앙보의 폭이 모서리에서 중앙에 이르기까지 선형으로 넓어지는 단면을 사용하고 있다. [Jadik-Billington⁽⁸⁾은, 이에 더불어, 사하중을 최소화하기 위해서 모서리보를 아예 제거하고 지점부근의 쉘의 두께를 점차 두껍게 하는 것에 의해서 아치작용의 압축력에 저항하도록 시도하고있다.]

4.3 휨모멘트 분포

그림 5(c)와 6(c)에는 모서리보와 중앙보의 휨모멘트의 분포가 Muller-Scordelis의 결과와 비교되어있다. 모서리보에서(그림 5(c)) 휨모멘트의 분포는 마치 2시간 연속보의 휨모멘트와 비슷한 모습을 하고 있으며, 최대휨모멘트는 쉘의 중앙에서 대략 14ft(4.3m) 떨어진 지점에서 발생하고 크기는 -127kips·inch(-146.5t·cm)로 두 결과에서 매우 유사한 분포를 보여주고 있다. 중앙보에서는 (그림 6(c)) 두 해석의 결과가 그림 6(a)의 처짐 분포에서 본 것과 같이 얼마가 차이를 보이고 있지만 두 경우에서 모두 보의 중앙부근에서 곡률이 변화하고 있음을 보여주고 있고, 휨모멘트는 모서리보에 비해서 매우 미약하게 발달하고 있다.

4.4 응력 등고선

막전단력(N_{xy})의 등고선이 그림 7에 제시되었다. 막이론해석에 의하면 막전단력 4.25kips/ft (63.3kg/cm)가 쉘 전체에 고르게 분포한다고 예측하지만, 그림 7에 의하면 막전단력은 지점에서는 상당히 높는데 비하여 쉘의 중앙을 향한 대각선방향으로는 급격하게 감소하고 있음을 보여주고 있다. 이러한 현상은 Shaaban-Ketchum⁽¹⁷⁾이 보여준바와 같이 내림마루형식 지붕 쉘이 막이론해석에서 예측하는 것과 같이 동일한 크기의 대각선의 불룩한 압축아치와 오목한 인장현수로 저항하지 않고, 외력에 쉘이 대부분 지점과 지점을 연결하는 대각선을 따라 압축 아치작용으로 저항하고 있음을 시사할 수 있을 것이다. 그림 8에 도시된 막연직력 N_x 를 보면 [N_y 는 대각선을 따라 N_x 에 대칭이므로 생략하였음], 상당한 크기의 막연직력이 쉘의 전역에 분포되고 있음을 알 수가 있다. 막이론해석에 의하면 막연직력은 실용적으로 영으로 고려하고있다.

그림 9의 휨모멘트(M_x)의 분포 등고선에서 보면, 막이론의 가정과는 상이하게 쉘에 휨모멘트가 발달하고 있음을 알 수가 있다. 특히 중앙보에 근접한 구역에서, 그리고 모서리보에 가까운 구역에서 상당한 휨모멘트가 발달하고 있지만, 보에서 멀어지자마자 곡률이 변하는 등고선이 위치하고 휨모멘트는 거의 존재하지 않고 있음을 관찰할 수 있다. 쉘의 중앙 지점부근에 [대각선 압축 아치선상에 위치] 높은 휨모멘트가 발달하는 것을 발견할 수가 있고, 이 부분이 튀어나오는 변형을 받고 있음을 관찰할 수가 있다. 이런 현상은 비틀림 모멘트, M_{xy} 의 등고선에서도 역시 관찰할 수가 있다 (그림 10). 지점에 근접한 부분을 제외하고는 거의 전 쉘에 비틀림 모멘트는 무시할 수 있을 정도로 작다.

5. 결론

Muller-Scordelis 내림마루형식 지붕 쉘⁽¹⁴⁾을 40x40 유한요소망으로 잘라서 Mahamoud-Gupta⁽¹¹⁾가 4절점 등매개변수 쉘요소를 도입하여 개발한 수치해석모델을 이용하여 사하중과 활하중을 각

각 재하 하여 탄성해석을 시도하여 막이론이 예측한 결과와 비교하고, 또한 Muller- Scordelis의 결과와도 비교하였다. 막이론해석과 비교한 결과 쉘이 외력에 단순히 균일한 막전단력으로 저항하지 않고 상당히 복잡한 응력형태로 저항하고 있음을 알 수 있었다. 선형으로 증가한다는 테두리보의 축력도, 모서리보에서 지점부근에서는 막이론이 예측한 축력보다 큰 축력을 보여주는 특징을 갖는데 비해서, 중앙보에서는 전체 보에 아주 적은 축력이 생성되고 있었다. Muller-Scordelis의 결과와 비교한 결과 중앙보의 수직처짐 분포를 제외하고 전체적으로 우수한 일치율을 보여주었다. 중앙보의 거동이 매우 예민하고, Muller-Scordelis의 유한요소망이 상대적으로 거칠다는 관점에서 추후의 상세한 연구에서 이러한 차이점을 규명할 수 있을 것이라고 사료된다. 그 동안 사용해왔던 간단한 막이론해석이 쉘의 거동을 정확하게 예측하지 못하므로 내림마루형식 지붕 쉘의 설계 시에 힘과 막거동을 실질적으로 모의할 수 있는 유한요소 수치해석의 결과를 토대로 하여 접근해야 될 것이다.

감사의 글

시스템공학연구소(Systems Engineering Research Institute, SERI)의 Cray Y-MP C90 슈퍼컴퓨터를 사용한것에 대해서 깊은 감사의 뜻을 전한다.

참고문헌

1. ACI 318-89 (revised 1992), Building Code Requirements for Reinforced Concrete and commentary - ACI 318-89/318R-89, ACI, Michigan, 48219, 1992.
2. ACI. (1970). Concrete Thin Shell, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, by ACI Committee 334, Publication SP-28.
3. ACI. (1988). Hyperbolic Paraboloid Shells: State of the Art, American Concrete Institute, Prepared by ACI Committee 334-Joint ACI-ASCE, SP-110.
4. Akbar, H., and Gupta, A. K. (1985). "Membrane Reinforcement in Concrete Shells Design Versus Nonlinear Behavior." Reinforced Concrete Shell Research Report, Civil Engng Dept., North Carolina State University, Raleigh, North Carolina 27695-7908, January.
5. "Students clear gym moments before roof fails." Engineering News-Record, pp.11, September 24, 1970.
6. "Design errors blamed for gym collapse." Engineering News-Record, pp.20, October 22, 1970.
7. Hand, Frank R., Pecknold, David A., and Schnobrich, William C. (1973). "Nonlinear Layered Analysis of RC Plates and Shells." *Journal of the Structural Division, ASCE*, 99(7), pp. 1491-1505.
8. Jadik, Tamara, and Billington, David P. (1995). "Gabled Hyperbolic Paraboloid Roofs without Edge Beams." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 121(2), pp. 328-335.
9. Kupfer, H., and Gerstle, K.N. (1973). "Behavior of Concrete Biaxial Stresses." *Journal of Mechanical Engineering, ASCE*, 99(4), pp. 852-866.
10. Lin, C.S. and Scordelis, A.C. (1975). "Nonlinear Analysis of RC Shells of General Form." *Journal of the Structural Division, ASCE*, 101(3), pp. 523-538.
11. Mahamoud, Bahaa Eldin H. and Gupta, A.K. (1993). "Inelastic Large Displacement Behavior and Buckling of Hyperbolic Cooling Tower Shells." Report, Research Program on Nuclear Power Plant Structures, Equipment and Piping, North Carolina State University, Raleigh, North Carolina 27695-7908, May.
12. Min, Chang Shik, and Gupta, A.K. (1992). "A Study of Inelastic Behavior of Reinforced Concrete Shells Using Supercomputer." Reinforced Concrete Shell Research Report, Civil Engng Dept., North Carolina State University, Raleigh, North Carolina 27695-7908, March.
13. Min, Chang Shik and Gupta, A. K. (1994). "Inelastic Behavior of Reinforced Concrete Hyperbolic Paraboloid Saddle Shell." Engng Struct. Volume 16, No.4. PP. 227-237.
14. Muller, Guenter, and Scordelis, A.C. (1977). "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Hyperbolic Paraboloid Shells." Technical report, University of California, Berkeley, California 94720, October, Report No. UC-SESM 77-6.
15. Noor, Ahmed K., and Camin, Robert A. (1976). "Symmetry Considerations for Anisotropic Shells." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engng*, 9, pp. 317-335.
16. Schnobrich, William C. (1972). "Analysis of Hipped Roof Hyperbolic Paraboloid Structures." *Journal of the Structural Division, ASCE*, 98(7), pp. 1575-1583.
17. Shaaban, Ahmed, and Ketchum, Milo S. (1976). "Design of Hipped Hyper Shells." *Journal of the Structural Division, ASCE*, 102(11), pp. 2151-2161.
18. Tedesko, Anton. (1960). "Shell at Denver - Hyperbolic Paraboloidal Structure of Wide Span." *Journal of American Concrete Institute*, October, pp. 403-412.

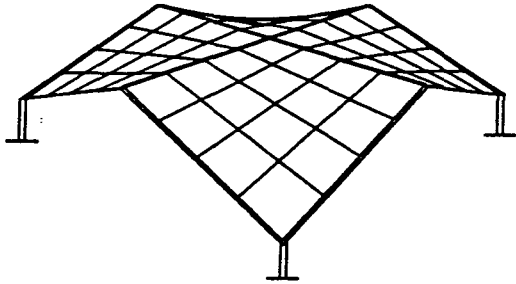


그림 1. 전형적인 쌍곡포물선 내림마루형식 지붕셀 (Gabled 또는 Hipped HP Shell)

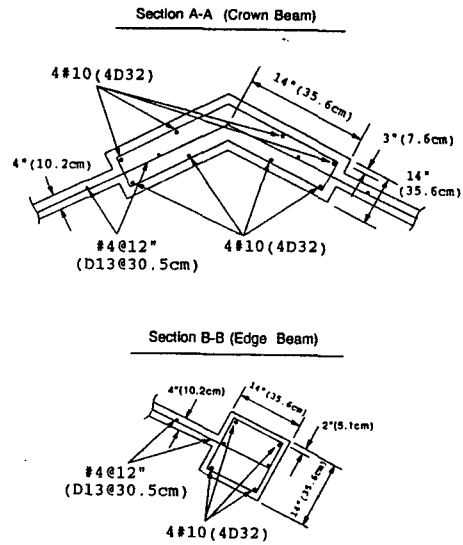


그림 3. 중앙보(crown beam)와 모서리보 (edge beam)의 보강철근도

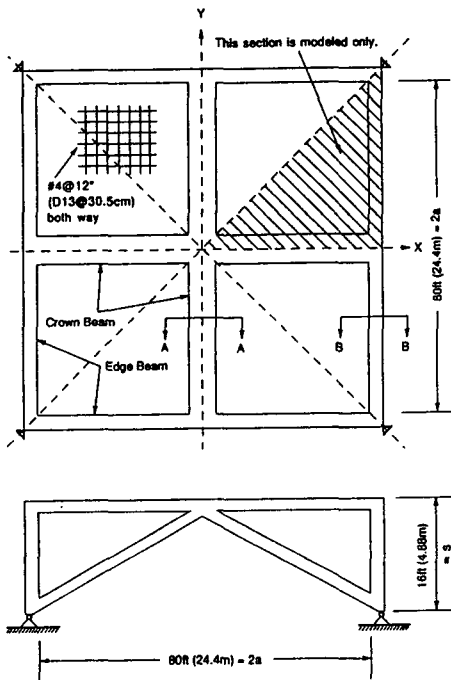


그림 2. Muller-Scordelis 내림마루형식 지붕셀의 제원(14)

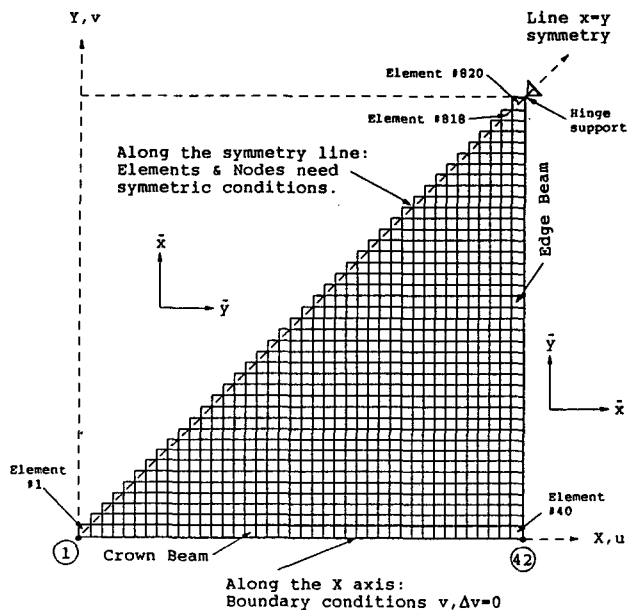
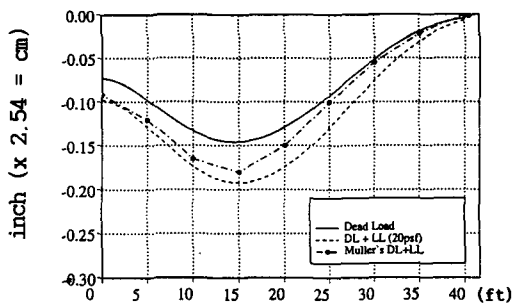
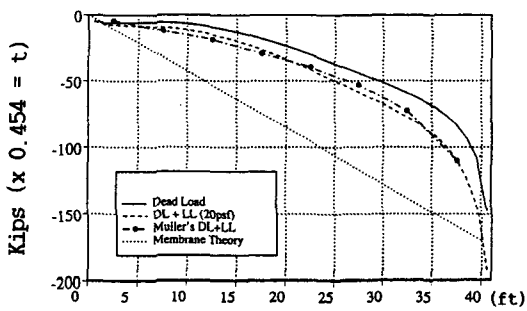


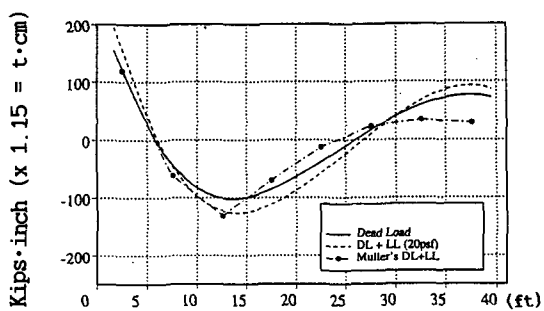
그림 4. 거울대칭성을 적용한 1/8 셀의 유한요소모델



(a) 수직처짐



(b) 축력

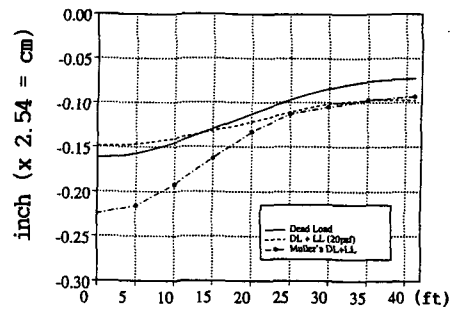


(c) 휨모멘트

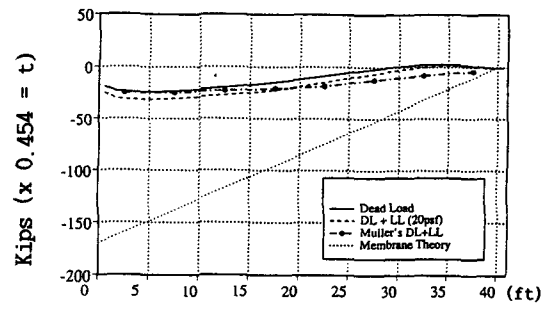
그림 5. 모서리보의 수직처짐, 축력, 휨모멘트의 분포비교



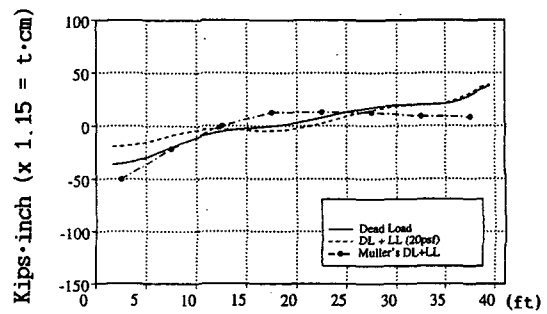
평면도의 위치



(a) 수직처짐

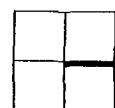


(b) 축력



(c) 휨모멘트

그림 6. 중앙보의 수직처짐, 축력, 휨모멘트의 분포비교



평면도의 위치

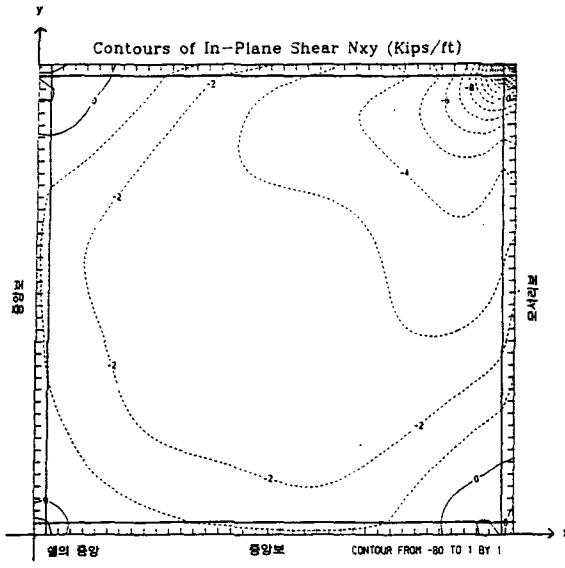


그림 7. 막전단력, N_{xy} 의 등고선도

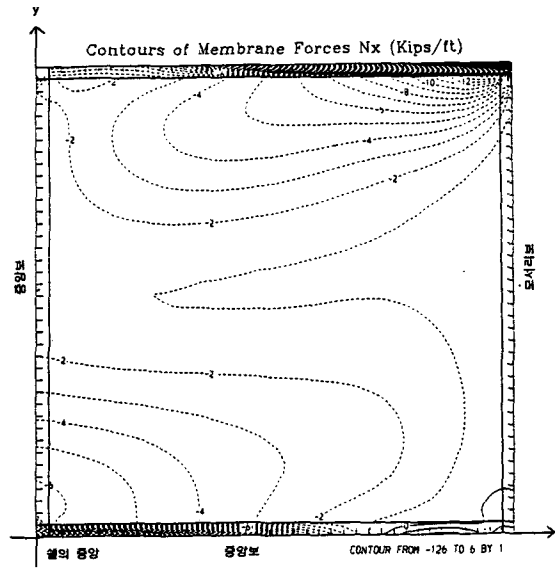
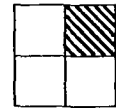


그림 8. 연직 막응력, N_x 의 등고선도



평면도의 위치

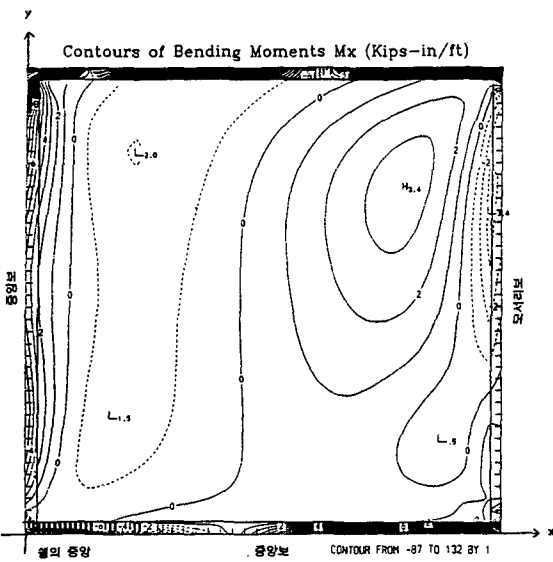


그림 9. 휨모멘트, M_x 의 등고선도

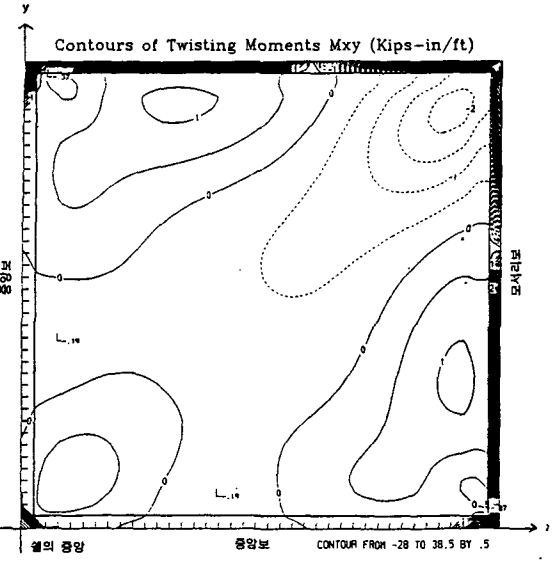


그림 10. 비틀림 휨모멘트, M_{xy} 의 등고선도