

箱子桁 腹面板의 挫掘 舉動에 關한 研究
A Study on the Buckling Behavior of the Web of Box Girders

이상우*
Lee, Sang Woo

권영봉**
Kwon, Young Bong

Elastic and in-elastic buckling stress analyses are executed by the semi-analytical finite strip method to study the effect of the longitudinal stiffener on the web of box girders. The simple analysis procedure is based on the assumption that the vertical stiffeners has the rigidity enough to force nil deflection line on the web panel so that the boundary condition may be regarded as a hinge. The provisions on the longitudinal stiffeners in plate girders of the Korean Standard Highway Bridge Specifications(1992) are investigated through comparison with the results obtained for various web stiffener size of box girders of the medium span length bridges.

1. 서론

평판으로 구성된 박판구조물의 임계하중은 작용하중의 재하상태, 판의 기하학적 형상 및 경계 조건에 의하여 주로 결정된다. 일반적으로 판구조물의 임계하중은 판두께의 제곱에 비례하므로 판의 두께를 증가 시킴으로써 휨좌굴강성을 증가시킬 수는 있다. 그러나 이런 방법은 단순하기는 하지만 비경제적이며, 따라서 보강판(stiffener)을 사용하여 요구되는 강성을 유지하면서 복부판의 두께를 최소화하는 것이 경제적인 설계를 유도할 수 있는 방법이다[1][2].

개정된 표준도로교시방서[3]에서는 3단 이상의 수평보강재의 사용을 허용하고 있고 또한 고강도 강재의 사용에 따라 복부판의 두께를 감소시킬 수 있으므로 이를 위해서 보강된 복부판의 거동에 대한 연구의 필요성이 요구된다고 하겠다. 본 논문에서는 수평보강재의 갯수 및 크기 등을 변화시키면서 탄성 및 탄소성좌굴해석을 수행하여 탄성좌굴해석에 근거를 둔 여러 시방서의 수평보강재에 관한 규정과 비교해 보고, 설계시에 쉽게 적용이 가능한 복부판의 세장비에 따른 적절한 수직보강재의 간격 및 수평보강재의 크기를 선택하는 방법을 제안 하고자 하였다.

2. 복부판 좌굴해석의 기본 가정

본 논문에서는 흔히 수직보강재와 수평보강재로 보강된 복부판의 해석시 사용하는 유한요소법의 사용을 지양하고, 수평보강재의 다양한 변화에 따른 좌굴거동 만을 연구할 목적으로 유한대판법 (Semi-analytical Finite Strip Buckling Analysis, 이하 FSA)을 이용한 좌굴해석을 수행하기 위하여 수직보강재는 복부판이 좌굴을 일으킬 때 좌굴의 절선이 될 수 있도록 충분한 강성을 가진 것으로 가정하였다. 따라서 좌굴해석시에 수직보강재의 부착위치는 단순지지조건으로 가정하였다. 또한 비탄성해석시 고려해야할 상자형 웹의 잔류응력은 Tendon Theory[4]를 변형하여 이용하

* 영남대학교 토목공학과 석사과정

** 영남대학교 토목공학과 교수

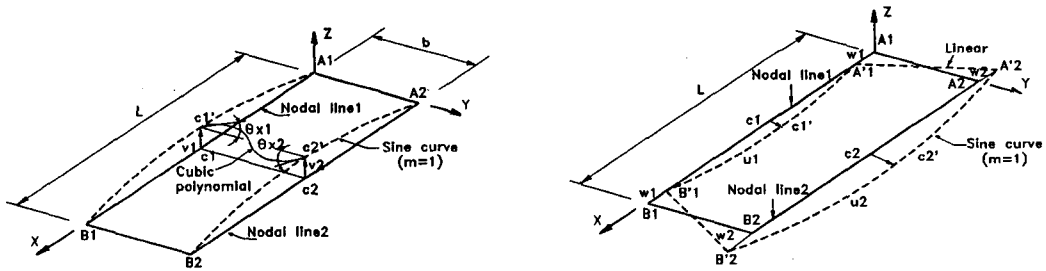
였고 비탄성 응력-변형을 곡선은 완전탄소성 및 Ramberg-Osgood 식으로 가정하였으며 실험결과[5]에 따라서 항복응력은 350MPa, 탄성계수는 2.05×10^5 MPa, 그리고 포와송비는 0.3으로 가정하였다.

3. Finite Strip 해석

본 논문에서는 전술한 바와 같이 변위장의 구성은 한개의 반파장길이와 단순지지조건만을 고려하여 설정하였다. 부재의 종방향 길이를 단지 한개의 좌굴반파장(buckle half-wavelength)으로 가정하였으나 이는 시방서에서 규정하고 있는 것처럼 좌굴형상의 절선이 되기에 충분한 강성을 가진 수직보강재를 적절히 배치하는 경우 단순지지 이외의 경계조건의 영향을 고려할 필요가 없으므로 비교적 정확한 거동을 파악할 수 있다. 또한 자유도의 감소로 인한 해석시간의 단축, 입력자료 작성 및 출력의 이해가 용이한 점등이 유한대판법을 이용한 좌굴해석의 장점이 되겠다.

3.1 변위함수

본 논문에서 사용된 Semi-Analytical Finite Strip Method의 단면해석을 위한 Strip의 변위장(displacement field)은 Fig. 1(a),(b)에 보여진 것처럼 면내변위 및 면외변위로 구성되어 있으며, 변형된 스트립의 면내변위는 정현곡선으로 구성된 X방향 성분과 여현곡선의 Y방향 성분으로 구성되어 있으며, 횡방향으로는 선형형상함수가 사용되었다. 면외변위 w 는 종방향은 정현곡선, 횡방향으로는 3차의 다항식 함수를 사용하여 나타내었다. Fig. 1에서 A_1A_2 , B_1B_2 는 nodal line을 나타내고 A_1B_1 , A_2B_2 는 스트립의 경계선을 나타낸다. 변위함수는 아래와 같이 식으로 표시된다.



(a) Out-of plane deformation of strip

(b) In-plane deformation of strip

Fig. 1 Isometric view of deformed strip

$$u = fu(y) \sin\left(\frac{m\pi x}{l}\right) \quad (3.1a)$$

$$v = fv(y) \cos\left(\frac{m\pi x}{l}\right) \quad (3.1b)$$

$$w = fw(y) \sin\left(\frac{m\pi x}{l}\right) \quad (3.1c)$$

여기서

$$f_u(y) = a_1 + a_2(y/b) \quad (3.2a)$$

$$f_v(y) = a_3 + a_4(y/b) \quad (3.2b)$$

$$f_w(y) = a_5 + a_6(y/b) + a_7(y/b)^2 + a_8(y/b)^3 \quad (3.2c)$$

3.2 응력-변형도 관계

3.2.1 응력-변형도 매트릭스

Fig. 2와 같이 종방향(x축)으로 등분포 압축하중을 받는 판요소의 비탄성영역의 경우 응력-변형도의 증분의 관계는 아래와 같이 나타내어진다.

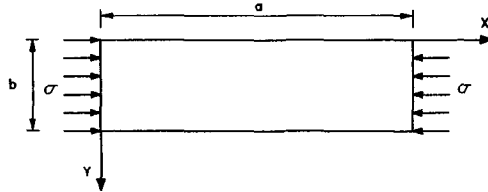


Fig. 2 Plate subjected to uniform compression

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x & D_1 & 0 \\ D_1 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

식 3.3을 간단히 표현하면 아래와 같으며

$$[d\sigma]_p = [D_M]_p [d\epsilon] \quad (3.4)$$

판전체에 하중이 계속 재하하는 것으로 가정하면 휨, 비틀변형 및 대응하는 모멘트의 증분의 관계식은 식(3.4)와 유사하게 식(3.5a)로 나타낼 수 있다.

$$[dM]_p = [D_F]_p [d\theta] \quad (3.5a)$$

여기서 $[D_F]_p = \frac{t^3}{12} [D_M]_p$ (3.5b)

$[D_M]_p$, $[D_F]_p$ 는 소성 재료매트릭스이며, 각 성분들은 다음 절에서 소성변형이론에 따라 설명되어진다.

3.2.2 소성변형이론 (Theory of Plasticity)

비탄성 플레이트의 좌굴 거동은 Bijlaard[7], Stowell[8], Ilyushin[9]등에 의해서 전소성변형이론(deformation theory of plasticity)에 의거하여 연구되었다. Bijlaard, Stowell은 좌굴이 일어날 때 하중이 계속적으로 재하되는 것으로 가정하였고, Ilyushin은 만곡부근 변형의 반전(strain-reversal)을 가정하였다. 여러학자들의 실험결과가 Bijlaard, Stowell의 해석과 잘 부합되고 또 두사람의 해석방법이 유사하므로 여기서는 Bijlaard의 해석방법이 요약되었다.

$$D_x = \frac{k+3+3e}{\Omega} \quad (3.6a)$$

$$D_y = \frac{4k}{\Omega} \quad (3.6b)$$

$$D_1 = \frac{2(k-1+2\nu)}{\Omega} \quad (3.6c)$$

$$D_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)+3e} \quad (3.6d)$$

$$\Omega = \frac{k(5-4\nu+3e)-(1-2\nu)^2}{E} \quad (3.6e)$$

$$e = \frac{E}{E_s} - 1 \quad (3.6f)$$

$$k = \frac{E}{E_t} \quad (3.6g)$$

여기서 E_s , E_t 는 각각 응력-변형도 곡선에서 구해지는 할선계수(secant modulus), 접선계수(tangent modulus)이며 ν 는 탄성 포와송비이다.

Handelmanans and Prager[9]에 의해서 제안된 소성증분변형이론(flow theory of plasticity)에 따라 응력-변형관계를 구성해 보면 비탄성 응력-변형도 관계를 나타내는 매트릭스 계수들은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$D_x = \frac{k+3}{\Omega} \quad (3.7a)$$

$$D_y = \frac{4k}{\Omega} \quad (3.7b)$$

$$D_1 = \frac{(k-1+2\nu)}{\Omega} \quad (3.7c)$$

$$D_{xy} = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.7d)$$

$$\Omega = \frac{k(5-4\nu)-(1-2\nu)^2}{E} \quad (3.7e)$$

$$k = \frac{E}{E_t} \quad (3.7f)$$

여기서 E_s , E_t 는 전소성변형이론에서와 같으며, 전소성변형이론식에서 $e=0$ 라 두면 두개의 이론식은 정확하게 같은 것을 알 수 있다. 또한 $k=1$ 이라면(탄성영역) $[D]_{elastic}=[D]_p$ 가 됨을 볼 수 있다.

3.2.3 응력-변형도 곡선

탄소성 응력-변형율 관계는 해석의 편의상 항복응력까지는 완전탄성 항복응력이후는 완전소성으로 가정하여 사용하였으며 또한 비교를 위하여 Ramberg-Osgood formula를 사용하여 보았다. Ramberg-Osgood에 의하여 제안된 응력-변형관계의 일반식은 아래와 같다.

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{3\sigma}{7E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0.7}} \right)^{n-1} \quad (3.8a)$$

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{E}{1 + \frac{3n}{7} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0.7}} \right)^{n-1}} \quad (3.8b)$$

여기서

$$n = 1 + \frac{\log(17/7)}{\log(\sigma_{0.7}/\sigma_{0.85})} \quad (3.8c)$$

이며, 응력 $\sigma_{0.7}$, $\sigma_{0.85}$ 는 응력-변형도 곡선으로부터 구해진다. 이 값은 항선계수 $E_s=0.7E$, $E_s=0.85E$ 에 각각 대응하는 응력들이다.

4. 좌굴해석

최소포텐셜에너지이론을 사용하여 소성영역의 좌굴 방정식을 구하면 아래와 같이 고유치문제로 나타내어 진다.

$$([K]_p - \lambda [G])\{\delta\} = \{0\} \quad (4.1)$$

여기서 $[K]_p$ = 소성강도매트릭스

$[G]$ = 하중매트릭스

$\{\delta\}$ = 변위벡터

λ = 좌굴하중계수

구조물의 강도매트릭스에는 휨변형과 막변형이 포함되며, 탄성영역의 경우와는 달리 $[K]_p$ 는 소성재료매트릭스가 응력에 따라 변하기 때문에 일정하지 않다. 소성이론을 이용한 소성변형도 매트릭스는 식(3.6), (3.7)로 나타내어지며, Bijlaard(식3.6)의 이론을 본 프로그램에 적용하였다. 그러나 경우에 따라서 간단한 수정을 통하여 Stowell식이나 소성증분변형이론의 적용이 가능하다.

탄성좌굴해석의 경우 Strum sequence property를 이용하여 간단히 고유치를 구하는 방법으로 쉽게 해석이 가능하다. 그러나 소성좌굴의 경우 극한응력상태는 고유치 λ 가 1일때이다. Pifko와 Isakson이 사용한 방법은 시행오차법이었다. 이 방법에서는 가정한 하중상태하에서 $[K]_p$ 와 $[G]$ 매트릭스를 구하고, 이렇게 하여 구한 최소 고유치가 1이면, 가정한 하중이 극한하중이 된다. 그러나 최소고유치가 1보다 작거나 크면, 새로운 하중이 가정되고, 같은 과정이 반복된다. 이 방법은 매 가정하중마다 고유치해석을 하여야하므로 상당히 비효과적이다. Gupta는 Strum sequence property와 이분법을 사용한 효과적인 방법을 제안하였다. 이 방법은 먼저 식(4.1)에 $\lambda=1$ 과 하중을 가정하여 대입한다. $[K]_p - \lambda[G]$ 를 역삼각행매트릭스로 변환하여 음의 대각요소의 갯수를 파악한다. 만약 음의 대각요소의 숫자가 0보다 작으면 가정한 응력이 임계응력보다 낮으므로 하중을 증가시킨다. 만약 그 숫자가 0이거나 0보다 크면 가정한 응력상태가 임계응력보다 높으므로 하중을 감소시킨다. 수렴조건은 연속된 두 하중의 변화량이 허용수렴오차 값보다 적을때 만족된 것으로 간주한다. 하중의 선택은 이분법을 이용하고, 초기하중은 항복하중의 반($P_y/2$)으로 하는 것이 보통이다.

5. 중경간교의 상자형단면 해석 예제

우리나라에서 허용응력설계법에 의하여 설계되는 교량의 경우 최대응력이 항복응력보다 상당히 낮게 설계되어 있지만, 본 논문에서는 탄소성 영역까지를 해석의 대상에 포함시키고자 하여 응력-변형도 곡선의 기본가정을 Ramberg-Osgood식 및 완전탄소성을 가정하여 사용하였으며, 용접에 의한 잔류응력의 분포는 연구된 바가 없어 시험자료[4][5]를 수정하여 Fig. 3(a)에 나타난 것처럼 단순하게 가정하여 적용하였다.

최근에 건설된 몇개의 중경간교량(지간 : 40m)의 전형적인 상자형의 단면형태가 그림 3에 나타나있다. 상,하부플랜지의 두께 및 보강판의 형상은 그대로 둔채 복부판의 두께 및 수평보강재의 두께, 크기 및 갯수를 다양하게 변화시켜 가면서 좌굴거동을 추적하여 보았다. 또한 도로교시방서에서 규정하고 있는 수평보강재의 단면2차모멘트(stiffener의 좌굴을 방지하기 위한 강성을 갖는)를 만족하는 보강재의 거동과 비교하여 보았으며 이를 토대로 보강재의 최적설계를 돕기위한 자료를 도출하였다.

먼저 순수휨만에 의한 임계하중과 수직보강재의 간격과의 그래프를 도시하여 보았다. 비보강복부판의 경우 국부좌굴만이 지배하게 되나, 보강된 복부판의 경우 수평보강재의 간격과 보강재

의 크기등에 따라서 국부좌굴(Local buckling), 뒤틀림좌굴(Distortional buckling)의 두형태를 관찰할 수 있다. 수평보강재의 간격을 증가시키거면 파장의 길이증가에 따라 좌굴의 형태가 바뀌는 것을 볼 수가 있다. 일반적으로 수평보강재의 위치는 휨응력을 고려하여 한개의 경우 0.2h, 두개의 경우 0.14h, 0.36h 가 받아들여지고 있으나 전단과 휨을 함께고려하거나, 후좌굴 및 비탄성을 고려할 경우 0.2h-0.5h 사이에 더욱 적절한 위치가 있을 것으로 여겨진다.

Fig. 3에 있는 두 가지 단면의 좌굴형상과 좌굴응력의 크기를 수평보강재의 두께와 길이를 변화시켜 가면서 시방서에서 제시하고 있는 단면적 및 단면2차모멘트를 갖는 단면과 비교하여 보았다. 도로교시방서의 수평보강재에 관한 규준은 아래와 같다.

$$I \geq \frac{bt^3}{10.92} r_1 \quad r_1 = 30.0 \left(\frac{a}{b} \right) \quad (5.1)$$

(a : 수직보강재의 간격, b : 상하 양플랜지의 순간격, t : 보강된 판의 두께)

$$A_1 \geq \frac{bt}{10n} \quad (5.2)$$

(b : 보강된 판의 전폭, t : 보강된 판의 두께, n : 종방향 보강재에 의해서 구분되는 패널의 수효)

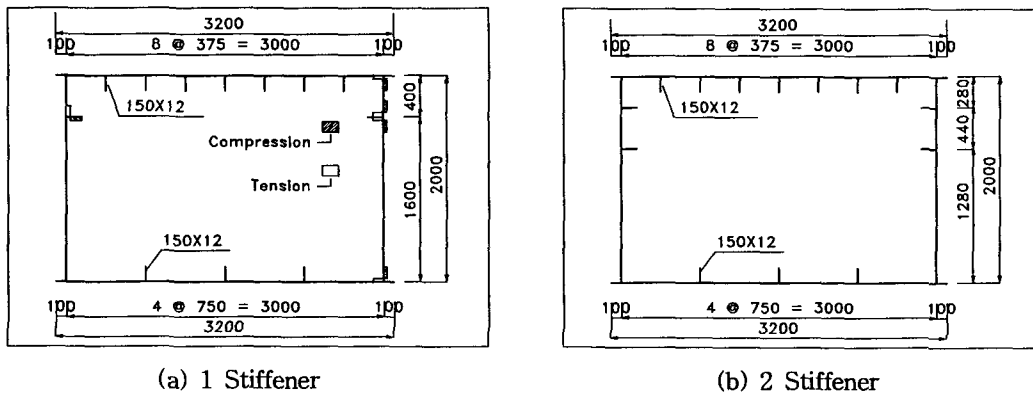
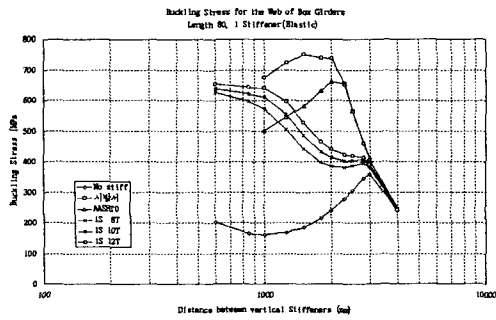
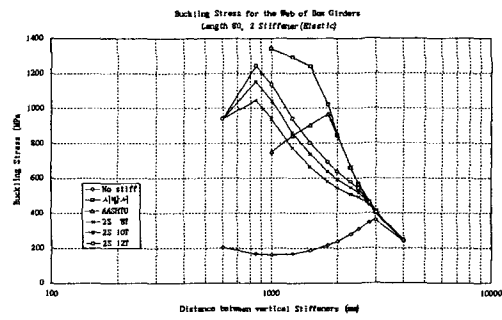


Fig. 3 Box girder stiffened by longitudinal stiffener

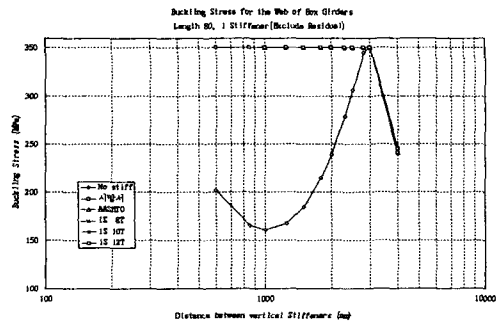
해석의 결과는 Fig. 4(a)-(f)와 Fig. 5(a),(b)에 도시되어 있다. Fig. 4(a), (b)에서 보는 것처럼 보강재의 두께가 증가함에 따라서 탄성좌굴응력이 약간씩 증가하고 있는 것을 알 수 있다. 또한 2단보강재를 사용한 경우의 응력이 1단보강재의 경우 보다 상당히 강성이 증가한 것을 알 수 있다. 그러나 Fig. 4(c),(d)에서 알 수 있듯이 비탄성해석을 하는 경우 그 차이는 없어지게 되는데 이로 미루어 보아 단면이 과다설계 되어 있는 것을 알 수 있다. 좌굴응력은 수평보강재의 부착 여부와는 상관없이 수직보강재의 간격이 웹브 깊이의 1.5배 일 때 최대가되며 그때의 좌굴응력은 항복응력보다 큰 것을 알 수 있다. 시방서 규정을 만족하는 수평보강재를 부착하였을 경우 그 간격이 웹브깊이 1.5배이하인 경우 항상 항복응력이 지배하게 되므로 후좌굴을 고려하지 않는한 Box단면에서 좌굴의 영향을 막을 수 있다. 그리고 수평보강재로 보강된 단면의 등가좌굴계수를 구해보면 순수휨인 경우 플랜지-웹브조인트를 힌지로 가정한 값(k=23.9)을 항상 초과하는 안전한 값을 보여준다. 좌굴형상을 살펴보면 수직보강재의 간격이 웹브깊이의 0.5배 이하인 경우에는 그 형상이 Fig. 5(a), (b)와 같이 국부좌굴이 되어 시방서에서 의도하는 좌굴형상과 일치하나 간격이 길어지면 좌굴형상이 대부분 Fig. 5(c), (d)와 같이 뒤틀림좌굴 형태가 된다. 이 경우 수평보강재의 강성이 좌굴의 절선 역할을 하기에 불충분하게 되는 것을 알 수 있다. 수직보강재의 간격이



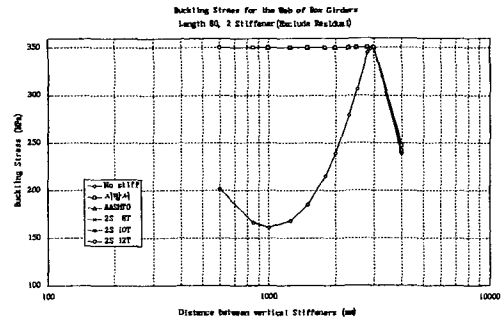
(a) Elastic buckling stress for 1 stiffener



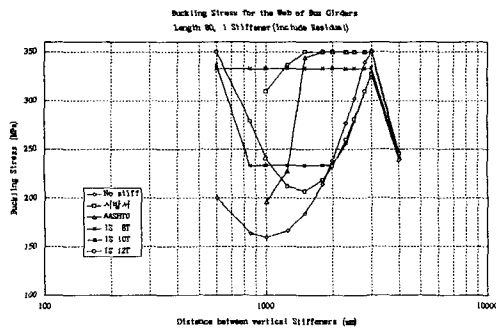
(b) Elastic buckling stress for 2 stiffener



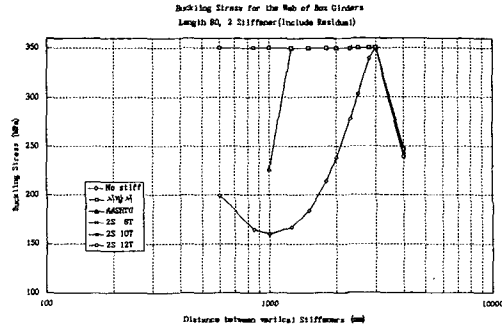
(c) Inelastic buckling stress without residual for 1 stiffener



(d) Inelastic buckling stress without residual for 2 stiffener



(e) Inelastic buckling stress with residual for 1 stiffener



(f) Inelastic buckling stress with residual for 2 stiffener

Fig. 4 Buckling stress for box girder stiffened by L-stiffener

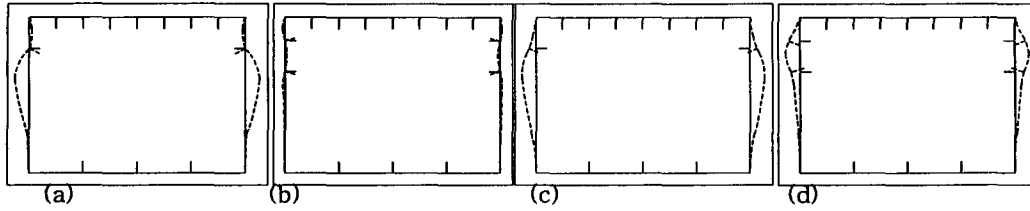


Fig. 4 Buckled Shape For Box Girder stiffened by L-Stiffener

커짐에 따라 수평보강재의 강성이 상대적으로 충분하게 되어 압축플랜지가 먼저 좌굴을 일으키게 되어 이의 영향을 받게 된다. 이와 같은 결과로 볼 때 웨브의 수평보강재의 강성을 필요이상으로 크게하는 것은 비경제적이라 생각된다. 아울러 수평보강재의 길이를 고정하고 그 형상을 L자 모양을 만들어 부착해본 결과 좌굴응력에 미치는 효과는 거의 없으므로 시공성을 고려하여 보강재 단면을 결정하는 것이 바람직하다고 사료된다. Fig. 4(e), (f)에 도시된 결과에서 보듯이 잔류응력의 영향이 상당히 크므로 이에 대한 연구가 수행되어야 한다고 생각 된다.

6. 결론

해석결과에서 보는 것처럼 탄성과 비탄성해석 또 잔류응력을 고려하는 경우의 부재길이에 따른 좌굴거동이 다른 것을 알 수 있다. 탄성좌굴이론에 근거를 두고있는 기존의 시방서의 규정은 수직보강재의 간격이 길어짐에 따라서 수평보강재의 강성이 좌굴의 절선의 역할을 감당하기에 불충분한 것으로 판단된다. 향후 강도설계법 사용의 경우 좀더 정확한 좌굴, 후좌굴거동의 이해를 통하여 탄소성영역까지를 고려한 규정의 제정이 필요하다고 사료된다. 또한 일반적으로 전단과 휨이 동시에 작용하게 되므로 기존의 방법과는 다른 좌굴해석방법의 개발이 요구된다고 하겠다. 좀더 정확한 비탄성거동을 파악하기 위하여 응력-변형을 곡선과 용접에 따른 잔류응력에 관한 연구가 수행되어야 하겠다. 한편 본 논문에서 사용된 좌굴해석방법은 개발의 여지가 있기는 하지만 단순지지조건이 가정될 수 있는한 비교적 정확한 탄성, 비탄성해석 결과를 손쉽게 도출할 수 있을 것으로 판단된다.

7. 참고문헌

- (1) Task Committe on Longitudinally Stiffened Plate girders of the ASCE-AASHTO Committee on Flexural Members of the Committee on Metals of the Structural Division(1978). 'Theory and Design of Longitudinally Stiffened Plate Girders', Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.104, No. ST4, pp 698-716.
- (2) 서울대학교, 산업과학기술연구소(1991). '강을 사용한 판형강교량의 설계해석 및 안정성검토'.
- (3) 건설부(1992). '도로교 표준시방서'.
- (4) Kitipornchai S. and Lee, L. H. (1986). 'Inelastic Buckling of Single Angle, Tee and Double Angle Struts, Journal of Constructional Steel Research, 6(1), pp3-20.
- (5) 김옥선, 권영봉 (1994). 'H-형강 및 각형강관의 잔류응력에 관한 연구', 한국강구조학회 학술 발표대회, pp17-24.
- (6) Bijwaard, P. P. (1949). 'Theory and Tests on the Plastic Stability of Plates and Shells, 16, pp529-541.
- (7) Stowell, E. Z. (1948). ' A Unified Theory of Plastic Buckling of Columns and Plates Technical Notes, NACA No. 1530.
- (8) Ilyushin, A. A. (1947). 'The Elasto-Plastic Stability of Plates', Technical Memorandum, NACA No. 1188.