

# 구조물 최적화에 있어서의 좌굴 제약

## Buckling Constraints in Structural Optimization

정 영식\*  
Chung, Young-Shik

이 진\*\*  
Lee, Jin

---

### ABSTRACT

This work presents a new method to deal with buckling constraints. The mathematical optimization process of truss structures proposed earlier by the author has been proved to be the most rigorous method. The inclusion of buckling constraints, however, gives rise to a new problem. The allowable compression stress of a member changes from one design iteration to another. This changing stress limit creates a good deal of noise in selecting active constraints and makes the solution process unstable. This problem can be overcome by introducing relaxation parameters. This work, however, aims at establishing a more rigorous method by containing the allowable compression stress in the left hand side of the associated constraint.

---

## 1. 서론

송전탑과 같은 트러스 구조물의 설계에서 흔히 부재의 선정에 응력비가 이용되고 있다. 즉, 시안설계의 해석 결과로부터 각 부재에 대하여 실제응력의 허용응력에 대한 비를 구하고 이 응력비를 이용하여 사용 가능한 재료의 list로 부터 시안설계를 대치할 새로운 부재를 선정하는 것이 일반적인 방법이다. 그러나 이 응력비 방법은 최적설계와는 상당히 다른 설계를 유발할 수 있음이 밝혀졌고 [1][2], 따라서 실제로 사용할 부재 선정의 과정에 앞서 수학적 의미의 최적설계를 먼저 구하고 이 수학적 최적설계의 부근에서 상기의 부재 선정 과정을 시작함으로써 비최적설계에 도달하는 위험을 줄일 수 있을 것이다.

트러스 구조물의 수학적 최적화는 참고문헌 [1][2]에서 이미 가장 확실한 방법이 제시되었으나 여기서는 좌굴제약 조건을 포함하지 않고 있다. 트러스 구조물은 원래 축력만을 받는 것으로 가정하므로 문제의 수학적 표현이 대체로 단순하다 하겠으나 압축부재의 좌굴 응력제약이 포함되면서 위의 방법이 불안정해 짐이 발견되었다. 따라서 본 연구는 수학적 최적화에서 이 좌굴 응력제약을 어떻게 처리할 것인지에 그 주안점을 두고 있다. 제2장에서는 수학적 최적화에서 좌굴제약이 어떻게 포함될 수 있는지를 보이고 있으며, 제3장에서는 참고문헌 [3]에서 완화 매개 변수를 사용하여 좌굴제약의 출현으로 인한 해법의 불안정성을 어떻게 극복할 수 있는지를 보이고 있다. 제4장에서는 좌굴제약을 포함하는 완전히 새로운 최적규준을 정립하고 해법 Algorithm을 유도하였다.

---

\* 정회원, 울산대학교 토목공학과 교수

\*\* 울산대학교 토목공학과 석사과정

## 2. 최적 기준과 해법 Algorithm

### (Optimality Criteria and Solution Algorithm)

본 연구에서는 절점의 변위와 부재의 응력과 같은 거동적 제약 뿐만 아니라 최소치수 제한과 같은 부차적 제약까지 고려한 트러스 구조물을 다룬다. 따라서, 설계변수  $A_i$ 의 함수로 표현되는 트러스의 중량을 최소화 하기 위한 문제는 다음과 같은 수학적 표현으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \text{minimize} \quad & W = \sum_{i=1}^l h_i A_i \\
 \text{subject to} \quad & u_k - \bar{u}_k \leq 0, \quad k = 1, \dots, n \\
 & \sigma_j - \bar{\sigma}_j \leq 0, \quad j = 1, \dots, m \\
 & \underline{A}_i - A_i \leq 0, \quad i = 1, \dots, l \\
 & h_i = \sum_{s \in I_i} \rho_s L_s \\
 & a_s = A_i \text{ for } s \in I_i \dots \dots \dots (2.1)
 \end{aligned}$$

### 2.1 제약조건과 도함수

#### 2.1.1 처짐제약 (Deflection Constraints)

처짐요소  $u_k$ 는 관련된 절점에 단위 가상하중을 가한 후에 행해진 일의 형태로 표현할 수 있다. 즉,

$$u_k = \sum_{s=1}^m \frac{F_s F_s^{(k)} L_s}{a_s E_s} \dots \dots \dots (2.2)$$

식 (2.2)에서 설계변수에 독립인 상수  $c_{sk}'$ 와 동일한 설계변수를 가지는 부재들에 대해서 고려한  $c_{ik}$ 를 이용하면

$$c_{sk}' = \frac{F_s F_s^{(k)} L_s}{E_s}, \quad c_{ik} = \sum_{s \in I_i} c_{sk}'$$

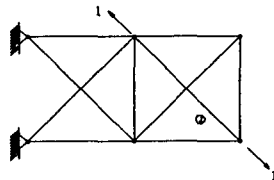
가 되며, 처짐과 그의 도함수의 1차 근사식은 다음과 같다.

$$u_k = \sum_{i=1}^l \frac{c_{ik}}{A_i} \dots \dots \dots (2.3)$$

$$\frac{\partial u_k}{\partial A_i} = -\frac{c_{ik}}{A_i^2} \dots \dots \dots (2.4)$$

#### 2.1.2 응력제약 (Stress Constraints)

응력제약에 대한 도함수 역시 처짐제약에서와 마찬가지로 가상하중의 방법을 사용하여 유도할 수 있다.



[그림 2.1] 가상일에 의한 부재  $j$ 의 응력을 표현하는 가상 하중

[그림 2.1]은 임의의 부재  $j$ 의 응력을 알기위해 적용한 한 쌍의 가상하중을 나타내고 있다. 따라서, 부재의 응력  $\sigma_j$ 는

$$\sigma_j = \sum_{s=1}^m \frac{F_s F_s^{(j)} L_s}{a_s E_s} \cdot \frac{E_j}{L_j} \dots \dots \dots (2.5)$$

처짐제약에서와 동일한 의미를 가지는  $d_{j'}$ ,  $d_{\ddot{y}}$ 를 이용하면

$$d_{j'} = \frac{F_s F_s^{(j)} L_s}{E_s} \cdot \frac{E_j}{L_j} \quad , \quad d_{\ddot{y}} = \sum_{s \in I_i} d_{j'}$$

가 되며, 그에 따른 응력과 그의 도함수의 1차 근사식은 다음과 같다.

$$\sigma_j = \sum_{i=1}^l \frac{d_{\ddot{y}}}{A_i} \dots \dots \dots (2.6)$$

$$\frac{\partial \sigma_j}{\partial A_i} = - \frac{d_{\ddot{y}}}{A_i^2} \dots \dots \dots (2.7)$$

### 2.1.3 좌굴제약 (Buckling Constraints)

좌굴제약은 참고문헌 [4]의 허용 압축응력을 사용하였으며 다음과 같다.

$$F_a = \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{KL}{r C_c} \right)^2 \right] \cdot F_y \quad \frac{KL}{r} \leq C_c \dots \dots \dots (2.8)$$

$$F_a = \frac{\pi^2 E}{\left( \frac{KL}{r} \right)^2} \quad \frac{KL}{r} \geq C_c \dots \dots \dots (2.9)$$

$$C_c = \pi \sqrt{\frac{2E}{F_y}} \dots \dots \dots (2.10)$$

그리고, 회전반경  $r$ 은 다음과 같이 표현되어진다.

$$r = \alpha A^\beta \dots \dots \dots (2.11)$$

여기서,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 모든 대상 부재에 대하여 상수라고 보고 아래식으로 부터 최소 자승법을 이용하여 얻을 수 있다.

$$\log r = \log \alpha + \beta \log A \dots \dots \dots (2.12)$$

## 2.2 최적규준 (Optimality Criteria)

최적 규준을 유도하기 위해서 다음 식으로 표현되는 Kuhn-Tucker necessary condition을 이용하였다.

$$\frac{\partial W}{\partial A_i} + \sum_k \lambda_k \frac{\partial u_k}{\partial A_i} + \sum_j \lambda_{n+j} \frac{\partial \sigma_j}{\partial A_i} - \gamma_i = 0 \dots \dots \dots (2.13)$$

$$\lambda_k (u_k - \bar{u}_k) = 0 \dots \dots \dots (2.14)$$

$$\lambda_{n+j} (\sigma_j - \bar{\sigma}_j) = 0 \dots \dots \dots (2.15)$$

$$\gamma_i (A_i - \bar{A}_i) = 0 \dots \dots \dots (2.16)$$

$$\lambda_k, \lambda_{n+j}, \gamma_i \geq 0 \dots \dots \dots (2.17)$$

여기서  $\lambda_k$ ,  $\lambda_{n+j}$  그리고  $\gamma_i$ 는 Lagrange multipliers이다.

본 연구의 대상 구조물인 트러스 구조물에 적용된 최적규준은 식 (2.13)에 목적함수의 도함수 및 2.1절에서 유도한 제약조건의 도함수를 대입함으로써 유도된다. 즉,

$$\frac{1}{A_i^2 h_i} \left[ \sum_{k \in U} \lambda_k c_{ik} + \sum_{j \in S} \lambda_{n+j} d_{\ddot{y}} \right] + \frac{\gamma_i}{h_i} = 1 \dots \dots \dots (2.18)$$

식 (2.18)에서 좌변 마지막 항의  $\gamma_i$ 는 Group 1의 설계 변수일 경우에는 0이 되고 Group 2의 설계 변수일 경우에는 0보다 크거나 같으므로 Group 1,2 설계변수에 대한 최적규준을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\sum_{k \in U} \lambda_k c_{ik} + \sum_{j \in S} \lambda_{n+j} d_{ij}}{A_i^2 h_i} = 1, \quad i \in G1 \quad \dots \dots \dots (2.19)$$

$$\frac{\sum_{k \in U} \lambda_k c_{ik} + \sum_{j \in S} \lambda_{n+j} d_{ij}}{A_i^2 h_i} \leq 1, \quad i \in G2 \quad \dots \dots \dots (2.20)$$

## 2.3 트리스 구조물의 재설계 Algorithm (Redesign Algorithm)

### 2.3.1 Lagrange multipliers의 초기값 설정

재설계 과정에 대한 첫단계로서 먼저 active 제약들을 선택한 후 이들에 대한 Lagrange multiplier의 초기값을 설정(estimating)하기 위해 식 (2.19)와 식 (2.4)와 그리고 식 (2.6)에서  $c_{ik}$ ,  $d_{ij}$ 가 포함되지 않은 항은 배제하여, 전체값에 대한 각 항의 값이 동일하면서 합이 1이 된다고 가정하고,  $n_a$ 를 active 제약의 수, 처짐과 응력에 관련된 Lagrange multiplier를 각각  $\lambda_p$ ,  $\lambda_q$ 라 하면 다음과 같은 초기값으로 설정할 수 있다.

$$\lambda_p = \frac{1}{n_a} \left[ \frac{\sum_i (c_{ip} h_i)^{\frac{1}{2}}}{\bar{u}_p - \sum_i \frac{c_{ip}}{A_i}} \right]^2 \quad \dots \dots \dots (2.21)$$

$$\lambda_q = \frac{1}{n_a} \left[ \frac{\sum_i (d_{iq} h_i)^{\frac{1}{2}}}{\bar{\sigma}_q - \sum_i \frac{d_{iq}}{A_i}} \right]^2 \quad \dots \dots \dots (2.22)$$

### 2.3.3 개선된 설계변수 ( $A_i$ ) 결정

식 (2.21), (2.22)에 의해 설정된 Lagrange multiplier를 제약조건식에 대입해야 하나 설계변수의 함수로 되어 있어 직접 대입할 수 없으므로 새로운 설계변수를 결정하여 이들로서 제약조건식의 만족 여부를 검사한다. 따라서 식 (2.19)는 다음과 같이 재형성된다.

$$A_i = \left[ \sum_{k \in U} \frac{\lambda_k c_{ik}}{h_i} + \sum_{j \in S} \frac{\lambda_{n+j} d_{ij}}{h_i} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots \dots \dots (2.23)$$

식 (2.23)에 의해 계산된 설계변수가 최소치수 보다 작아도 일단은 그대로 두며, [ ]내의 값이 음수일 경우에는 최소값으로 대체하고 Lagrange multiplier의 개선에는 배제한 채 Newton-Raphson 반복과정에서 재계산한다.

## 3. 완화 매개 변수(Relaxation Parameter)의 활용

참고문헌 [1-3]의 저자의 경험에 의하면, 가장 어려운 작업 가운데 하나가 active 제약을 선정하는 것이다. 최적규준을 이용한 대부분의 방법에서는 오직 처짐제약만을 거동적 제약으로 고려하므로 active 제약의 수나 선정에 대해 별다른 주의를 요하지 않는다. 그러나 본 논문에서 제시된

방법은 대부분의 경우에 막대한 양의 거동적 제약을 다룬다. 따라서, 재설계 과정의 초기에 active 제약의 선정과 Newton-Raphson 방법의 진행중 음의 값을 가지는 Lagrange multiplier와 관련된 제약의 처리 등은 모두 어려운 작업들이다. 저자의 초기 논문인 참고문헌 [1], [2]에서는 이러한 문제들을 해결하여 실제규모에 구조물의 최적설계를 가능하게 하였다.

그러나, 좌굴제약의 포함은 다시 새로운 문제를 야기한다. 부재의 허용 압축응력이 설계단계가 바뀔 때마다 변한다는 것이다. 이러한 허용 압축응력의 변화는 active 제약을 선정하는 데 많은 장애(noise)를 일으키게 되고 설계과정을 불안정하게 한다. 이러한 문제는 허용 압축응력의 급변을 막기위해 일종의 완화 매개변수를 도입함으로써 극복할 수 있다. 재설계 과정의 초기에 있어서의 각 부재에 대한 새로운 허용 압축응력은 다음의 식으로 부터 계산되었다.

$$\bar{\sigma}_j^{(v+1)} = \bar{\sigma}_j^{(v)} + \alpha \cdot (\bar{\sigma}_j^* - \bar{\sigma}_j^{(v)})$$

여기서,  $\bar{\sigma}_j^{(v)}$ 는 전 단계에서의 부재의 허용 압축응력이며,  $\bar{\sigma}_j^*$ 는 새로운 단면적을 가지고서 참고문헌 [4]의 식 (5.6-1,2,3)으로 부터 계산된 허용 압축응력이다. 그리고,  $\alpha$ 는 완화 매개변수이며 적절한 값은 0.2 ~ 0.5 정도이다.

#### 4. 변경된 좌굴 제약 (Buckling Constraints)

본 연구에서는 각 부재의 허용 압축응력을 식 (4.1)을 이용하여 동일하게 다루었다.

$$F_a = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} \dots \dots \dots (4.1)$$

여기서

- $E$  ; 탄성 계수
- $L$  ; 비지지장
- $r$  ; 회전 반경
- $K$  ; 유효 길이 계수

식 (4.1)에서 회전반경  $r$ 은  $A$ 의 함수로 놓을 수 있다.

$$r = \alpha A^{0.5} \dots \dots \dots (4.2)$$

식 (4.2)를 식 (4.1)에 대입하면 식 (4.3)을 얻을 수 있다.

$$F_a = \frac{\alpha^2 \pi^2 E}{K^2 L^2} A \dots \dots \dots (4.3)$$

허용 압축응력은 식 (4.1)에서 회전반경  $r$ 의 함수로 되어 있으나 식 (4.3)에서는 단면적  $A$ 의 함수로 나타내었으며 여기서,  $\alpha$ 는 부재의 단면형상에 기인하는 상수이다.

##### 4.1 Single Angles

식 (4.2)에 나타난 상수  $\alpha$ 는 2.1.3절에서 설명한 방법으로 [표 4-1]에서 열거한 값들을 가지는 것으로 계산되었다.

[표 4-1] 식 (4.2)에서 상수  $\alpha$ 의 값

형 태	$r_x$	$r_y$	$r_z$
Equal-Leg Angle	0.7006	0.7006	0.4484
Unequal-Leg Angle	0.8418	0.5314	0.3944

허용 압축응력은 상수  $\alpha^2$ 과 단면적  $A$ 에 비례하게 되는데 단면적  $A$ 가 커지면 허용 압축 응력도 따라서 커지게 된다.  $\alpha$ 의 값은  $r_x$ ,  $r_y$ 와  $r_z$ 에 따라 모두 다른 값을 가진다. Equal-Leg Angle을 취했을 때 식 (4.3)에서의  $\alpha$ 값은  $r_x$  또는  $r_y$ 와  $r_z$ 의  $\alpha$ 값을 비교해서 작은 값을 선택하도록 하였으며, Unequal-Leg Angle일 경우에도 세 개의 값을 모두 비교하여 가장 작은 값을 선택했다. 또한, 모든 부재를 다 취했을 경우에는 Equal-Leg Angle과 Unequal-Leg Angle의  $\alpha$ 값을 평균해서 구한 값들을 비교 선택하도록 되어 있다.

#### 4.2 좌굴제약을 포함하는 응력제약

부재의 허용 압축응력이 부재 단면적에 비례하므로 새로운 응력제약을 다음과 같은 식으로 표현하였다.

$$g(j) = \sigma_j - \bar{\sigma}_j \leq 0 \quad \dots \dots \dots (4.4)$$

그러므로, 새로운 응력제약의 도함수는 다음과 같다.

$$\frac{\partial g(j)}{\partial A_i} = -\frac{d_{ij}}{A_i^2} - \delta_{I_{ij}} \frac{\alpha^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} \quad \dots \dots \dots (4.5)$$

단,  $\delta_{I_{ij}}$ 는 다음 조건에 따라 0과 1로 분류된다.

구 분	조 건	비 고
$\delta_{I_{ij}} = 1$ 일 때	$j \in I_i$	두가지 모두 만족할 때
$\delta_{I_{ij}} = 0$ 일 때	Compression	한 가지라도 만족을 못 시킬 때

#### 4.3 새로운 최적규준

좌굴제약을 포함하는 응력제약을 사용한 새로운 최적규준은 식 (4.6)과 같다.

$$\frac{\partial W}{\partial A_i} + \sum_k \lambda_k \frac{\partial u_k}{\partial A_i} + \sum_j \lambda_{n+j} \frac{\partial g(j)}{\partial A_i} - \gamma_i = 0 \quad \dots \dots \dots (4.6)$$

식 (2.20)과 (2.21)에서와 동일한 조건으로 Group 1,2 설계변수에 대한 최적규준을 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\sum_{k \in U} \lambda_k c_{ik} + \sum_{j \in S} \lambda_{n+j} d_{ij}}{A_i^2 (h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{I_{ij}} \frac{\alpha^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2})} = 1, \quad i \in G1 \quad \dots \dots \dots (4.7)$$

$$\frac{\sum_{k \in U} \lambda_k c_{ik} + \sum_{j \in S} \lambda_{n+j} d_{ij}}{A_i^2 (h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{I_{ij}} \frac{\alpha^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2})} \leq 1, \quad i \in G2 \quad \dots \dots \dots (4.8)$$

식 (4.9)와 (4.10)에서 보는 바와 같이 앞서와 마찬가지로 Lagrange multiplier를 추정할 수 있다. 그러나  $\lambda_p$ 와  $\lambda_q$ 의 식에서 또다른 Lagrange multiplier가 포함되어 있으나  $\lambda_p$ 와  $\lambda_q$ 는 어디까지나 추정할 값이라 이들을 무시했다.

$$\lambda_p = \frac{1}{n_a} \left[ \frac{\sum_i \left\{ c_{ip} \left( h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{I_{ij}} \frac{\alpha^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} \right) \right\}^{\frac{1}{2}}}{\bar{u}_p - \sum_i \frac{c_{ip}}{A_i}} \right]^2 \quad \dots \dots \dots (4.9)$$

$$\lambda_a = \frac{1}{n_a} \left| \frac{\sum_{+i} \left( d_{iq} \left( h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{Ij} \frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} \right) \right)^{\frac{1}{2}}}{\frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} A_i - \sum_{-i} \frac{d_{iq}}{A_i}} \right| \dots \dots \dots (4.10)$$

설계변수  $A_i$ 를 정하는데 있어서 식 (4.7)은 다음과 같이 표현된다.

$$A_i = \left[ \sum_{k \in U} \frac{\lambda_k c_{ik}}{h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{Ij} \frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2}} + \sum_{j \in S} \frac{\lambda_{n+j} d_{ij}}{h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{Ij} \frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.11)$$

식 (4.11)에 의해 계산된 설계변수가 제약조건식을 만족하지 않을 경우에는 새로운 Lagrange multipliers로부터 계산된, 보다 개선된 설계값에 의해 제약조건식을 만족시키도록 Lagrange multipliers는 개선되어야 한다. 이러한 일은 Newton-Raphson 방법에 의해 행하여지고 다음의 관계를 사용하였다.

$$\underline{\lambda}^{(1)} = \underline{\lambda}^{(0)} - \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_k(\underline{\lambda}^{(0)}) - \bar{u}_k \\ \sigma_j(\underline{\lambda}^{(0)}) - \bar{\sigma}_j \end{bmatrix} \dots \dots (4.12)$$

$$X_{11} = \left\{ \frac{\partial u_k}{\partial \lambda_p} \right\} = \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i \in G1} \frac{c_{ik} c_{ip}}{A_i^3 \left( h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{Ij} \frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} \right)} \right\}_{, \dots, \omega}$$

$$X_{22} = \left\{ \frac{\partial g(j)}{\partial \lambda_{n+a}} \right\} = \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i \in G1} \frac{d_{ij} d_{iq}}{A_i^3 \left( h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{Ij} \frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} \right)} + \sum_{i \in G1} \delta_{Ij} \frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} \frac{d_{iq}}{A_i \left( h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{Ij} \frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} \right)} \right\}_{, \dots, \omega}$$

$$X_{12} = \left\{ \frac{\partial u_k}{\partial \lambda_{n+a}} \right\} = \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i \in G1} \frac{c_{ik} d_{iq}}{A_i^3 \left( h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{Ij} \frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} \right)} \right\}_{, \dots, \omega} \quad (4.13)$$

$$X_{21} = \left\{ \frac{\partial g(j)}{\partial \lambda_p} \right\} = \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i \in G1} \frac{d_{ij} c_{ip}}{A_i^3 \left( h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{Ij} \frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} \right)} + \sum_{i \in G1} \delta_{Ij} \frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} \frac{c_{ip}}{A_i \left( h_i - \sum_j \lambda_{n+j} \delta_{Ij} \frac{a^2 \pi^2 E_j}{K_j^2 L_j^2} \right)} \right\}_{, \dots, \omega}$$

$$\underline{\lambda} = \{ \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+m} \}^T$$

$$p = 1, 2, \dots, n \quad \dots \dots \dots (4.14)$$

$$q = 1, 2, \dots, m$$

식 (4.12)의 Jacobian matrix에서 Group 2의 설계변수는 Lagrange multipliers에 민감하지 못하므

로 Group 1의 설계변수의 합으로 구성되었다. 만일, 어떤 Lagrange multiplier가 음수를 가진다면 관련된 제약이 inactive임을 나타내므로 식 (4.12)과 (4.14)의 행렬로부터 일치하는 행과 열을 제외시켜야 하고 관련한 Lagrange multiplier를 0으로 놓아야 한다.

## 5. 결론

최적규준에서 응력제약은 실제응력이 허용응력보다 작거나 같아야 한다는 제약이다. 그러나 좌굴제약을 포함한 압축부재에서 허용 압축응력이 재설계 반복과정마다 큰 폭으로 변하여 해당 부재의 응력제약이 active 와 inactive 영역 사이를 오가면서 재설계 과정이 불안정 해졌다. 이 문제는 일차적으로 허용 압축응력의 변화의 폭을 제한하는 완화 매개변수를 도입함으로써 해결 하였다. 이어서 허용 압축응력이 개략적으로는 부재 단면적에 비례한다는데 착안하여 이 허용압축 응력 자체를 설계변수의 합수로 보고 제약조건의 좌변에 포함시키는 새로운 응력제약 조건식을 유도하였다. 이 새로운 응력제약으로부터 최적규준을 정립하였으며 이러한 최적규준을 만족하는 설계를 구하기 위한 재설계 알고리즘을 유도하였다.

## ♣ 참고 문헌

- 1] Chung, Y.S., Optimal design of civil engineering structures using optimality criteria methods, Ph.D. Thesis, Dept. of Civil Engineering, Loughborough University of Technology, U.K., 1982.
- 2] Allwood, R.J. and Chung, Y.S., Minimum-weight design of trusses by an optimality criteria method, *Int. J. numer. methods in eng.*, Vol. 20, 1984, pp 697-713.
- 3] Chung, Y.S. and Yun, S.I., Application of an optimality criteria approach to the design of latticed transmission towers, *Proceedings of the Fifth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction held at Gold Coast, 25-27 July 1995*, pp 2323-2328.
- 4] American Society of Civil Engineers, *Design of Latticed Steel Transmission Structures*, ANSI/ASCE 10-90, December, 1991, pp 4-5.