

# 점성감쇠기가 설치된 건물의 내풍해석 (Wind-induced Vibration of Building Structures with Viscoelastic Dampers)

주 석 준\* 민 경 원\*\* 홍 성 목\*\*\*

## ABSTRACT

Wind-induced vibration of buildings with viscoelastic dampers are studied analytically. The added viscoelastic dampers change the damping distribution and reduce the response of buildings. The distribution of damping resistance that results from these viscoelastic dampers is known as non-classical or non-proportional. Non-classically damped structures are analyzed by state-space approach. However, this approach is complex and time-consuming compared to classical approach. This paper is aimed at the analysis of wind-induced vibration of buildings with viscoelastic dampers. The process of state-space approach is studied and the approximate analysis is suggested to overcome the complex and time-consuming process. For numerical certification, PSDF(Power Spectral Density Function) is obtained. Autocorrelation function is obtained in time domain and PSDF is obtained by fourier transformation of this function in frequency domain. It is found that Approximate method can give close approximation to exact solution.

### 1. 서론

바람 또는 지진과 같은 횡하중에 의한 건물의 거동을 제어하기 위하여 여러가지 제어시스템이 이용되어 왔는데 그 중의 하나가 점성감쇠기(viscoelastic damper)다. 점성감쇠기는 건물 구조체의 연결부나 층간에 설치되어 상대적인 횡변위를 제어함으로써 시스템의 전체 거동을 제어하는 것이다. 이러한 점성감쇠기의 문제점의 하나가 온도변화에 대한 민감성과 비선형성 등으로 인한 해석의 어려움을 들 수가 있는데 최근에 개발된 선형 점성감쇠기의 등장으로 비선형성의 문제를 보완하게 되었다. 그러나 온도에 대한 점성감쇠기에 대한 문제는 여러 연구[1]에서 지적되어 왔는데 본 연구에서는 주된 관심이 점성감쇠기의 설치에 의한 건물 감쇠 성질의 변화와 이에 따른 내풍해석의 과정과 해석의 간편을 위한 근사과정을 유도하는 데 있으므로 온도와 비선형성에 대한 문제는 고려하지 않기로 하며 점성감쇠기는 층간에 설치하는 것으로 가정한다.

일반적으로 점성감쇠기의 감쇠력은 건물의 감쇠력보다 큰 값을 가지므로, 이의 설치로 건물 감쇠분포에 변화가 발생한다. 점성감쇠기는 일종의 외부감쇠기(external damper)이므로 운동방정식을 유도할 때에 생기는 감쇠행렬을 구성할 수 있게 되며 이러한 행렬 때문에 건물의 운동방정식은 비고전적 감쇠(non-classical damped)의 운동방정식이 된다. 비고전적 감쇠의 운동방정식의 해석은 state-space 상태로 변화시켜 풀게 되는데 고전적 해석에 비해 시간적으로 많은 노력이 필요하며 복잡한 과정을 거쳐야 한다.[2,3,4] 그러나 점성감쇠기에 의한 감쇠력 증가를 운동방정식 자체에 고려하였기 때문에 정확한 해를 구할 수 있다.

한편, 지진력에 의한 구조물의 거동을 비고전적 감쇠의 의미에서 연구한 논문들은 많이 있는데 Igusa[3]는 고전적 감쇠 시스템의 거동을 비고전적 감쇠 시스템의 일부로 일반화시켜 구조물의 거동을 각 모드의 상관관계식으로 유도하였으며 지진력의 백색 잡음성(white noise)을 가정하여 응답의 스펙트랄 모멘트 식을 구하였다. 또한 Veletsos[4]는 감쇠 시스템의 해석에 있어서의 시간적 낭비를 극복할 수 있는 새로운 근사식을 제안하였다. 이상과 같이 지진해석에 따른 비고전적 감쇠의 역할에 관한 연구는 많이 진행이 되어 왔는데 바람에 의한 건물의 거동, 특히 비고전적 감쇠를 고려한 연구는 풍하중이 지진력보다 상대적으로 약한 파괴력을 지니며 바람에 취약한 대형 구조물의 동장이 늦었기 때문에 초기 단계라 볼 수 있다. 본 연구에서는 점성감쇠기를 설치한 건물의 비고전적 감쇠성질을 고려하여 풍해석 과정을 유도하는 한편 이것을 바탕으로 간편한 해석과정을 제시하는 데 그 목적이 있다.

### 2. 점성감쇠기가 설치된 비고전적 감쇠성질을 가지는 건물

#### 2.1 운동방정식

시스템의 감쇠가 Caughey & O'Kelly의 조건, 식(1)을 만족하는 점성감쇠 시스템을 고전적감쇠 시스템이라고 하며, 만족하지 않는 점성감쇠 시스템을 비고전적 감쇠시스템이라고 한다.[5]

$$CM^{-1}K = KM^{-1}C \quad (1)$$

윗식에서 M, C, K는 각각 시스템의 질량, 감쇠, 강성행렬로 실수값의 대칭행렬이다. M은 positive definite이며 C, K는 positive semi-definite이다.

다자유도 선형시스템의 동적해석에 있어서 흔히 시스템은 고전적 감쇠시스템으로 가정된다. 이러한 가

\* 서울대 대학원 건축학과 박사과정  
\*\* 인천대 건축공학과 전임강사  
\*\*\* 서울대 건축학과 교수

정하에 운동방정식은 비감쇠시스템의 고유값과 고유모드를 이용하여 독립된 모드방정식으로 변환된다. 그러나 대부분의 실제 구조시스템은 비고전적 감쇠의 성질을 지니며, '모드방정식은 감쇠행렬에 의해 상호 연관된다. 그러나, 대부분의 경우 비고전적 감쇠시스템은 고전적 감쇠시스템으로 근사화할 수 있으며 충분히 정확한 해를 구할 수 있다. 가장 많이 사용되는 근사화방법은 일반화된 감쇠행렬에서 비대각선 항을 무시하는 것이다. 그러나 실제 구조물을 해석할 때에는 구조물의 감쇠력을 파악하기가 매우 어렵기 때문에 감쇠행렬의 구성 대신에 비감쇠 시스템으로 구한 모드방정식에 모드감쇠비를 가정하는 경우가 대부분이다.[2]

위에서 지적하였듯이 모드감쇠비를 가정하는 경우는 고전적 감쇠시스템 해석의 일환인데 점성감쇠기 등으로 인한 감쇠행렬의 구성이 가능한 경우에는 감쇠행렬 자체를 해석에 직접 고려할 수 있으며 이러한 해석 방법을 state-space 방법이라고 하며 비고전적 감쇠시스템의 해석이 되는 것이다. 그러나 이것은 고전적 감쇠 시스템으로 가정할 때보다 복잡하며, 요소해(element of solution)의 물리적 의미가 불분명하여 많이 사용되진 않고 있다.[4] 그러나 비고전적 감쇠의 영향이 커서 이를 해석에 고려해야 하는 몇 가지 경우가 있다. 예를 들면 토질-구조물 시스템(감쇠비의 차가 아주 큰 경우)과 동조된 주-부구조물시스템(질량비가 작고 감쇠비가 같지 않은 경우)이 있으며, 이에 대한 해석적인 연구는 이미 진행된 바 있다.[3]

그림 1에서와 같이 다수의 점성감쇠기가 층간에 설치된 건물이 풍하중을 받을 때의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f \quad (2)$$

여기서  $x$ 는 지반에 대한 상대적 변위를,  $f$ 는 각 층에 작용하는 풍하중을 나타내는 열벡터이며,  $\cdot$ (dot)는 시간에 대한 미분을 나타낸다.

$n$  2차 미분방정식인 식(2)를  $2n$  1차 미분방정식으로 바꾸면 state-space 방정식을 구할 수 있다.

$$Ay + By = F \quad (3)$$

여기서,  $A = \begin{bmatrix} O & M \\ M & C \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -M & O \\ O & K \end{bmatrix}$ ,  $F = \begin{pmatrix} O \\ f \end{pmatrix}$

그리고  $y = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ x \end{pmatrix}$ 이다.

## 2.2 고유진동수와 고유모드

고전적 감쇠시스템의 고유진동모드는 비감쇠시스템의 고유모드와 동일하며, 실수로 표현되어 각 자유도의 위상각(phase angle)이  $0^\circ$  또는  $180^\circ$ 로 일정하므로 항상 동일한 모드형상을 유지한다. 비고전적 감쇠시스템의 고유진동모드는 복소수로 표현되며 각 자유도의 위상각이 달라 동일한 형상을 유지하지 못한다. 또한 고전적감쇠시스템과는 달리 노드(node)가 생기지 않는다.

비감쇠 시스템과 연관된 고유진동수  $\omega_i$ , 모드형상

$\phi_i(i=1,2,\dots,n)$ 는 다음의  $n \times n$  고유값 문제로부터 구할 수 있다.

$$K\phi_i = \omega_i^2 M\phi_i \quad (4)$$

고전적 감쇠시스템의 경우 감쇠행렬  $C$ 가 비감쇠의 모드형상  $\phi_i$ 에 대해 직교(orthogonal)하므로 운동방정식은  $n$ 개의 상호독립된 모드방정식으로 변환된다. 이것은 방정식(2)에서  $x = \Phi u$ 로 모드좌표변환(coordinate transformation)하여  $\phi_i^{-1}$ 를 앞에 곱하면 된다. 여기서  $\Phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n]$ 이다. 분리된  $i$ 번째의 모드방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{u}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{u}_i + \omega_i^2 u_i = \phi_i^T f / M_i \quad (5)$$

여기서  $\xi_i = \phi_i^{-T} C \phi_i / 2\omega_i M_i$ 는  $i$ 번째 모드의 모드감쇠비(modal damping ratio)이며  $M_i = \phi_i^{-T} M \phi_i$ 는 모드질량(modal mass)이다.

식(5)의 제차방정식의 해는  $\text{Exp}[s_i t]$ 의 형태를 가지며  $s_i$ 는 다음과 같다.

$$s_i = -\xi_i \omega_i + i\omega_{Di}, \quad \omega_{Di} = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (6)$$

비고전적 감쇠시스템의 일반적인 경우에는 식(3)으로부터 다음과 같은 고유값 문제를 유도할 수 있다.

$$B\hat{\phi}_i = -s_i A\hat{\phi}_i \quad (7)$$

행렬  $A, B$ 가 대칭이기 때문에  $(\hat{\phi}_i, s_i)$ 는 켈레로 쌍기며,  $y$ 의 정의로부터  $\hat{\phi}_i$ 는 다음과 같은 형태를 가진다.

$$\hat{\phi}_i = \begin{pmatrix} s_i \phi_i \\ \phi_i \end{pmatrix} \quad (8)$$

고전적 감쇠와의 비교를 위해 다음과 같은 표기를 사용한다.

$$s_i = -\xi_i \omega_i + i\omega_{Di} \quad (9)$$

여기서  $\omega_i$ ,  $\omega_{Di}$ ,  $\xi_i$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\omega_i = |s_i|, \quad \xi_i = -\text{Re}(s_i) / |s_i|, \quad \omega_{Di} = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (10)$$

## 3. 풍하중에 의한 댐퍼가 설치된 건물의 진동해석

### 3.1 시간영역에서의 풍하중에 대한 시스템의 응답

고전적 감쇠 시스템으로 가정했을 때, 모드좌표변환에 의해 분리된  $i$ 번째 모드 방정식은 식(5)로 주어지며, 이를 다시 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\ddot{u}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{u}_i + \omega_i^2 u_i = \sum_{k=0}^n \Gamma_{ik} f_k(t) \quad (11)$$

$$\Gamma_{ik} = \phi_{ik} / M_i$$

이 식의 해는 다음과 같다.

$$u_i(t) = \sum_{k=1}^n -\frac{\Gamma_{ik}}{\omega_{Di}} \int_0^t f_k(\tau) \exp[-\xi_i \omega_i(t-\tau)] \sin \omega_{Di}(t-\tau) d\tau = \sum_{k=1}^n -\Gamma_{ik} D_{ik}(t) \quad (12)$$

여기서  $D_{ik}(t)$ 는 두하멜 적분식으로 k층에 작용하는 하중에 대한 i번째 모드의 변위응답을 나타낸다.

$$D_{ik}(t) = \frac{1}{\omega_{Di}} \int_0^t f_k(\tau) \exp[-\xi_i \omega_i(t-\tau)] \sin \omega_{Di}(t-\tau) d\tau \quad (13)$$

일반적으로 구하고자 하는 응답은 변위 벡터 x의 각 요소를 선형조합하여 구할 수 있다.[3]

$$\nu = q^T x = \sum_{i=1}^n q^T \phi_i u_i = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n q^T \phi_i \Gamma_{ik} D_{ik}(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \psi_{ik} D_{ik}(t) \quad (14)$$

일반적인 비고전적 감쇠시스템의 경우, 방정식(3)은 모드좌표변환  $y = \widehat{\phi} z$ ,  $\widehat{\phi} = [\widehat{\phi}_1 \widehat{\phi}_2 \dots \widehat{\phi}_{2n}]$ 에 의해 2n개의 모드방정식으로 분리되며 각 방정식은 복소켈레로 주어진다. i번째 모드 방정식은 다음과 같다

$$A_i z_i + B_i z_i = \widehat{\phi}_i^T F \quad (15)$$

또는

$$z_i - s_i z_i = \sum_{k=1}^n \gamma_{ik} f_k(t) \quad (16)$$

$$A_i = \widehat{\phi}_i^T A \widehat{\phi}_i \\ \text{여기서 } B_i = \widehat{\phi}_i^T B \widehat{\phi}_i = -s_i A_i \\ \gamma_{ik} = \widehat{\phi}_i^T A_i \quad (17)$$

식 (16)의 1차 방정식의 해는 다음과 같다.

$$z_i = \sum_{k=1}^n \gamma_{ik} \int_0^t f_k(\tau) \exp[s_i(t-\tau)] d\tau \quad (18)$$

모드 응답을 선형 조합하면

$$\nu = q^T x = \sum_{i=1}^n q^T \phi_i z_i = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n b_{ik} \int_0^t f_k(\tau) \exp[s_i(t-\tau)] d\tau \quad (19)$$

여기서  $b_{ik} = q^T \phi_i \gamma_{ik}$ .

일반적으로  $b_{ik}$ 는 복소수이며 고전적 감쇠시스템에 대해서 순허수가 된다. 그러한 시스템에 대해서

$$A_i = -\frac{B_i}{s_i} = -\frac{1}{s_i} [\phi_i^T K \phi_i - s_i^2 \phi_i^T M \phi_i] = \left[ \frac{\omega_i^2 - s_i^2}{-s_i} \right] M_i \quad (20)$$

$s_i$ 에 대해 식(9)을 이용하고 위의 식을  $b_{ik}$ 에 대입하면 예상한 결과를 얻을 수 있다.

$$b_{ik} = \frac{(q^T \phi_i)(\phi_{ik})}{\pm 2i \omega_{Di} M_i} = \mp i \frac{\psi_{ik}}{2\omega_{Di}} \quad (21)$$

$b_i$ ,  $s_i$ 는 켈레로 생기기 때문에  $b_i = \bar{b}_{i+n}$ ,  $s_i = \bar{s}_{i+n}$ 라 하면 식(19)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nu(t) = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ -\text{Im } b_{ik} \int_0^t f_k(\tau) \exp[-\xi_i \omega_i(t-\tau)] \sin \omega_{Di}(t-\tau) d\tau + \text{Re } b_{ik} \int_0^t f_k(\tau) \exp[-\xi_i \omega_i(t-\tau)] \cos \omega_{Di}(t-\tau) d\tau \right\} \quad (22)$$

고전적 감쇠시스템의 경우  $b_{ik}$ 는 순허수이므로 식(22)에서는 첫번째 적분항만이 남게 되어 식(14)와 일치하게 된다. 비고전적 감쇠시스템의 경우에는 모드형상의 위상각의 차이로 코사인 항이 포함된 두번째 적분식이 나타나게 된다.

두번째 적분식은 두하멜 적분식의 도함수를 이용해 간단히 나타낼 수 있다.

$$\dot{D}_{ik}(t) = \int_0^t f_k(\tau) \exp[-\xi_i \omega_i(t-\tau)] \cos \omega_{Di}(t-\tau) d\tau - \xi_i \omega_i D_{ik}(t) \quad (23)$$

윗식을 식(22)에 대입하면 다음과 같은 응답식을 얻을 수 있다.

$$\nu = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \left\{ -\text{Im } b_{ik} [\omega_{Di} D_{ik}(t) + \text{Re } b_{ik} [\dot{D}_{ik}(t) + \xi_i \omega_i D_{ik}(t)]] \right\} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n [a_{ik} D_{ik}(t) + c_{ik} \dot{D}_{ik}(t)] \quad (24)$$

여기서  $a_{ik} = -2 \text{Re}(b_{ik} \bar{s}_i)$ ,  $c_{ik} = 2 \text{Re}(b_{ik})$ 이다. (25)

고전적 감쇠시스템의 경우  $b_{ik} = i \psi_{ik} / 2\omega_{Di}$ 이므로  $c_{ik} = 0$ ,  $a_{ik} = \psi_{ik}$ 이 되어 식(24)는 식(14)로 된다.

### 3.2 진동수 영역에서의 풍하중에 대한 시스템의 응답

이 절에서는 식(24)로부터 자기상관함수와 PSDF를 유도한다. 시스템에 작용하는 풍하중이 stationary random process일 때, stationary response  $\nu(t)$ 의 자기상관함수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
R_w(\tau) &= E[\nu(t)\nu(t+\tau)] \\
&= E\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{ik} D_{ik}(t) + c_{ik} \dot{D}_{ik}(t)) \cdot \right. \\
&\quad \left. \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n (a_{jl} D_{jl}(t+\tau) + c_{jl} \dot{D}_{jl}(t+\tau))\right] \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n [ a_{ik} a_{jl} E[ D_{ik}(t) D_{jl}(t+\tau) ] + \\
&\quad a_{ik} c_{jl} E[ D_{ik}(t) \dot{D}_{jl}(t+\tau) ] + \\
&\quad c_{ik} a_{jl} E[ \dot{D}_{ik}(t) D_{jl}(t+\tau) ] + \\
&\quad c_{ik} c_{jl} E[ \dot{D}_{ik}(t) \dot{D}_{jl}(t+\tau) ] ] \quad (26)
\end{aligned}$$

$R_{ik,jl}(\tau) \equiv E[ D_{ik}(t) D_{jl}(t+\tau) ]$  을  $D_{ik}(t)$ ,  $D_{jl}(t)$ 의 곱상관함수 (cross-correlation function)라고 하면,

$$\begin{aligned}
E[ D_{ik}(t) \dot{D}_{jl}(t+\tau) ] &= R'_{ik,jl}(\tau) \\
E[ \dot{D}_{ik}(t) D_{jl}(t+\tau) ] &= -R'_{ik,jl}(\tau) \\
E[ \dot{D}_{ik}(t) \dot{D}_{jl}(t+\tau) ] &= -R''_{ik,jl}(\tau) \quad (27)
\end{aligned}$$

이다.[5][6] 여기서 '(prime)은  $\tau$ 에 대한 미분을 나타낸다. 따라서 자기 상관함수(26)는 다음과 같이 간단히 할 수 있다.

$$\begin{aligned}
R_w(\tau) &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n [ a_{ik} a_{jl} R_{ik,jl}(\tau) + a_{ik} c_{jl} R'_{ik,jl}(\tau) \\
&\quad - a_{jl} c_{ik} R'_{ik,jl}(\tau) - c_{ik} c_{jl} R''_{ik,jl}(\tau) ] \quad (28)
\end{aligned}$$

PSDF를 구하기 위해서는 식(28)을 푸리에 변환시켜야 한다. 곱상관함수  $R_{ik,jl}(\tau)$ 을 푸리에 변환하면  $D_{ik}(t)$ ,  $D_{jl}(t)$ 의 Cross spectral density인  $G_{ik,jl}(\omega)$ 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G_{ik,jl}(\omega) = G_k(\omega) H_l^*(\omega) H_j(\omega) \quad (29)$$

여기서  $H_i$ 는 고유진동수  $\omega_i$ , 감쇠비  $\xi_i$ 를 가지는 1자유도 시스템의 복소진동수 반응함수이다.

$$H_i(\omega) = \frac{1}{\omega_i^2 - \omega^2 + 2i\xi_i \omega_i \omega} \quad (30)$$

그리고  $G_k(\omega)$ 는 입력 풍하중의 PSDF로 식(31) Davenport식을 이용하였다.[8]

$\omega$ =고유진동수 (radian per second);  
 $K_0$ =표면항력계수(surface drag coefficient);  
 $u_r$ =지상 10m 이상에서의 평균풍속(m/sec);  
 $u_i$ =i층의 평균풍속;  
 $c_1, \alpha$ =상수;  
 $h$ =층고;  
 $\rho$ =공기 밀도;  
 $c_D$ =항력계수(drag coefficient);  
 $A_i$ =i층의 수압면적;  
 $u_g$ =gradient velocity;  
 $z_g$ =gradient height;  
 $z_i$ =i층의 높이.

$$G_k(\omega) = \frac{8\nu_k \nu_j K_0 u_r^2}{u_{k,i} |\omega|} \left\{ \frac{(\frac{600}{11u_r})^2}{[1 + (\frac{600}{11u_r})^2]^{4/3}} \right\} \exp\left[ -\frac{c_1 |\omega|}{211} - \frac{|k-l|h}{u_r} \right] \quad (31)$$

$$\nu_k = \frac{1}{2} \rho A_k c_D u_k^2; \quad u_k = u_r \left( \frac{z_k}{z_g} \right)^\alpha \quad (32)$$

푸리에 변환의 기본성질로부터  $R'_{ik,jl}(\tau)$ 과  $R''_{ik,jl}(\tau)$ 는 각각  $i\omega G_{ik,jl}(\omega)$ 과  $-\omega^2 G_{ik,jl}(\omega)$ 으로 변환된다. 식(28)을 푸리에 변환하면  $\nu(t)$ 의 PSDF가 얻어진다.

$$G_w(\omega) = \sum_i \sum_k \sum_j \sum_l [ C_{ik,jl} + i\omega D_{ik,jl} + \omega^2 E_{ik,jl} ] G_{ik,jl}(\omega) \quad (33)$$

여기서  $C_{ik,jl} = a_{ik} a_{jl}$ ,  $D_{ik,jl} = a_{ik} c_{jl} - a_{jl} c_{ik}$ ,  $E_{ik,jl} = c_{ik} c_{jl}$ 이다.

위의 식은 고전적 감쇠시스템의 PSDF를 일반화시킨 것이다. 고전적 시스템에 대한  $b_k$ 는 순허수이므로  $c_i = c_j = 0$ ,  $D_{ik} = E_{ik} = 0$ .  $C_{ik}$ 는 식(21)와 (25)을 이용하여 구한다. 이 경우 PSDF는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G_w(\omega) = \sum_i \sum_k \sum_j \sum_l \phi_{ik} \phi_{jl} G_{ik,jl}(\omega) \quad (35)$$

윗 식과 비교하여 일반화된 식 (33)에 추가되는 항은 모드응답 사이의 위상차 때문에 발생한다.

#### 4. 근사화 해석

3절에서 설명된 방법은 정확하나 구조해석상 계산 과정이 복잡하고 많은 시간적 노력을 필요로 하며 또한 감쇠행렬의 정확한 구성이 사실상 불가능하므로 혼란 시스템을 고전적 감쇠시스템으로 가정하여 해석을 수행한다. 이것은 감쇠행렬 C를 질량행렬 M과 강성행렬 K의 선형조합으로 가정하는 것이며, 이 가정에 의해 운동방정식 (2)는 식(5)로 분리될 수 있다. 식 (5)의  $\xi_i$ 는 C를 직접 구성하지 않기 때문에 임의의 값으로 지정해 주게 되며, 이 때  $\xi_i$ 와 C의 관계는 다음과 같다.

$$\xi_i = \phi_i^T C \phi_i / 2\omega_i M_i \quad (36)$$

위식은 현재 사용되고 있는 것으로 외부감쇠기와 같은 구조요소의 추가를 감쇠행렬 C에 고려하지 못한 것이다. 즉 외부감쇠기의 감쇠력이 각 모드감쇠비에 미치는 영향을 정량적으로 추정할 수 없었다.

시스템에 외부감쇠기가 설치된 경우, 새로 추가된 외부감쇠기는 감쇠상수의 크기에 비례하여 시스템의 감쇠분포를 변화시키게 된다. 특히 고전적 감쇠시스템으로의 가정에 대해 일반화된 감쇠행렬(generalized damping matrix)에서 비대각선 항을 증가시켜 비고전적 감쇠의 성질을 증대시킨다. 이 때의 감쇠행렬 C는 고전적 감쇠와 비고전적 감쇠 부분으로 나눌 수 있다.

즉 임의로 지정하는  $\xi_i$ 로부터 유도된 행렬  $C_a$ 와 외부 감쇠기에만 관계된 행렬  $C_b$ 로 구분할 수 있다.

$$C = C_a + C_b \quad (37)$$

기존의 해석 방법은  $C_a$ 만을 고려하는 것으로 외부 감쇠기에 의한  $C_b$ 를 적절히 고려할 수 없다. 식(37)를  $i$ 번째 모드에 대해 일반화시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_i^T C \phi_i &= \phi_i^T C_a \phi_i + \phi_i^T C_b \phi_i \\ &= 2\xi_i \omega_i M_i + c_{ex}(\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1})^2 \\ &= 2\xi_i \omega_i M_i \end{aligned} \quad (38)$$

여기서,  $c_{ex}$ 는 외부감쇠기의 감쇠상수를 나타내며,  $\xi_e$ 는 새로이 추가된 외부감쇠기의 감쇠를 고려한 유효 감쇠비로 볼 수 있다. 식(5)의  $\xi_i$  대신  $\xi_e$ 를 대입하면 기존의 해석방법에서 고려하지 못한 외부감쇠기의 추가를 고전적감쇠의 측면에서 고려할 수 있을 것이다.

$$u_i'' + 2\xi_i \omega_i u_i' + \omega_i^2 u_i = \phi_i^T f / M_i \quad (39)$$

건물의 거동에 대한 1차모드의 영향이 지배적인 경우, 식(13)은 다음과 같이 단순화될 수 있으며 전체 거동을 1차모드만을 고려하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_1^T C \phi_1 &= 2(\xi_1 + \frac{c_{ex}}{2\omega_1 M_1}(\phi_{1,j} - \phi_{1,j-1})^2) \omega_1 M_1 \\ &= 2\xi_e \omega_1 M_1 \end{aligned} \quad (40)$$

## 5. 예제해석

### 5.1. 외부감쇠기가 설치된 점성감쇠시스템의 거동

외부감쇠기의 설치로 인한 비고전적 감쇠의 영향을 고찰하기 위하여 그림 2의 모델을 사용하였다. 예제구조물은 4층 전단건물로 동일한 층강성  $k$ , 층질량  $m$ , 내부감쇠상수  $c$ 를 가지며, 2층에 감쇠기가 설치되어 있다고 가정하였다. ( $k=5 \times 10^6 \text{ kN}$ ,  $m=50 \text{ ton}$ ,  $c=57587.7 \text{ kN}$ ) 층강성에 비례하는 내부감쇠분포에 의해 시스템의 비고전적감쇠의 성질은 외부감쇠기의 값에만 의존한다. 내부감쇠상수  $c$ 는 해석시 임의로 지정하는 모드감쇠비로부터 역추적하여 구하였으며, 외부감쇠기의 감쇠상수는 내부감쇠의 3배로 하였다. 풍하중은 각 층 질점에 집중하여 작용한다고 가정하였다. 식(34)로 풍하중을 산정하기 위해서 다음의 각 변수값을 사용하였다.  $K_0=0.03$ ;  $u_r=11.46 \text{ m/s}$ ;  $u_g=90 \text{ m/s}$ ;  $\alpha=0.4$ ;  $c_1=7.7$ ;  $\rho=1.23 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_0=1.2$ ;  $h=4 \text{ m}$ ;  $A_i=100 \text{ m}^2$ ;  $z_g=300 \text{ m}$ . 그림4는 다음의 세가지 경우에 대한 PSDF를 나타내는 것이다.

- (가) 비고전적 감쇠를 고려한 경우 (state-space approach)
- (나) 기존의 방법으로 감쇠를 고전적 감쇠로 근사화하는 경우
- (다) 외부감쇠기의 추가를 고려하여 고전적 감쇠로 근사화한 경우(approximate method)
- (라) 첫번째 모드만을 고려한 (다)의 경우

그림 3,4에서 (나)의 경우 해석결과가 정해진 (가)보

다는 아주 크게 나타남을 볼 수 있는데, 이는 비경제적인 설계를 유발할 수 있다. (다)의 경우 계산량에 비해 정해에 아주 근접함을 알 수 있다. 그리고 (다)과 (라)의 결과가 거의 일치하여 나타나는데 이는 예제모델이 저층으로 첫번째 모드 거동에 가장 영향이 크기 때문이다.

### 5.2. 수동동조질량감쇠(Passive Tuned Mass Damper)가 설치된 시스템의 거동

그림 5의 예제구조물은 최상층부에 TMD가 설치된 3층 전단건물로 동일한 층강성  $k$ , 층질량  $m$ , 내부감쇠상수  $c$ 를 가진다고 가정하였다. ( $k=5 \times 10^6 \text{ kN}$ ;  $m=50 \text{ ton}$ ;  $c=57587.7 \text{ kN}$ ) TMD는 건물의 첫번째 모드에 동조시켰으며, TMD의 각 변수인 질량  $m_T$ , 강성  $k_T$ , 감쇠상수  $c_T$ 는 기존의 결과들에 의거하여 구하였다.[8] ( $m_T=3045$ ;  $k_T=60387.5$ ;  $c_T=1357$ ) 그림 7에 나타난 결과들은 다음의 경우에 대하여 각각 구한 것이다.

- (가) TMD를 고려하지 않은 경우
- (나) 비고전적 감쇠를 고려한 경우
- (다) TMD를 고려하여 고전적 감쇠로 근사된 경우
- (라) 첫번째 모드만을 고려한 (다)의 경우

### 5.3. 토질-구조물 시스템(Soil-Structure System)의 거동

그림 6에서 토질-구조물간의 상호작용을 고려하기 위해서 토질을 질량과 감쇠상수가 상대적으로 큰 질량체로 모델링하여 건물의 저층부에 두었다. 건물의 층강성  $k$ , 층질량  $m$ , 내부감쇠상수  $c$ 는 앞 예제와 동일하게 두었으며, 토질의 질량  $m_s$ , 감쇠상수  $c_s$ , 강성  $k_s$ 는 다음과 같다. ( $m_s=10 \text{ m}$ ;  $c_s=5c$ ;  $k_s=k$ ) 다음의 각 경우에 대하여 구한 결과들을 그림 8에 나타내었다.

- (가) 비고전적 감쇠를 고려한 경우
- (나) 고전적 감쇠로 근사화한 경우
- (다) 첫번째 모드만을 고려한 (나)의 경우

## 6. 결론

비고전적 감쇠 선형시스템이 stationary input excitation을 받을 때의 PSDF를 수식적으로 구하였으며, 이 때 복소수의 고유진동수와 고유모드를 이용한 모드해석법이 사용되었다.

일반적으로 고전적감쇠시스템 또는 비고전적 감쇠의 성질이 크지 않은 시스템의 경우 비감쇠의 모드형상과 식(5)의 독립된 모드방정식을 사용해도 충분히 정확한 결과를 얻을 수 있다. 그러할 경우 PSDF는 식(14)의 간단한 형태로 표현할 수 있다. 그러나 외부감쇠기와 같은 새로운 구조요소의 추가 등으로 전체 시스템의 감쇠분포가 크게 바뀌었을 경우에는 각 자유진동모드 사이의 연계성(coupling)이 두드러지며, 비고전적 감쇠로의 가정이 큰 오차를 발생시킬 수 있다.

예제의 수치해석을 통해 외부감쇠기의 감쇠상수가 클수록 고전적감쇠로의 가정이 정해와 상당한 차이가 있을 수 있음을 확인하였다. 그러나 비고전적감쇠를 고려하여 해석을 수행할 경우 많은 시간적 노력이 필요하며, 현실적으로 불가능할 수도 있다. 이의 해결을 위해 시스템을 고전적 감쇠시스템로 가정하면서 외부감쇠기의 추가를 고려할 수 있는 식(39)를 제안하였고 정해에 근접한 개선된 결과를 얻을 수 있었다.

7. 참고 문헌

1. C.S.Tsai and H.H.Lee, "Application of Viscoelastic Dampers to High-Rise Buildings", *Journal of Structural Engineering*, Vol.119, No.4, April, 1993, ASCE
2. Hurty, W. C. and Rubinstein, M. F., *Dynamics of structures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1964
3. T. Igusa, A. Der Kiureghian, J. L. Sackman, "Modal Decomposition Method For Stationary Response of Non-Classically Damped System", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.12, 121-136(1984)
4. Anestis S. Veletsos and Carlos E. Ventura, "Modal Analysis of Non-Classically Damped Linear Systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.14, 217-243(1986)
5. T. H. Caughey and M. E. J. O'Kelly, "Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems", *Journal of Applied Mechanics*, ASME 32, 583-588(1965)
6. D. E. Newland, *An introduction to Random vibrations and spectral analysis*, Longman House, 1981
7. Crandall, S. H. and Mark, W. D., *Random Vibration and Mechanical Systems*, Academic press, Now York, N.Y., 1973
8. J. N. Yang and B. Samali, "Control of Tall Buildings in Along-Wind Motion", *Journal of Structural Engineering*, Vol.109, No.1, January, 1983.
9. Joo Seok Joon, "A Study on the Vibration of Plate using Tuned Mass Dampers", Master's thesis, 1995

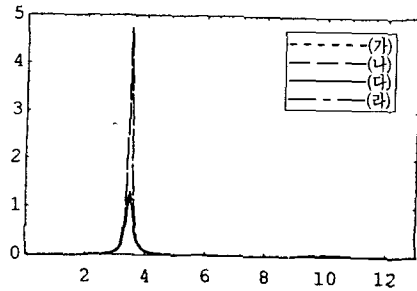


그림 4. 외부감쇠기가 설치된 건물의 최상층 가속도의 PSDF

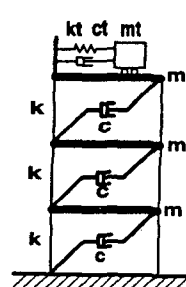


그림 5. PTMD가 설치된 3층 전단건물

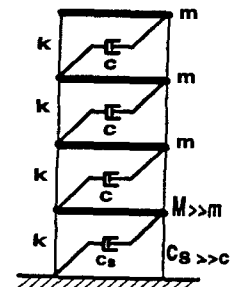


그림 6. 토질-구조물 모델

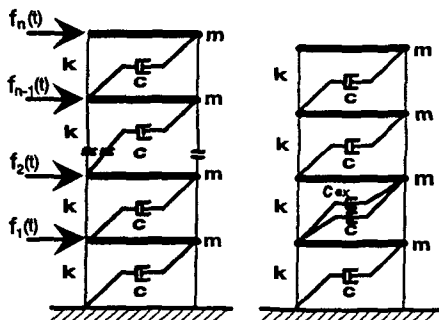


그림 1. 바람을 받는 n층 전단건물

그림 2. 외부감쇠기가 설치된 4층의 전단건물

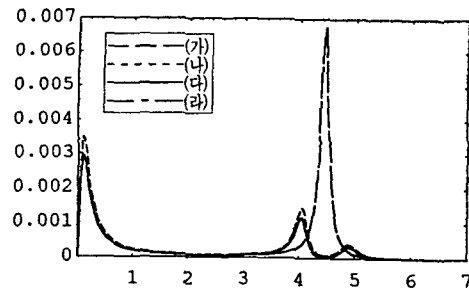


그림 7. PTMD가 설치된 건물의 최상층 변위의 PSDF

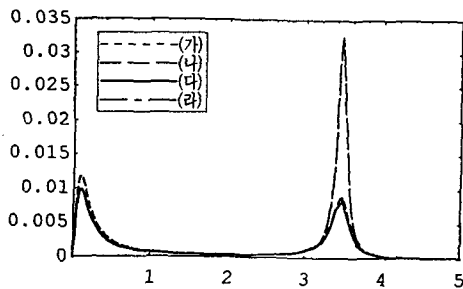


그림 3. 외부감쇠기가 설치된 건물의 최상층 변위의 PSDF

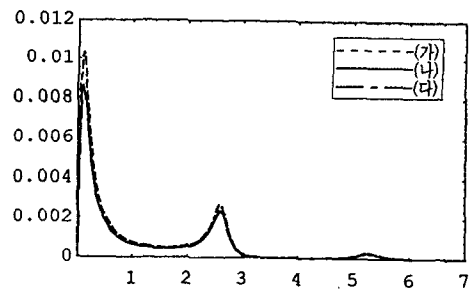


그림 8. 토질-구조물의 최상층 변위의 PSDF