A1

유전율 텐서 비대각 성분 결정의 새 방법

한국과학기술원 유 천열* · 신 성철

Determination the off-diagonal elements of the dielectric tensor without measuring the ellipticity

KAIST C.-Y.You* and S.-C.Shin

1. 서론

일반적으로 유전율 텐서의 비대각 성분은 대각 성분 및 자기광학 효과인 Kerr 회전각과 타원율을 각각 독립적으로 측정해야 얻을 수 있는 것으로 알려져 있다. 그러나, 본 연구에서는 타원율의 측정없이 유전율 텐서의 비대각 성분을 구하고, 이를 이용해 다시 타원율을 구하는 방법을 개발했다. 이 방법은 굴절률을 아는 투명한 기판에 증착된 시료의 경우 항상 적용이 가능하다.

2. 이론

시료의 자화 방향이 z-방향이거나, z 방향의 자기장안에 놓인 시료의 경우 polar Kerr 효과는 다음과 같이 나타난다. 복소 유전율의 대각 성분은 $\epsilon_{xx} = (n+ik)^2$이라 하고 비대각 성분 ϵ_{xy}는 $\epsilon_{xy} = \epsilon'_{xy} + i\epsilon''_{xy}$이라 하자. 이를 사용해 정리하여 보면 Kerr 회전각 θ_K와 타원율 ε_K는 아래와 같이 유전율 텐서의 비대각 성분과 대각성분, 그리고 입사하는 매질의 굴절률의 함수로 주어진다.

$$\begin{pmatrix} \theta_K \\ \varepsilon_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ -B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon'_{xy} \\ \epsilon''_{xy} \end{pmatrix} \tag{1}$$

여기서 위의 행렬을 행렬 T라 하자. 그리고, A와 B는 아래와 같이 주어지는 값들이다.

$$A = \frac{n_0 n(n_0^2 - n^2 + 3k^2)}{(n^2+k^2)((n_0^2 - n^2 - k^2)^2 + 4n_0^2 k^2)} \tag{2}$$

$$B = \frac{n_0 k(n_0^2 - 3n^2 + k^2)}{(n^2+k^2)((n_0^2 - n^2 - k^2)^2 + 4n_0^2 k^2)} \tag{3}$$

따라서, A, B의 값과 θ_K, ε_K의 값을 알면 역으로 유전율 텐서의 비대각 성분을 계산할 수 있다.
이번에는 투명한 기판 쪽으로 입사를 하는 경우를 생각해보자. 위 식(1)은 그대로 이용이 가능하며 A, B 대신에 A', B'을 이라 하자. 여기서 A', B'는 식(3)에서 단지 n_0를 n_s(기판의 굴절률)로 치환하기만 하면 된다. 이렇게 기판 쪽으로 측정된 Kerr 회전각을 θ_K^s라고 하자. 그러면 다음과 같은 관계식을 만들 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \theta_K \\ \theta_K^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ A' & B' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon'_{xy} \\ \epsilon''_{xy} \end{pmatrix} \tag{4}$$

즉, 박막 면으로 측정한 Kerr 회전각과 기판 면으로 입사된 경우에 측정된 Kerr 회전각을 이용해 시료의 유전율 텐서의 비대각 성분 $\epsilon'_{xy}, \epsilon''_{xy}$ 와의 관계를 마치 Kerr 회전각과 타원율의 경우와 비슷하게 만들어 낼 수 있다. 이때 각 Kerr 회전각과 유전율 텐서의 비대각 성분 $\epsilon'_{xy}, \epsilon''_{xy}$와의 관계는 평면으로 나타나질 수 있다. 이때, 이 행렬을 행렬 N이라 하고, 이의 역행렬은 $n_0 \neq n_s$ 이기만 하면 존재한다. 따라서, 구하고자 하는 유전율 텐서의 비대각 성분은 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \epsilon'_{xy} \\ \epsilon''_{xy} \end{pmatrix} = N^{-1} \begin{pmatrix} \theta_K \\ \theta_K^s \end{pmatrix} \tag{5}$$

고로 박막 면으로 입사한 Kerr 회전각 θ_K와 투명한 기판으로 입사한 경우의 Kerr 회전각 θ_K^s를 이용해 시료의 $\epsilon'_{xy}, \epsilon''_{xy}$를 두꺼운 박막의 경우 해석적으로 구할 수 있음을 볼 수 있다.
또 아래와 같은 식(6)을 이용 바로 타원율을 계산할 수 도 있다.

$$\begin{pmatrix} \theta_K \\ \epsilon_K \end{pmatrix} = TN^{-1} \begin{pmatrix} \theta_K \\ \theta_K^s \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{AA'+BB'}{A'B-AB'} & \frac{A^2+B^2}{AB'-A'B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_K \\ \theta_K^s \end{pmatrix} \tag{6}$$

박막이 얇은 경우는 다중간섭 효과를 고려해야 하기 때문에 Kerr 회전각과 타원율을 나타내는 식이 bulk의 경우처럼 간단하지 않다. 그러나 시료의 유전율 텐서의 대각 성분과 비대각 성분을 모두 안다면 Zak[1]의 방법 등을 이용해서 Kerr 회전각과 타원율을 구할 수 있다. 따라서 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta_K = Real(f(n_i, k_i, \epsilon'_{xy}, \epsilon''_{xy}, d)) \tag{7}$$
$$\theta_K^s = Real(f_s(n_i, k_i, \epsilon'_{xy}, \epsilon''_{xy}, d))$$

여기서 f와 f_s는 각각 박막면과 기판면으로 입사시 주어진 유전율 텐서와 매질 등의 굴절률로 Kerr 회전각을 구하는 복소 함수이다. 따라서, 박막의 두께 d를 알고 각 층의 굴절률을 모두 안다면 모르는 양은 $\epsilon'_{xy}, \epsilon''_{xy}$ 뿐이다. 이때, 주어진 $n+ik$에 대해서 $\epsilon'_{xy}, \epsilon''_{xy}$를 변화시키면서 f와 f_S를 계산하면 유전율 텐서의 비대각 성분이 작은 경우는 bulk의 경우와 마찬가지로 법선 벡터가 서로 다른 평면으로 생각해도 무방함을 알 수 있다. 따라서, bulk의 경우와 마찬가지로 두 방정식이 서로 독립임을 수치적으로 확인할 수 있다.
Zak[1]의 방법을 사용해서 먼저 주어진 $\epsilon'_{xy}, \epsilon''_{xy}$와 박막의 두께 d, 그리고 각 층의 굴절률을 이용하여 박막 입사시의 Kerr 회전각 θ_K 와 기판 입사시의 θ_K^s를 먼저 계산한 후, 역으로 θ_K, θ_K^s와 각 층의 굴절률, 박막의 두께 d 를 이용해 타원율 ϵ_K는 물론이고, $\epsilon'_{xy}, \epsilon''_{xy}$를 수치 해석적으로 Newton-Raphson의 방법[2]을 이용해서 찾아내었다. 그 결과 처음 이용했던 $\epsilon'_{xy}, \epsilon''_{xy}$의 값과 정확히 일치하는 사실을 확인했다.

3. 결론

광자기 현상을 이해하기 위해 중요한 물리량인 유전율 텐서의 비대각 성분을 타원율의 측정 없이도 구하는 방법을 개발하였다. 일반적으로 유전율 텐서의 비대각 성분은 매질의 복소 굴절률 $n+ik$와 Kerr회전각, 그리고 타원율을 각각 독립적으로 측정해야만 얻을 수 있는 양으로 알려져 있다. 그러나, 본 방법을 이용할 경우 타원율의 측정이 불가능하거나 곤란한, 여러 방식의 광자기 Kerr 분광기의 경우에도 투명 기판위에 증착된 시료의 타원율과 유전율 텐서의 비대각 성분을 구할 수 있다.

4. 참고문헌

[1] J.Zak, E.R.Moog, C.Liu, and S.D.Bader J.Magn.Magn.Mat. **89**, 107 (1990).
[2] W.H.Press, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling, and B.P.Flannery, "*Numerical recipes in C*". 2nd Ed. Cambridge Univ. Press, Ch.9 347 (1992).