

# 그래프 구조 퍼지 시스템

## A Graph Structured Fuzzy System

길준민\*, 박대희\*, 박주영\*\*

### ABSTRACT

In this paper, we propose "a graph structured fuzzy system" which is able to represent the fuzzy system with a graph and optimizes the fuzzy membership functions and fuzzy rule bases using genetic algorithms. It performs the structure identification phase and parameter tuning phase simultaneously through the evolutionary process. Additionally, it alleviates some of the drawbacks associated with the current fuzzy construction method with respect to the explosive increase of fuzzy rules which is inevitably encountered whenever the fuzzy systems are applied to problems with the high-dimensional input space.

### I. 서 론

퍼지 시스템의 설계시 일반적으로 고려해야 할 사항은 다음과 같이 요약된다[5]: ① 퍼지 소속 함수의 구조 결정, ② 퍼지 규칙의 갯수 결정, ③ 퍼지 규칙의 구조 결정.

신경망의 학습 알고리즘 또는 유전자 알고리즘이 도입된 초기 방법론들은 주로 ①에 초점이 맞추어져 왔다[3, 7-8]. 한편, ②또는 ③을 고려한 퍼지 시스템의 설계 방법도 제안되었다[7, 9]. 또한, 최근의 연구 방향은 퍼지 시스템의 설계시 매개변수의 조정(①)과 구조 식별(②와③)의 과정을 동시에 고려하고 있다[2, 4].

그러나 대부분의 제안된 방법들은 퍼지 규칙을 모든 퍼지 소속 함수의 조합으로써 구성하기 때문에, 퍼지 시스템을 고차원 입력 공간을 갖는 문제에 적용하였을 때, 필연적으로 만나게 되는 퍼지 규칙의 폭발적인 증가를 효율적으로 대처할 수 없다.

따라서, 퍼지 시스템을 고차원 입력 공간에 적용했을 때 필연적으로 만나게 되는 퍼지 규칙의 폭발적인 증가를 해결하며, 아울러 매개변수의 조정과 구조 식별의 단계를 동시에 고려하는 새로운 퍼지 시스템의 설계 방법이 요구된다.

---

고려대학교 전산학과\*, 고려대학교 제어계측공학과\*\*

본 논문에서는 퍼지 시스템의 모든 정보를 그래프 구조로 표현하고 퍼지 소속 함수의 갯수와 모양 그리고 퍼지 규칙의 구조를 유전자 알고리즘에 의해 최적화하는 그래프 구조 퍼지 시스템(a graph structured fuzzy system)을 제안한다. 그래프 구조 퍼지 시스템에서는 퍼지 소속 함수와 퍼지 규칙의 갯수에 의해서 가변적인 길이를 갖는 개체들이 진화 과정을 거치면서 퍼지 시스템의 설계시 주요 고려 대상인 ①, ②, ③을 동시에 수행하며, 또한 선택적 퍼지 규칙의 생성으로 퍼지 시스템을 고차원 입력 공간에 적용했을 때 필연적으로 만나게 되는 퍼지 규칙의 폭발적인 증가를 해결한다.

## II. 그래프 구조 퍼지 시스템

본 논문에서 사용되는 그래프 구조는 퍼지 소속 함수의 갯수에 따라서 정의되는 노드(node)와 퍼지 규칙의 구조를 결정하는 에지(edge)들로 구성된다. 노드는 하나의 루트 노드(root node)와 입력 변수에 대한 퍼지 소속 함수를 나타내는 언어항 노드(verbal node)들로 구성된다. 루트 노드와 각 언어항 노드의 관계는 방향성을 갖는 에지로 표현된다. 또한 각 변수에 대한 언어항 노드들 사이의 관계도 방향성을 갖는 에지로 표현되며, 상위 변수에 대한 언어항 노드로부터 하위 변수에 대한 언어항 노드로 방향성을 갖는다.

설명의 편의를 위해서 4개의 입력 변수가 있고, 첫번째 입력 변수에서 네번째 입력 변수에 대한 퍼지 소속 함수의 갯수가 각각 3개, 2개, 2개, 3개로 구성된다고 가정하자. 그럼 1(a)는 이러한 가정 하에서의 특정한 하나의 그래프 구조를 보여준다.

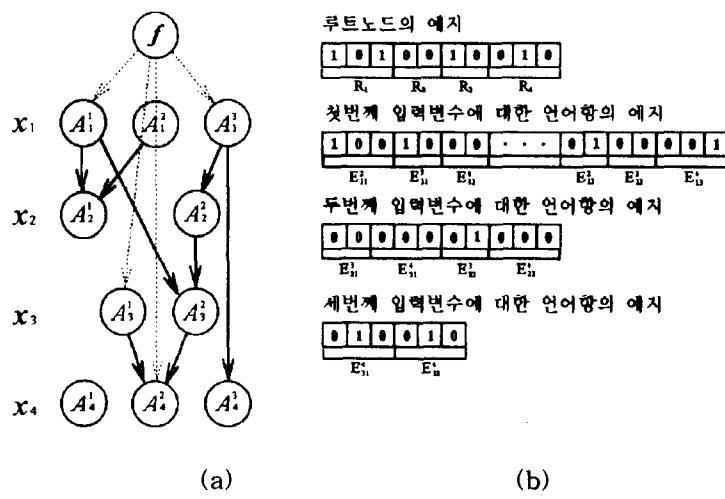


그림 1. 그래프 구조와 개체의 표현

그림 1(a)의 그래프 구조에서  $f$ 는 루트 노드를 나타내며,  $A_i^j$ 는  $i$ 번째 입력 변수에 대한  $j$ 번째 퍼지 소속 함수를 의미하는 언어항 노드를 나타낸다. 루트 노드에서 언어항 노드로의 에지는 점선으로 표현되며, 언어항 노드들 사이의 에지는 실선으로 표현된다.

그래프 구조로부터 퍼지 규칙의 구조로의 변환 방법은 루트 노드에서 언어항 노드들까지 경로(path)를 찾는 것이다. 그림 1(a)의 그래프 구조로부터 생성된 퍼지 규칙은 6개이며, 그림 2는 그림 1(a)의 그래프 구조로부터 변환된 퍼지 규칙을 보여준다.

<i>If</i> $x_1$ <i>is</i> $A_1^1$ <i>and</i> $x_2$ <i>is</i> $A_2^1$	<i>then</i> $w_1$
<i>If</i> $x_1$ <i>is</i> $A_1^1$	$x_3$ <i>is</i> $A_3^2$ <i>and</i> $x_4$ <i>is</i> $A_4^2$ <i>then</i> $w_2$
<i>If</i> $x_1$ <i>is</i> $A_1^3$ <i>and</i> $x_2$ <i>is</i> $A_2^2$ <i>and</i> $x_3$ <i>is</i> $A_3^2$ <i>and</i> $x_4$ <i>is</i> $A_4^2$	<i>then</i> $w_3$
<i>If</i> $x_1$ <i>is</i> $A_1^3$	$x_4$ <i>is</i> $A_4^3$ <i>then</i> $w_4$
<i>If</i>	$x_3$ <i>is</i> $A_3^1$ <i>and</i> $x_4$ <i>is</i> $A_4^2$ <i>then</i> $w_5$
<i>If</i>	$x_4$ <i>is</i> $A_4^2$ <i>then</i> $w_6$

그림 2. 그림 1(a)의 그래프 구조로부터 변환된 퍼지 규칙

그림 2의 퍼지 규칙의 형태는 입력 공간 위에서 불필요한 입력 변수와 퍼지 소속 함수가 제거될 수 있는 형태를 띠고 있다. 다시 말해서, 필요한 입력 변수와 퍼지 소속 함수만을 선택하여 최적의 퍼지 규칙을 생성할 수 있는 기틀을 제공한다.

### III. 유전자 알고리즘에 의한 그래프 구조 퍼지 시스템의 최적화

유전자 알고리즘[6]은 본 논문에서 제안하는 그래프 구조 퍼지 시스템에서 퍼지 소속 함수의 갯수와 모양 그리고 퍼지 규칙의 구조를 최적화하기 위해서 도입된다.

#### 3.1 개체의 표현

유전자 알고리즘에서 가능한 해들의 집단을 나타내는 개체집단은 다음과 같이 표현된다:

$$S = \{s_1, s_2, \dots, s_M\}$$

여기서  $M$ 은 개체집단의 크기를 나타낸다. 하나의 개체  $s_m$ 은 퍼지 소속 함수에 대한 부개체와 퍼지 규칙에 대한 부개체로 구성된다:

$$s_m = \{MF_m \cdot R_m \cdot E_m\}$$

$MF_m$ 은  $m$ 번째 개체에서 퍼지 소속 함수에 대한 부개체를 나타내며,  $R_m$ 과  $E_m$ 은 각각  $m$ 번째 개체에서 루트 노드의 예지와 언어항 노드의 예지에 대한 부개체를 나타낸다. 그림 1(a)에서 보여준 그래프 구조에서의 예지들은 그림 1(b)와 같은 개체로 표현된다.

#### 3.2 유전연산

그래프 구조의 예지를 표현하는 부개체는 퍼지 소속 함수의 갯수에 의해서 정의되는 노드가 가변적이기 때문에, 두 부모세대가 동일한 크기를 갖을 때 적합한 연산을 수행하는 교배 연산자는 적용이 불가능하다. 따라서 본 논문에서는 역치와 돌연변이 연산자만을 사용한다. 또한 반복 세대

수에 따라서 유전 연산자의 확률을 조정한다.

### 3.3 평가함수

$$Eval(s_m) = \frac{1}{\alpha_E \cdot (\text{학습오차}) + \alpha_R \cdot (\text{퍼지 규칙의 갯수}) + \alpha_{MF} \cdot (\text{퍼지 소속 함수의 갯수})}$$

여기서  $s_m$ 은  $m$ 번째 개체를 나타내며,  $\alpha_E, \alpha_R, \alpha_{MF}$ 는 각각 학습오차, 퍼지 규칙의 갯수, 퍼지 소속 함수의 갯수에 대한 가중치이다.

### 3.4 선택 연산

확률에 의존하는 룰렛휠 선택방법이 아닌 통계적인 절차가 고려된 확률적 균등표본 선택방법을 이용한다. 또한 엘리트 방법을 사용하여 최소한 전 세대보다 우수한 개체를 확보한다.

## IV. 그래프 구조 퍼지 시스템의 학습 알고리즘

그래프 구조 퍼지 시스템에서의 학습 과정은 다음과 같은 절차를 수행한다:

단계 1: 모든 개체  $s_m(t)$  ( $m=1, 2, \dots, M$ )를 난수 발생에 의해서 구성하고,  $s_m(t)$ 를 이용하여

초기 집단  $S(t) = \{s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)\}$ 을 구성한다( $t=0$ ).

단계 2: 퍼지 소속 함수에 대한 부개체로부터 각 변수에 대한 퍼지 소속 함수의 갯수와 모양을 결정한다.

단계 3: 그래프 구조의 에지를 나타내는 부개체로부터 퍼지 규칙의 전제부를 구성하고, 결론부의 실수값은 랜덤값으로 초기화한다.

단계 4: 퍼지 규칙에서 결론부의 실수값을 LMS규칙에 의해 최적화한다.

단계 5: 집단 내의 모든 개체를 평가한다.

단계 6: 확률적 균등표본 선택 방법을 이용하여  $S(t)$ 로부터 부모개체, 나머지개체를 선택한다.

또한 엘리트 방법을 이용하여 최우수 개체를 선택한다.

단계 7: 자식개체를 얻기 위해서 부모개체의 각 부개체에 대해서 역치 연산 및 돌연변이 연산을 수행한다.

단계 8: 부모개체를 단계 7에 의해 생성된 자식 개체로 대체시키고, 최우수 개체와 나머지 개체를 개체집단  $S(t+1)$ 로 복제함으로써, 다음 세대의 개체집단  $S(t+1)$ 을 구성한다.

단계 9: 유전자 알고리즘이 수렴할 때까지 단계 2에서 단계 8을 반복한다.

## V. 실험 및 실험결과

### 5.1 수치 예제

본 논문에서 제안된 방법의 유용성을 보이기 위해서, 그래프 구조 퍼지 시스템을 다입력 함수 근사 문제에 적용한다. 실험에 사용된 비선형 함수는 Fukuda와 그의 동료들[1]이 사용한 함수로

써 그 형태는 다음과 같다:

$$Y = (4x_1x_2 + x_3x_4 + x_5) / 6$$

각 변수에 대한 퍼지 소속 함수는 [0, 1]에서 정의되도록 하였으며, 학습 데이터는 0과 1사이에서 일정 범위로 100개를 추출하여 사용한다. 표 1은 비선형 함수에 대한 Fukuda와 그의 동료들에 의해 제안된 방법과 본 논문의 결과를 보여준다.

표 1. 비선형 함수에 대한 결과 비교

	Fukuda의 방법[1]	본 논문의 방법
퍼지 소속 함수	72	10
퍼지 규칙	36	14
학습 오차	$3.92 \times 10^{-4}$	$5.343 \times 10^{-5}$

## 5.2 Mackey-Glass chaotic time series 문제

본 실험에서 시계열 예측 문제로써 사용하는 Mackey-Glass chaotic times series 문제는 다음과 같이 정의된 자연 미분 방정식(delay differential equation) 의해서 생성된다:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{0.2x(t-\tau)}{1+x^{10}(t-\tau)} - 0.1x(t)$$

본 실험에서는 고차원 입력 공간을 갖는 시계열 예측 문제로써  $P = \Delta t = 6$ 이고  $n=6$ 인 시계열 예측 문제를 정의한다. 시간 단계(time step)는 0.1, 초기 데이터( $x(0)$ )는 0.8, 그리고  $\tau$ 는 30을 사용하여  $t$ 가 130부터 1129까지 1000개의 데이터를 추출하였다. 500개의 데이터는 학습 데이터로, 나머지 500개는 시험 데이터로써 사용하였다. 표 2는 본 논문에서 제안한 그래프 구조 퍼지 시스템과 Wang이 제안한 OLS(orthogonal least square) 알고리즘[7]을 이용한 퍼지 시스템에 의해서 생성된 결과를 비교한다.

표 2. Mackey-Glass chaotic times series 문제에 대한 결과 비교

	Wang의 방법[7]	본 논문의 방법
퍼지 규칙	20	29
NMSE	학습 데이터	0.0657
	시험 데이터	0.3340
		0.0509
		0.1637

## VI. 결론

본 논문에서는 퍼지 시스템을 고차원 입력 공간을 갖는 문제에 적용하였을 때 필연적으로 만나게 되는 퍼지 규칙의 폭발적인 증가를 해결하고, 퍼지 소속 함수의 갯수와 모양 그리고 퍼지 규

최적화하는 방법으로써 (1) 퍼지 시스템을 그래프 구조로 표현하고, (2) 유전자 알고리즘으로 최적화하는 새로운 방법론을 제안하였다. 또한 고차원 입력 공간의 특징을 나타내는 비선형 시스템 문제들에 적용하여, 본 논문에서 제안한 방법의 유용성을 보였다.

### 참고 문헌

1. T. Fukuda, Y. Hasegawa, and K. Shimojima, "Structure organization of hierarchical fuzzy model using by genetic algorithm," Proceedings of the International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and the Second International Fuzzy Engineering Symposium, pp. 295-300, 1995.
2. A. Homaifar and E. McCormick, "Simultaneous design of membership functions and rule sets for fuzzy controllers using genetic algorithms," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 3, No. 2, pp. 129-139, 1995.
3. C. L. Karr, "Design of an adaptive fuzzy logic controller using a genetic algorithm," Proceedings of Fourth International Conference on Genetic Algorithms, pp. 450-457, 1991.
4. M. A. Lee and H. Takagi, "Integrating design stages of fuzzy systems using genetic algorithms," Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 612-617, 1993.
5. J. Liska and S. S. Melsheimer, "Complete design of fuzzy logic systems using genetic algorithms," Proceedings of the Third IEEE Conference on Fuzzy Systems, pp. 1377-1382, 1994.
6. Z. Michalewicz, *Genetic algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, 1994.
7. L. X. Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*, Prentice-Hall, 1994.
8. L. X. Wang and J. M. Mendel, "Back-propagation fuzzy systems as nonlinear dynamic system identifiers," Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 1409-1418, 1992.
9. L. X. Wang and J. M. Mendel, "Generating fuzzy rules by learning from examples," IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 22, No. 6, pp. 1414-1427, 1992.