

# 유전 알고리즘을 이용한 회전기계의 최적 평형잡이

## Optimum Balancing of Rotating Machinery Using Genetic Algorithm

주 호진\*, 최 원호\*\*, 양 보석\*\*\*

(Ho-Jin Joo, Won-Ho Choi, Bo-Suk Yang)

### ABSTRACT

This paper presents the calculating method of optimum correction mass within permissible vibration limits for rotating machinery in two-plane field balancing. Basic technique of this method based on influence coefficient method, is graphic vector composition that the resultant of two influence vectors obtained by trial mass have to be equilibrium with initial vibration vector in the each correction plane. Genetic algorithm which is a search algorithm based on the mechanics of natural selection and natural genetics is used for vector composition, and SUMT method is used to objective function which seeks optimum correction mass for balancing a rotor.

**Keywords :** Balancing, Unbalance, Correction mass, Influence vector, Genetic algorithm,  
SUMT method

### I. 서론

회전기계에서 발생하는 진동원인 중 약 80% 이상이 불평형(unbalance)에 의한 진동이다. 불평형은 기계의 과도한 진동을 유발시킬 뿐 아니라 베어링의 수명 단축 및 소음을 발생시킨다. 따라서, 기계의 수명을 연장시키고, 기계의 성능을 향상시키며 부드럽고 진동이 없는 운전을 위하여 평형잡이(balancing)는 절대적으로 중요하다.

불평형은 축 중심선에 대하여 회전체의 질량 분포가 비대칭이기 때문에 발생하는데 그 원인으로는 부품 자체가 비대칭에서 오는 설계 또는 제도 오차, 주물의 기포 및 용접의 불균일 등에 의한 재질상의 결함, 그리고 부품조립시 형상누적공차 등에 의한 가공·조립오차 등이 있다.

ISO의 정의에 의한[1], 평형잡이는 회전체의 질량 분포를 조사하고 필요하다면 저널의 진동과 베

\* 부산수산대학교 공과대학 기계공학과 대학원

\*\* 효성중공업(주) 기술연구소

\*\*\* 부산수산대학교 공과대학 기계공학과

어링의 작용력들이 운전속도에 대응하는 주파수에서 특정한 한계내에 있도록 조정하는 과정이다.

모든 회전체는 초기 불평형(initial unbalance)이라 불리는 임의의 불평형을 가지고 출발한다. 평형잡이 작업의 목적은 완벽하게 회전체를 평형잡이 하자는 것은 아니다. 경제적인 이유에서, 회전체는 일반적으로 요구되는 적절한 허용치 이상으로는 평형잡이를 하지 않는다.

오늘날 산업계에서는 회전체를 공장에서 보다 더 높은 질의 평형잡이를 달성할 수 있는 현장 평형잡이를 실시하는 것이 일반적인 경향이다. 이것은 회전체가 실질적인 운전조건하에서 평형잡이가 되기 때문이다. 현장 평형잡이방법으로 가장 널리 이용되는 것은 양면 영향계수법이다. 현장 평형잡이로 영향계수법을 사용할 경우, 가끔 계산된 수정질량이 매우 클 경우가 있다. 이때 기계의 조건상 큰 수정질량을 부착하기가 곤란한 경우가 자주 발생한다. 작은 수정질량으로 평형잡이를 할 수 있다면 기계의 안정성 면에서 매우 유리할 것이다[2].

유전 알고리즘[3][4]은 우수한 형질을 가진 개체가 자연계에 잘 적응하여 큰 생존확률을 가지고, 더 많은 교배에 참가하여 우수한 자손을 생성한다는 자연계의 법칙과 재생, 교차 돌연변이의 과정을 수행하는 유전학에 착상을 얻은 탐색알고리즘이다. 유전 알고리즘은 목적함수(objective function)의 최적해를 발견하는 모의 진화형의 탐색알고리즘이다.

따라서 본 연구에서는 양면 영향계수법(Influence Coefficient Method : ICM)의 기본 개념과 유전 알고리즘(Genetic Algorithms : GA)을 이용하여 회전기계의 안정성을 보장할 수 있는 허용운동 내에서의 최적 수정질량 계산법을 제시한다.

## II. 본론

### 2.1 양면 영향계수법(Two-plane influence coefficients method)

고정된 속도와 특정 위치에서 측정된 진동값은 불평형과 축계의 영향계수의 곱이다. 따라서, 영향계수는 불평형뿐만 아니라 회전속도의 함수이며, 회전축계의 운동방정식은 선형적이라 가정한다. 영향계수법에 의한 평형잡이 방법은 회전속도를 고정하고, 2개의 진동 측정면에서 축 회전 동기성분의 진폭과 위상을 측정한다.

양면에서의 초기 진동값은

$$V_{10} = V_{10} \angle \theta_{10}, \quad V_{20} = V_{20} \angle \theta_{20} \quad (1)$$

여기서  $V_{i0}$ 와  $\theta_{i0}$ 는 각각  $i$ 면에서의 진폭과 상대위상각이다. 진폭  $V_{10}$ ,  $V_{20}$ 는 미지의 불평형  $U_1$ ,  $U_2$ 와의 선형 관계로 가정하면, 이들 사이는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

첫번째 면에 시험질량  $U_{t1}$ 을 부착하고, 다시 진동을 측정하면 다음과 같이된다.

$$\begin{bmatrix} V_{11} \\ V_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 + U_{t1} \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서,  $V_{11}$ 과  $V_{21}$ 은 첫 번째 면에 부착된 시험질량에 기인하는 수정면 1과 수정면 2에서 새롭게 측정된 진동이다. 영향계수  $I_{11}$ ,  $I_{21}$ 은 다음과 같이 계산된다.

$$I_{11} = \frac{V_{11} - V_{10}}{U_{t1}}, \quad I_{21} = \frac{V_{21} - V_{20}}{U_{t1}} \quad (4)$$

첫번째 시험질량을 제거하고 두번째 면에 시험질량  $U_{t2}$ 을 부착하고, 진동을 측정하면 다음과 같이된다.

$$\begin{bmatrix} V_{12} \\ V_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 + U_{t2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

영향계수  $I_{12}$ ,  $I_{22}$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$I_{12} = \frac{V_{12} - V_{10}}{U_{t2}}, \quad I_{22} = \frac{V_{22} - V_{20}}{U_{t2}} \quad (6)$$

따라서, 평형잡이 수정질량  $U_{b1}$ 과  $U_{b2}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} U_{b1} \\ U_{b2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \end{bmatrix} \quad (7)$$

## 2.2 최적 수정질량 계산

평형잡이에 유전 알고리즘을 사용하기 위해서, 식 (4)와 (6)을 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} I_{11} U_{t1} &= V_{11} - V_{10}, & I_{21} U_{t1} &= V_{21} - V_{20} \\ I_{12} U_{t2} &= V_{12} - V_{10}, & I_{22} U_{t2} &= V_{22} - V_{20} \end{aligned} \quad (8)$$

식 (1)과 (8)을 도식적으로 표시하면 Fig. 1과 같고, 이는 다시 Fig. 2와 같이 된다.

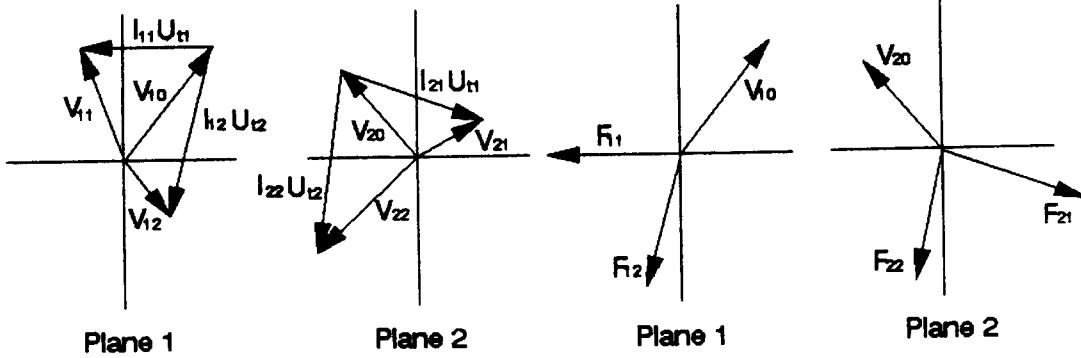


Fig. 1 Diagram vector of vibration

Fig. 2 Diagram vector of vibration

$$F_{11} = I_{11} \cdot U_{11}, \quad F_{21} = I_{21} \cdot U_{11}, \quad F_{12} = I_{12} \cdot U_{12}, \quad F_{22} = I_{22} \cdot U_{12}$$

여기서  $F_{ij}$ 는 시험질량  $U_{ij}$ 을  $j$ 면에 부착하였을 때  $i$ 면에서의 초기진동  $V_{i0}$ 을 변화시키는 영향벡터이다. 따라서, 평형잡이는 다음 식이 만족될 때 이루어진다.

$$F_{11} + F_{12} + V_{10} \doteq 0 \quad (9)$$

$$F_{21} + F_{22} + V_{20} \doteq 0 \quad (10)$$

시험질량을 양면에 각각 부착한 후 결과가 식 (9)와 (10)을 만족하지 못하면, 수정면 1에서의 영향벡터  $F_{11}$ ,  $F_{12}$ 가 식 (9)를 만족하도록 유전 알고리즘을 이용하여 새로운 영향벡터  $\dot{F}_{11}$ ,  $\dot{F}_{12}$ 를 구한다.

$$\dot{F}_{11}(F_{11}, \theta_{11}), \quad \dot{F}_{12}(F_{12}, \theta_{12})$$

$$\text{여기서 } \dot{F}_{11} = F_{11}r_1, \quad \dot{F}_{12} = F_{12}r_2, \quad \theta_{11} = \theta_{11} + \Delta\theta_1, \quad \theta_{12} = \theta_{12} + \Delta\theta_2.$$

$F_{11}$ 과  $F_{12}$ 는 각각 시험질량  $U_{11}$ 과  $U_{12}$ 의 함수이며,  $\theta_{11}$ 과  $\theta_{12}$ 는 각각 시험질량이 각 수정면에 부착된 위상각이다.  $r_i$  ( $i=1 \sim 2$ )는 최적 수정질량을 구하기 위한 시험질량의 비이고,  $\Delta\theta_i$  ( $i=1 \sim 2$ )는 수정면의 각도를 구하기 위한 수정질량이 부착된 위상각이다. 수정면 2에서의 영향벡터  $F_{21}$ 과  $F_{22}$ 는 각각  $\dot{F}_{11}$ 과  $\dot{F}_{12}$ 에 의해 종속되어 변화한다. 따라서 수정면 2에서의 새로운 영향벡터는 다음과 같다.

$$\dot{F}_{21}(F_{21}, \theta_{21}), \quad \dot{F}_{22}(F_{22}, \theta_{22})$$

$$\text{여기서 } \dot{F}_{21} = F_{21}r_1, \quad \dot{F}_{22} = F_{22}r_2, \quad \theta_{21} = \theta_{21} + \Delta\theta_1, \quad \theta_{22} = \theta_{22} + \Delta\theta_2.$$

따라서 식 (8)과 (9)를 만족하는 새로운 영향벡터  $\dot{F}_{11}$ ,  $\dot{F}_{12}$ ,  $\dot{F}_{21}$ ,  $\dot{F}_{22}$ 는 GA를 이용하여 구하게 된다. 회전기계의 허용진폭한계치(PVL) 이하로 최적 수정질량을 구하기 위한 목적함수는

$$F_{11} + F_{12} + V_{10} < PVL \quad (11)$$

$$F_{21} + F_{22} + V_{20} < PVL \quad (12)$$

여기서 PVL(Permissible Vibration Limits)은 허용진폭 레벨이다.

수정질량의 최적화를 위해 순차 비제약 최소화 기법[4](Sequential Unconstrained Minimization Technique : SUMT)을 사용한다. n개의 부등식 제약이 있는 목적함수  $f(x, y)$ 를 제약이 없는 형태로 변환하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } P(x, y) = f(x, y) + m \sum_{i=1}^n [\min\{0, h_i(x, y)\}]^2 \\ + m \sum_{i=1}^n \{g_i(x, y)\}^2 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $m = m_0, m_1, m_2, \dots, m_k, n (= 2)$ 은 수정면의 수이다.

$$\begin{aligned} f(x, y) &= (F_{11} + F_{12} + U_1) + (F_{21} + F_{22} + U_2) \\ h_i(x, y) &= PVL - (F_{i1} + F_{i2} + U_i) \\ g_i(x, y) &= PVL - (F_{i1} + F_{i2} + U_i) \end{aligned}$$

$h_i(x, y), g_i(x, y)$ 는 각각 부등호와 등호구속식이고, 정수  $m (\geq 0)$ 은 penalty계수이다. 설계 파라미터로서는  $F_{11}, F_{12}, \theta_{11}, \theta_{12}$ 이다.  $f(x, y)$ 는 원래의 목적함수이며, 구속조건으로서는 다음과 같다.

$$F_{11} + F_{12} + V_{10} < PVL \text{ at correction plane 1}$$

$$F_{21} + F_{22} + V_{20} < PVL \text{ at correction plane 2}$$

$m_k = m_{k-1} \times c (c > 1)$ 에 따라 순차적으로 페널티 계수를 증가시키면서 변환된 목적함수를 최소화시키면, 제약조건을 만족하면서 원래의 목적함수  $f(x, y)$ 를 최소화하는 해가 얻어진다.

## 2.3 유전 알고리즘에 의한 최적 평형잡이

### 2.3.1 최적 평형잡이에 대한 표현형(phenotype)과 유전자형(genotype)

본 논문에서는 각 개체에 존재하는 염색체를 수정면 1, 2의 시험질량의 영향에 의한 수정면 1의 진동진폭과 위상각을 4개의 파라메터( $F_{11}, \theta_{11}, F_{12}, \theta_{12}$ )로서 나눈다. GA에 사용된 탐색파라메터는 Table 1과 같다. Fig. 3은 한 개체(string)를 4 개의 파라메터로 코딩한 예를 보여준다.

Table 1 Searching parameter

Population size	Chromosome length	Crossover probability	Generation
100	60	50%	300

<u>001001011000101</u>	<u>010101110100000</u>	<u>110101000101111</u>	<u>010101001101100</u>
$F_{11}$	$\theta_{11}$	$F_{12}$	$\theta_{12}$

Fig. 3 Coding example

### 2.3.2 탐색 절차

최적 수정질량을 얻기 위한 탐색 절차는 다음과 같다.

**Step 1 (Start)** : 설계 파라메터 정보를 담고 있는 개체(string)를 이진수(1과 0)로 표현하며, 개체의 길이는 60 bit로 하고 개체수(집단크기)는 100개로 한다.

**Step 2 (Generation)** : 초기집단은 단계 1에서 정해진 개체길이와 개체수로 랜덤(random)하게 구성한다.

**Step 3 (Calculation of fitness)** : 집단내의 각 개체의 유전자형(genotype)을 심진수의 표현형(phenotype)으로 바꿔 적응도(fitness)를 평가한다. 각 개체의 적응도는 목적함수  $P(x, y)$ 에 의해 결정된다.

**Step 4 (Selection)** : 다음 세대를 구성하기 위해, 상위 10%의 개체를 적응도 비례전략(roulette selection strategy)[3]에 따라서 선택한다.

**Step 5 (Reproduction)** : 적응도가 높은 개체는 교차를 하기 위해 임시적으로 교배지(mating pool)로 복제된다.

**Step 6 (Crossover)** : 교배지(mating pool)에서 교배할 개체 쌍을 랜덤하게 선택한 후, 교차operator에 의해서 부모 string의 bit를 교차확률에 따라 선택하여 자손의 string을 만든다. 교차는 일정교차(uniform crossover)를 사용하며, 일정교자는 교차율( $P_c$ )에 의해 부모 염색체 A 또는 B의 bit가 순차적으로 선택된다. 교자는 파라메터 각각에 대해서 조작되며, 이 교차과정을 각 세대마다 반복한다.

**Step 7 (Mutation)** : 돌연변이는 일정한 돌연변이 확률에 따라 string의 bit를 대립형질로 변화시키는 조작이다. 돌연변이는 네 가지 파라메터에 대해서 임의의 돌연변이 확률에 따라 binary string의 임의의 bit를 대립형질(0은 1, 1은 0)로 바꾸어 주는 역할을 한다. 본 연구에서는 돌연변이 확률( $P_m$ )을 지수적으로 감소시켰고, 초기에 국소최적해에 수렴하는 것을 방지하기 위하여 초기값을 크게 주어 초반부에서 넓은 해공간을 탐색하도록 하였다. 다음은 돌연변이 확률에 대한 지수함수식을 나타낸 것이다.

$$P_m = 0.97 \times \exp(-12 \times G_r) \quad (14)$$

여기서,  $G_r$ 은 총 세대수에 대한 임의 세대수의 비이다.

**Step 8 (Evaluation of fitness)** : 각 개체의 적응도를 평가한 후, 최상의 적응도값을 갖는 개체를 허용진동한계치(PVL)로 평가한다. 적응도값이 허용진동한계치를 만족하면, 그 값을 최적해로하고 탐색을 종료한다. 그렇지 않으면, 목적함수의 페널티 계수를 증가시켜서 단계 4 이하의 과정을 세대수만큼 다시 반복한다.

### III. 계산결과 및 고찰

#### 3.1 최적 수정질량의 계산 결과

최적 수정질량의 계산은 Table 2에 보이는 3 가지 평형잡이 예를 이용하여, 영향계수법으로 구한 값과 회전기계의 안정성을 보장할 수 있는 허용진폭 내에서 GA를 이용하여 구한 값을 Table 3에 비교하였다.

Table 2 Balancing examples

Examples	Initial vibration (mils $\angle$ deg.)		Trial mass (grams $\angle$ deg.)		Vibration measurements (mils $\angle$ deg.)	
			Plane 1	Plane 2	Plane 1	Plane 2
1	Plane 1	$1.2 \angle 252$	Plane 1	$0.4 \angle 202.5$	$1.3 \angle 253$	$3.2 \angle 340$
	Plane 2	$2.8 \angle 347$	Plane 2	$0.4 \angle 67.5$	$1.4 \angle 229$	$2.7 \angle 349$
2	Plane 1	$1.6 \angle 32$	Plane 1	$0.4 \angle 292.5$	$1.7 \angle 29$	$2.3 \angle 53$
	Plane 2	$1.8 \angle 60$	Plane 2	$0.4 \angle 180$	$1.5 \angle 12$	$1.8 \angle 62$
3	Plane 1	$1.0 \angle 160$	Plane 1	$0.2 \angle 180$	$1.4 \angle 161$	$0.9 \angle 264$
	Plane 2	$1.1 \angle 291$	Plane 2	$0.4 \angle 315$	$0.7 \angle 189$	$1.6 \angle 294$

Table 2는 rotor kit(Bently Nevada, RK-3)을 이용하여 실험적으로 측정한 세 가지 평형잡이 예를 보여준다. 허용진동한계치를 0.3 mil에서 1.0 mil까지로 제한한 조건하에서, 본 논문에 제안된 방법으로 구한 최적수정질량의 결과를 Table 3에 나타낸다. Fig. 5에서 수정질량비는 본 연구에서 제안한 방법으로 구한 최적수정질량에 대한 엄밀한 수정질량의 비를 의미한다. 수정질량의 양은 허용진동한계치를 증가시키면 거의 선형적으로 감소하고 있다. 허용진동한계치가 양호한 진동거동을 나타내는 0.5 mil일 때, 그 결과는 영향계수법(ICM)에 의해 얻어진 수정질량값의 약 25%정도로 평형잡이를 하여도 충분한 것을 보여준다.

Table 3 Computation results of optimum correction mass

Permissible vibration limit (mils)	Correction mass (grams $\angle$ deg.)					
	Example 1		Example 2		Example 3	
	Plane 1	Plane 2	Plane 1	Plane 2	Plane 1	Plane 2
0.3	$2.03 \angle 67.2$	$0.63 \angle 317.3$	$1.25 \angle 151.3$	$0.66 \angle 110.2$	$2.48 \angle 162.0$	$2.24 \angle 346.5$
0.4	$1.95 \angle 74.0$	$0.63 \angle 322.3$	$1.07 \angle 142.9$	$0.63 \angle 112.6$	$2.42 \angle 168.4$	$2.18 \angle 352.3$
0.5	$1.92 \angle 76.6$	$0.45 \angle 313.4$	$1.02 \angle 145.9$	$0.63 \angle 97.8$	$2.19 \angle 168.6$	$1.91 \angle 351.6$
0.6	$1.88 \angle 67.7$	$0.31 \angle 304.0$	$0.94 \angle 149.0$	$0.51 \angle 111.6$	$2.00 \angle 190.2$	$1.87 \angle 14.1$
0.7	$1.87 \angle 56.4$	$0.18 \angle 313.9$	$0.94 \angle 156.9$	$0.47 \angle 96.3$	$1.41 \angle 184.5$	$1.41 \angle 12.4$
0.8	$1.58 \angle 61.0$	$0.21 \angle 345.4$	$0.81 \angle 154.4$	$0.39 \angle 112.6$	$0.70 \angle 168.0$	$0.66 \angle 356.2$
0.9	$1.48 \angle 59.7$	$0.075 \angle 305.6$	$0.7 \angle 140.7$	$0.36 \angle 121.6$	$0.20 \angle 187.3$	$0.30 \angle 37.1$
1.0	$1.41 \angle 57.6$	$0.001 \angle 340.2$	$0.63 \angle 151.4$	$0.32 \angle 91.2$	$0.05 \angle 180.2$	$0.08 \angle 44.2$
Exact solution (ICM)	$2.26 \angle 69.3$	$0.75 \angle 299.6$	$1.38 \angle 144.3$	$0.85 \angle 114.5$	$3.31 \angle 151.1$	$2.93 \angle 334.1$

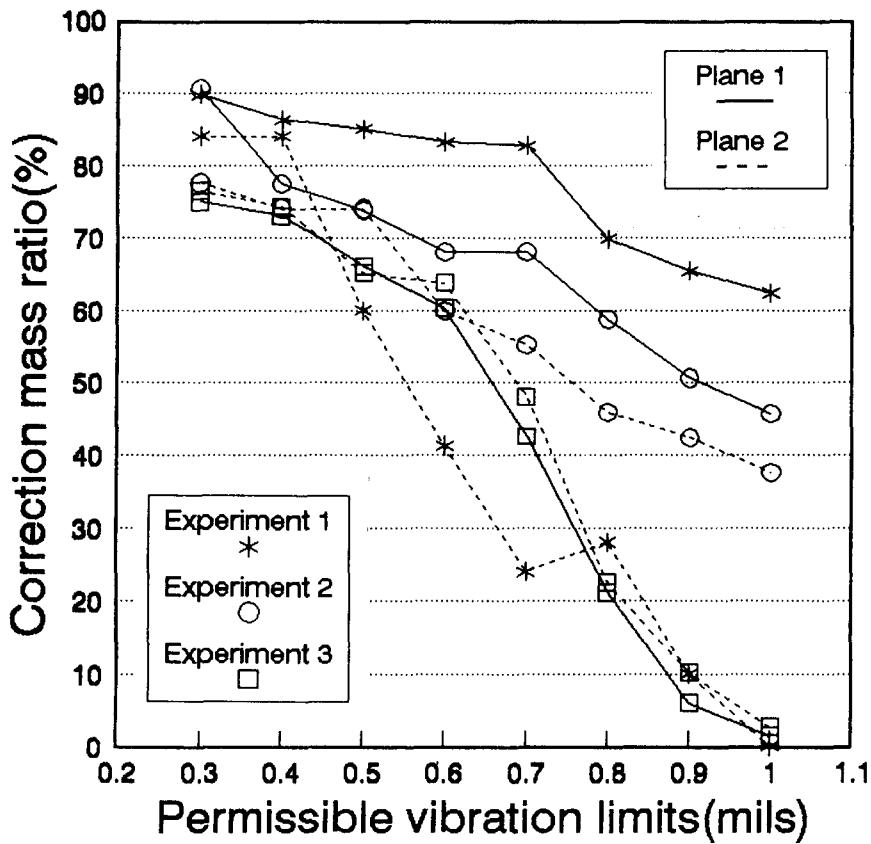


Fig. 5 Comparison with correction mass

#### IV. 결론

양면 평형잡이에서 최적 수정질량을 계산하기 위해서 유전 알고리즘과 SUMT 법을 적용하는 새로운 방법을 제안하였고, 영향계수법에 의한 결과와 비교하였다. 그 결과, 회전기계가 충분히 안정한 진동을 유지하면서 보다 작은 수정질량으로도 평형잡이가 가능함을 보였다.

현장 평형잡이(field balancing)는 공장에서의 평형잡이보다 더 좋은 결과를 얻을 수 있으며, 또한 평형잡이를 하기 위해서 기계의 공장 반입에 따른 경비 및 시간문제 등을 해결할 수 있는 장점이 있다. 그러나 평형잡이 계산결과 수정질량이 크게 될 경우에는 현장에서의 수정작업이 어렵게 된다. 따라서, 본 연구 결과는 이러한 현장 평형잡이의 단점을 해결할 수 있으므로 현장 평형잡이에 매우 유용하게 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

#### V. 참고문헌

- ISO 1925, Balancing Vocabulary (1990).
- Schneider, H., Balancing Technology, Schenk(1991) 179.
- Goldberg, D.E., Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Company(1989) 1-146.
- Davis, L., ed., Handbook of Genetic Algorithms. Van Nostrand Reinhold. New York, (1991) 3-23.
- Thearle, E.L., Dynamic Balancing of Rotating Machinery in the Field, Trans. ASME, Vol. 56(1934) 745-753.
- Jasbir S. Arora., Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill(1989) 337-340.