

신뢰성이론에 근거한 교량의 활하중모델

오병환*, 이형준**, 신호상**, 양인환**, 유 영***

In assessing the performance of structures such as bridges, the load intensity, load effect analysis and strength parameters are not known with certainty. The aim of structural reliability theory is to account for the uncertainties in evaluating the strength of structural systems or in the calibration of safety factors in structural design codes.

The intend of structural reliability theory is to characterize these uncertainties and allow for consistent and rational safety decisions.

In this study the rational model considering the live load applied to bridge will be introduced, using the structural reliability theory.

1. 한계상태

교량은 사용기간(life time)동안 파괴가 일어나지 않고 안전하게 외부하중을 지지할 수 있도록 설계되어야 한다. 여기서 규정한 파괴(failure)는 구조물이 더 이상 외부에서 작용하는 하중을 지지할 수 없을 때를 말하며, 외부하중을 지지할 수 있는 안전과 파괴의 경계상태라 할 수 있다. 각 변수들의 불확실량은 일반적으로 표준편차(standard deviation)와 평균(mean)에 의해서 나타낼 수 있다.

교량 설계시의 안전(safety)은 저항(resistance)이 하중효과(load effect)를 초과하는 상황으로서 설명될 수 있으며, 그림1.1에서와 같이 기본적인 신뢰성 모델로서 표현할 수 있다.

파괴확률(probability of failure)은 저항이 하중보다 작은 경우에 나타나는 값으로서, 그 정확성은 하중 및 저항에 대한 자세한 조사자료에 의해서 결정된다. 따라서 교량 구조물의 신뢰성 해석을 위한 기본절차는 하중과 저항 등에 관련된 무작위 변수들에 대한 합당한 확률 분포를 구한 후, 안정성 평가에 파괴확률 개념을 도입함으로써, 파괴확률이 소요의 허용범위 이내가 되도록 설계하는 것이다.

이 개념은 저항 변수와 하중변수를 한계상태(limit state)와 관련시킬 수 있는 수학적 모델로서, 식(1.1)과 같은 성능함수(performance function)로 유도될 수 있다.

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad \text{---(식1.1)}$$

여기서, X_1, X_2, \dots, X_n 은 저항변수 또는 하중변수이다. 이 한계상태 함수 $g(\)$ 가 0 보다 작은 경우는 파괴상황으로 간주할 수 있다. 이 개념을 교량에 적용할 때, 한계상태에 있는 2개의 변수, 즉 저항 R과 하중 S만을 고려하여 $R-S < 0$ 을 파괴로 정의하고, 이때의 파괴확률 P_f 는 다음 식(1.2)로 표현된다.

$$P_f = P(R < S) \\ = P(g = R - S < 0) = \Phi(-\beta) \quad \text{---(식1.2)}$$

교량의 신뢰성 지수(β , reliability index)는 구조물 부재에 대한 다음과 같은 한계상태 방정식을 통해서 계산할 수 있다.

$$g = \text{저항(resistance)} - \text{하중효과(load effect)} \\ = R - S \quad \text{---(식1.3)}$$

$$S = D(\text{dead load effect}) \\ + L(\text{maximum live load effect}) \quad \text{---(식1.4)}$$

$$\beta = \frac{\text{한계상태 함수 } g \text{의 평균값}}{\text{한계상태 함수 } g \text{의 표준편차}} \quad \text{---(식1.5)}$$

식(1.5)는 R과 S가 정규분포(normal distribution)일 경우에 파괴확률을 산정할 때 필요한 지수이다. 저항 R은 교량의 부재의 재료강도, 단면치수, 철근량 등 여러 변수들에 의해서 결정되는 저항모멘트이고, 하중 S는 사하중효과, 활하중효과, 충격하중효과 등을 말하며, 사하중효과는 부재의 자중으로 인한 모멘트이다.

2. 교량의 활하중모델

2.1 개요

현행 도로를 통행하는 차량하중에 관한 앞서 설명한 여러 변수들을 측정하여 최대 활하중효과를 예측할 수 있는 활하중 예측모델을 산정한다. 이때 최대 활하중효과에 영향을 미치는 변수로는 차량의 총하중, 축하중, 축간 거리, 교량상에서의 차량의 위치, 교량 시간상에 동시에 존재하는 차량의 수, 충격효과, 슬래브의 강성, 거더의 강성 등이 있다. 여기서, 교량 시간 상에 동시에 존재하는 차량의 수는 한대 이상의 차량이 동시에 교량 시간 위를 통과할 때 발생하는 변수이다. 따라서 차량 순간격계수(H, headway factor)과 같은 변수를 도입하여 이와 같은 차량 효과를 포함시킬 수 있다. 또한 교량의 사용기간 동안의 차량하중 증가를 고려하여 최대 활하중효과를 예측하여야 한다.

2.2 활하중 조사

* : 서울대학교 토목공학과 교수, 정회원
** : 서울대학교 토목공학과 박사수료, 정회원
*** : 서울대학교 토목공학과 석사과정

활하중은 여러가지 이유로 상당한 불확실량(uncertainties)을 갖고 있다. 활하중효과에 큰 영향을 미치는 변수로는 차량 총무게(vehicle gross weight), 축하중(axle weight), 차랑순간격(headway distance), 축간거리(axle spacing), 통행량(traffic volume) 등의 무작위 변수들이 있다.

활하중효과에 관련된 이들 변수에 대한 확률적 특성을 얻기위해 실제 국도상에 통행하는 모든 차량에 대한 위의 자료를 수집하여야 한다. 이들 자료는 수작업에 의존하는 현재로서는 부정확한 자료일 수 밖에 없으나 현재 계획중인 WIM(Weight In Motion)을 이용하여 얻어진 자료를 사용하면 실제 교량상에 통행하는 차량에 대한 정확한 자료로서 이용할 수 있다.

본 연구를 수행하기 위한 기본 차량관련 자료들은 1990년 본 연구소에서 측정된 자료들이다. 이들 자료는 실제 통행시의 차량무게, 연속하는 트럭의 차량순간격, 통행량 및 필요한 변수들을 고속도로상의 7개 지점과 국도상 11개지점에서 총 21일간 측정된 자료들이다.

2.3 최대하중효과(maximum live load effect)

교량은 구조물의 사용기간 동안에 예상되는 최대하중(maximum load)을 안전하게 지지할 수 있도록 설계되어야 한다. 한 교량지간에서 최대하중은 교량 상에 동시에 여러 대의 무거운 트럭이 존재할 때 발생한다. 교량 지간 위에 한 대의 트럭 혹은 그 이상의 트럭으로 인하여 발생하는 하중사건(loading event)은 그 사건에 포함되는 트럭의 대수, 그들 트럭의 총하중, 축간격, 축하중의 분포, 트럭 상호간의 상대적인 위치 등에 의해 결정된다. 따라서 교량 지간 위에 발생하는 최대 하중효과를 산정하기 위한 활하중 모델에서는 이러한 무작위 변수(random variables)들을 고려하여 주어야 한다. 앞서 설명한 변수들을 이용하여 모사법(Simulation Method), 회선법(Convolution Method), 간편회선법(Simplified Convolution Method) 등을 이용하여 최대 하중효과를 계산할 수 있다.

본 연구에서는 기본적으로 회선법을 이용하여 최대 활하중효과를 산출하였다. 회선법을 사용하여 최대 하중효과를 산출할 경우 많은 양의 작업시간이 소요되면 현재 운행되는 차량들에 대한 분석결과 간편회선법을 적용하여도 큰 오차가 발생하지 않기때문에 본 연구에서는 간편회선법을 사용하여 최대 활하중효과를 산출하였다.

3. 간편회선법(Simplified Convolution Method)

3.1 개요

회선법은 교량지간에서 가능한 트럭재하를 모두 고려하는 것이지만, 간편회선법(Simplified Convolution)은 교량지간에서 가능한 트럭재하를 한 차선에서 2지점만을 고려한 것이다. 여기서 재하되는 모든 트럭은 본 연구에서 결정한 표준트럭(rating vehicle)과 같은 특성을 갖는 차량으로

가정하였다. 하나의 사건은 그림3.1에서 보여주는 2지점 중 어느 한지점에 적어도 한대의 트럭이 있을 때 발생한다. 이때 이 트럭을 모멘트 효과를 발생시키는 트럭으로 간주한다. 따라서, 2차선일 때 발생 가능한 사건은 그림3.2에 주어졌다. 그림 3.2에서 보면 하나의 사건에서 가능한 최대 트럭수는 4대이다. 본 연구에서는 그림3.2에서의 가능한 사건 중에서 3대 이상이 존재하는 사건과 2대의 트럭이 서로 교차하여 존재하는 사건은 실제 최대 활하중 모멘트 효과를 계산할 때 고려하지 않았다. 그 이유는 현장에서 조사한 자료를 분석한 결과 앞에서 제외한 사건의 발생확률이 아주 미소하기 때문에 활하중 모멘트 효과에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 나타났기 때문이다.

3.2 확률적 고려사항

사용기간 동안의 최대 하중을 나타내기 위해서는 극치분포의 개념이 필요하다. 서로 독립적인 변수 X를 n번 sampling했을 경우 그 중의 최대치는 X의 분포로부터 결정할 수 있다.

$$P_r[X_{\max} < X] = P_r[\text{All } n \text{ observation of } X < x] \\ \text{or } F_{X_{\max}}(x) = [F_x(x)]^n \quad \text{--- 식(3.1)}$$

여기서, $F_x(x) = x$ 가 한번 발생할 확률 분포 = $P_r[X < x]$, $F_{X_{\max}}(x) =$ 최대치 X_{\max} 의 확률 분포이며, 연속 분포일 경우

$$f(x)dx = P_r[x < X < x+dx] \quad \text{---식(3.2)}$$

$$f(x) = dF(x)/dx \quad \text{---식(3.3)}$$

이다. 따라서 $f(x)$ 가 평균 \bar{X} , 편차 σ_x 를 갖는 정규분포라면 이 경우 X_{\max} 는 다음의 평균을 갖는다.

$$X_{\max} = \bar{X} + \mu_n \sigma_x \quad \text{---식(3.4)}$$

$$\left(\mu_n = \sqrt{2 \text{Ln} n} - \frac{\text{Ln Ln}(n) + \text{Ln} 4\pi}{2\sqrt{2 \text{Ln} n}} \right)$$

2차선인 경우, X_1 과 X_2 를 각 차선의 트럭하중이라고 하면 중량의 합은 식(3.5)와 같다.

$$Y = X_1 + X_2 \quad \text{---식(3.5)}$$

Y의 평균은 각 차선이 같은 트럭 분포라고 가정하면 식(3.6)과 같고 분산은 식(3.7)과 같다.

$$\bar{Y} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 = 2\bar{X} \quad \text{---식(3.6)}$$

$$\sigma_Y^2 = 2\sigma_x^2 \quad \text{---식(3.7)}$$

각 차선에 같은 트럭 분포를 가정한 이유는 무거운 중량의 트럭도 추월선을 통과할 수 있다고 보았기 때문이다. n을 총 통과한 트럭수, p를 차량이 옆으로 나란히 놓이는 비율이라면 대략적으로 Y_{\max} 를 구하기 위해 np를 사용한다. 따라서 최대 하중효과는 다음 평균을 갖는다.

$$Y_{\max} = 2\bar{X} + \sqrt{2} \sigma_x \mu_n \quad \text{---식(3.8)}$$

여기서, \bar{X} 는 트럭하중에 의한 활하중효과 누적

분포에서 결정한 평균값이고, σ_x 는 표준편차이다. 따라서 최대 활하중효과(maximum live load effect)는 식(3.8)에 의해서 결정된다.

4. 활하중효과 예측모델

조사 장소로부터 얻은 트럭에 관한 모든 자료로부터 얻은 회선(convolution) 결과를 교량지간길이 10m에서 60m까지 적용시켜, 사용기간(2년) 동안의 최대 모멘트의 평균값을 식(4.1)과 같은 예측 모델로서 표현할 수 있다.

$$M = a m W_{95} H \quad \text{---식(4.1)}$$

여기서, a는 하중변환계수(ton-m/ton), m는 표준트럭과 임의트럭의 모멘트 비(ton-m/ton-m), W_{95} 는 중량 히스토그램에서 상위 95%에 해당하는 값(ton), H는 차량간격 영향계수(headway factor)이며, 변수 a, m, H등은 교량지간에 따라 변하는 값으로서, 식(4.1)은 교량지간 길이에 따른 함수이다.

이상의 변수들로부터 어느 장소에서 일정기간(t) 동안의 최대 활하중모멘트를 구하는 절차를 요약하면 다음과 같다.

- ① 주어진 장소에서 트럭중량 히스토그램을 얻는다.(single, semi-trailer)(그림4.1)
- ② 트럭 유형별로 W_{95} 를 결정한다.(그림4.2)
- ③ 일트럭통행량(ADTT)을 추정한다.
- ④ 트럭통행량 및 교량 지간길이에 따라서 차량간격 영향계수(H)를 결정한다.
- ⑤ 조사한 차량을 유형별로 축하중, 축간거리에 대해서 정리한다.
- ⑥ 표준트럭과 임의 통행트럭의 최대 모멘트 효과비인 m을 트럭 유형별로 결정한다.(m은 교량지간 길이에 따른 함수)
- ⑦ 표준트럭에 의한 하중변환 계수, a를 교량지간 길이에 따라서 결정한다.(임의 통행트럭의 하중 효과를 표준 트럭의 하중효과로 변환시켜 주는 계수로서, 교량지간 길이에 따른 함수이다.)
- ⑧ 식(4.1)에 의해서 사용기간 동안의 최대 활하중 모멘트를 계산한다.(그림4.3)

식(4.1)은 정적인 상태에서의 최대 활하중 모멘트이며 실제 교량에 미치는 활하중효과를 구하기 위해서는 동하중 효과와 하중 분배계수를 포함시켜야 한다. 따라서 임의로 통행하는 차량하중에 의한 활하중 모멘트 효과를 산정하기 위해서는 충격계수(impact factor)와 하중 분배계수를 추가로 고려하여야 한다. 최종적으로 하나의 교량 부재에 대한 안전지수(safety index)를 산정하기 위한 사용기간 동안의 최대 활하중 모멘트는 식(4.2), 식(4.3)과 같다. 식(4.2)는 거더(girder)가 없는 경우에 적용되는 식이고, 식(4.3)은 거더가 있는 경우에 적용되는 식이다.

$$M = a m W_{95} H i G_r(E) \quad \text{---식(4.2)}$$

$$M = a m W_{95} H i G_r g \quad \text{---식(4.3)}$$

여기서, E는 윤하중 분포폭이며, L은 교량 지간길이이다.

4.1 표준 트럭의 결정(typical standard truck)

교량 위를 통행하는 모든 트럭을 대표할 수 있는 일정한 축간격과 축하중 분포를 갖는 대표적인 표준 트럭을 결정하였으며, 이때 single truck과 semi-trailer에 각각 결정하였다(그림4.4). 표준 트럭은 현 지방서에 설계차량, 실제 통행하는 트럭, 현재 국내에서 생산되는 모든 트럭의 제원 등을 근거로 하여 결정하였다. 여기서, single truck은 2축과 3축을 갖는 트럭, semi-trailer는 4축 이상의 트럭을 대표하며, 단위 하중 W를 갖는 차량으로 하였다.

4.2 하중변환계수(a)

하중 변환계수 a는 교량 지간길이에 따라 결정되는 값으로서, 표준 트럭에 의한 교량 지간에서의 최대 모멘트와 표준 트럭 하중과의 비로서 임의의 통행 트럭의 하중효과를 표준 트럭의 하중효과로 변환시켜 주는 하중 변환계수이다. 따라서, 하중 변환계수 a는 식(4.4)에 의해서 교량 지간 길이에 따라 얻을 수 있다.

$$a = \frac{\text{표준트럭에 의한 최대모멘트}}{\text{표준트럭의 중량}} \quad \text{---식(4.4)}$$

4.3 트럭 하중 효과비(m)

도로상을 통행하는 차량은 다양성 때문에 임의 통행 차량의 모멘트 효과를 대표적인 차량(표준 트럭)의 모멘트 효과로 변환시켜 주는 것이 활하중효과 예측시 간편하다. 더욱이 실제 트럭의 중량 및 형태에 의해 극치(extreme)트럭 사건들(events)을 모사(simulation)할 수 있다.

변수 m은 각 측정 차량에 의한 모멘트 효과를 표준 트럭에 의한 모멘트 효과로 나누어 준 비율이다. 본 연구에서는 각 측정 장소에서 조사한 트럭을 single, semi 형태로 분류한 후 각 차량에 대해서 m값을 계산하였다. 여기서 m값은 많은 반복 계산 때문에 계산 과정을 컴퓨터 프로그램화하여 계산하였다. 계산된 m값이 1에 가깝다면 본 연구에서 결정한 표준 트럭이 측정 차량을 잘 나타내주는 대표적인 차량이라고 할 수 있다.

교량 지간길이가 증가할 수록 하중이 집하중으로 작용하기 때문이다. 본 연구에서 사용한 m값은 측정 지점에서의 모든 조사차량(single, semi)에 대한 평균값이다. 여기서 결정한 m값에 의해서 가상의 교량 지간에 대한 모멘트의 분포를 계산하는 것이 가능하다.

$$m = \frac{\text{Random trucks(moment)}}{\text{Standard trucks(moment)}} \quad \text{---식(4.5)}$$

4.4 대표적인 트럭 중량(W₉₅)

임의 통행 차량으로 인한 하중 효과는 트럭 중량 히스토그램의 상부 꼬리 부분의 분포에 달려 있다. 실제의 경우 최대 하중은 1대 이상의 차량의 영향에 의해 결정되고, 총하중 효과는 가장 무거운 중량의 트럭을 직접 사용하기보다는 확률론적인 발생 확률을 고려하여 중량 히스토그램으로부터 결정한다. 따라서 본 연구에서 조사한 모든 트럭을 조사 장소별로 single과 semi별로 분류하여 중량 히스토그램을 작성하였다.(그림4.1)

대표적인 트럭 중량값 W₉₅는 중량히스토그램을 정규 분포화하여 95%에 해당하는 값에서 결정한다. 교량의 신뢰성 지수 계산시의 W₉₅값은 각 조사지역의 대표 하중값의 평균값을 사용하였다.

4.5 차간거리 계수(headway factor, H)

변수 H는 트럭 통행량, 트럭하중 및 교량지간 길이에 따른 값으로서 동시에 교량위를 통과하는 여러대의 차량에 의한 최대 하중효과를 고려하여 준 변수이다. 총하중 효과를 나타내는 차간거리 계수 H는 다음과 같은 여러 중요한 요인을 갖고 있다.

- ① 차량이 나란히 병행하여 놓이는 경우(side by side)의 영향 : 차선이 2개 이상인 교량의 경우 하중 중첩을 야기하는 side by side의 발생 확률은 본 연구에서의 조사결과 대개 전체 조사 트럭의 0.8~1.3% 정도이다. 자료 조사결과 주행선과 추월선의 트럭의 통행량은 같음을 보여준다. 그러므로, 최대 활하중효과는 한 차선에 트럭이 놓일 경우가 아니라 동시 재하되는 경우에 발생한다.
- ② 극치하중의 크기는 트럭 중량 히스토그램의 상부 꼬리 부분에 달려있다.
- ③ 트럭 통행량(ADTT)이 증가할수록 극치하중이 커지는 경향을 보여준다
- ④ 여러 장소에서 교량 지간 길이별로 모사를 정확히 한 경우의 모멘트와 side by side만 고려한 경우의 모멘트의 비를 비교한 결과 차이가 거의 무시할 정도로 작았으며, 그 크기는 3%이내였다. 차간거리 계수 H는 3.2절에서 결정한 최대 활하중효과와 하중효과 산정시에 중요한 변수인 W₉₅와 a에 의해서 결정된다(식(4.6)).

$$H = \text{최대 활하중효과} / (a W_{95}) \quad \text{---식(4.6)}$$

여기서, a는 하중변환계수, W₉₅는 대표적인 트럭 중량이다.

식(4.6)에서 결정한 H는 교량 지간길이에 따라

표4.1 통행량별 H

| 지간(m) | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 |
|------------|------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------|------|
| 1000 ADTT | 2.42 | 2.54 | 2.61 | 2.73 | 2.78 | 2.88 | 2.93 | 2.97 | 3.03 | 3.06 | 3.11 |
| 8000 ADTT | 2.55 | 2.69 | 2.75 | 2.86 | 2.92 | 3.022 | 3.07 | 3.13 | 3.20 | 3.27 | 3.31 |
| 18000 ADTT | 2.60 | 2.73 | 2.79 | 2.91 | 2.96 | 3.06 | 3.13 | 3.18 | 3.25 | 3.32 | 3.37 |

증가하는 경향을 보여주는데 이는 교량 지간이 길어질수록 트럭 하중에 의한 모멘트가 증가하기 때문이다. 교량의 신뢰성 수준을 평가할 때는 교량지간 길이별로 각 지역별로 평균 H를 사용한다. 통행량에 따른 H는 표4.1에 정리되어 있다.

4.6 충격계수(Impact factor, i)

현 지방서의 규정은 최대 30%까지 충격계수(i)를 증가시켜 주도록 되어있다. 충격에 영향을 주는 주요 인자는 교량 형태, 노면조도, 포장정도 등이 있다.

동적효과(dynamic response)로 인한 최대 정적응답(maximum static response)을 증가 시켜주기 위한 평균 충격계수는 1.11을 사용하였다. 여기서 충격계수 i는 현지 여러 교량들을 측정하여 트럭 하중에 의한 정적응답 및 동적응답을 기록하여 식(4.7)에 의해서 결정하였다).

$$\text{impact} = \frac{\text{Dynamic Amplitude Oscillation}/2}{\text{Peak response} - \text{Dynamic Oscillation}/2} \quad \text{--- 식(4.7)}$$

4.7 차량하중 증가계수

사용기간동안 교량의 설계를 위해 미래에 트럭 하중이 증가하는 것을 고려하여 신뢰성 해석에 포함시켜야 한다. 따라서 하중증가를 하나의 변수로 가정하였다. 이 하중증가계수 G_r은 상당한 불확실성을 갖고 있기때문에 교량의 신뢰성 수준을 판단할때 합리적으로 고려하여야 한다.

5. 결론

이상에서 교량의 신뢰성 해석 수행시 교량에 작용하는 활하중효과 예측에 대한 합리적인 모델에 대해 알아보았다. 활하중에 관련된 주요 변수로는 트럭의 대수, 그들 트럭의 총하중, 축간격, 축하중의 분포, 트럭 상호간의 상대적인 위치 등이 있다. 이들 변수들에 대한 정확한 확률적 모델을 작성하여 간편회신법을 이용하여 최대 활하중효과를 산출하고 추가로 거더분배계수, 차량하중 증가계수 등을 고려하여 활하중효과의 예측모델을 제시하였다.

본 연구에서 제시된 활하중효과 예측모델을 이용하고 신뢰성해석을 통해 결정된 교량형식별 사하중 및 공칭저항능력을 사용하여 합리적인 교량 설계모델을 결정할 수 있다.

6. 참고문헌

1. Ang, A.H-S., and Tang, E.H., "Probability Concepts in Engineering Planning and Design", Vol. 1 and Vol. 2, Wiley, N.Y., 1975.

2. Andrzej S. Nowak., and Jianhua Zhou., "Reliability Models for Bridge Analysis", Report No. UMCE 85-3, Department of Civil Engineering University of Michigan Ann Arbor, Mi 48109, March, 1985.

3. Moses, F., and Garson, M., " A Comprehensive Study of Bridge Loads and Reliability", Final Report to ODOT, Civil Engineering Department, Case Western Reserve Univ., Cleveland, OH. Jan., 1985.

4. 정철현, "교량구조물의 확률적 설계하중 및 설계기준 개발", 박사학위 논문, 서울대학교

5. "도로교 설계하중의 확률론적 분석", 한국건설기술연구원, 1991. 12

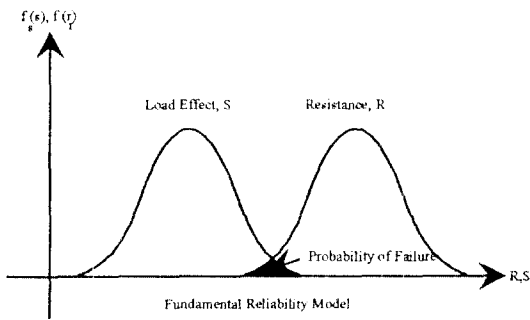
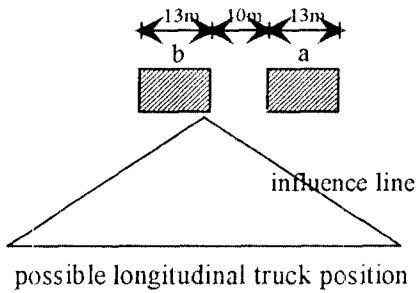
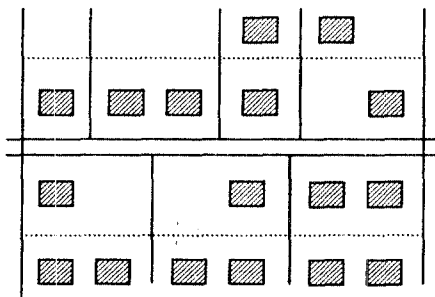


그림1.1 기본적인 신뢰성 모델



possible longitudinal truck position

그림3.1 간편회선법에서의 트럭위치



■ : truck

그림3.2 가능한 차량 제하위치

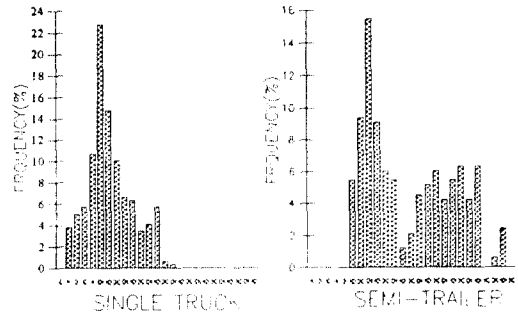


그림4.1 대표적인 트럭중량 히스토그램

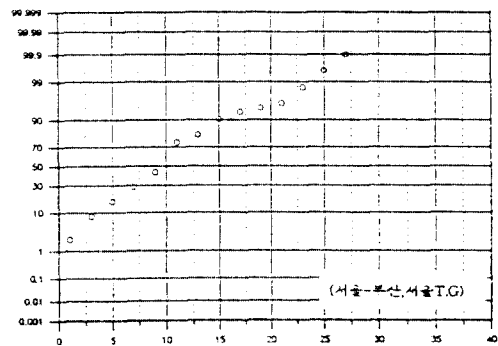


그림4.2 트럭중량 누적분포(W.96)

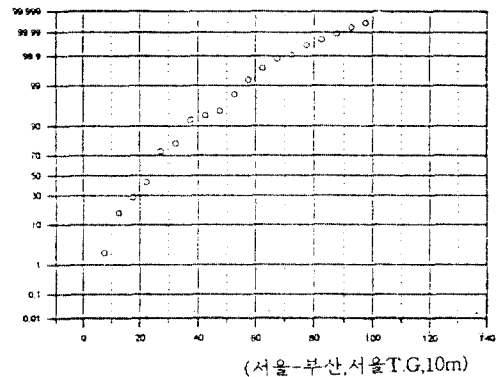


그림4.3 최대 활하중 모멘트

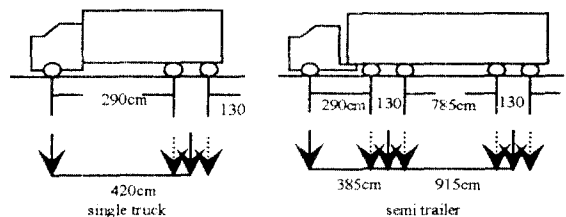


그림4.4 표준트럭의 제원