

콘크리트 파괴특성의 수치해석 (Numerical Analysis of Concrete Fracture Properties)

연 정 흠
Yon, Jung-Heum

ABSTRACT

Fracture properties for LEFM, S-FPZ and NS-FPZ models were determined using by finite element method and energy balance from the experimental results of three-point bend tests. For the LEFM model the stress intensity factor needed to increase continuously with crack extension, and for the S-FPZ model the fracture process zone characteristics need to change continuously if the critical stress intensity factor was to remain constant. The LEFM model showed the largest resistance and the slowest crack extension, while the NS-FPZ model showed the smallest resistance and the fastest crack extension. The responses for the S-FPZ model were intermediate between those for the LEFM and NS-FPZ models and the total fracture energy densities for the S-FPZ and NS-FPZ models were equal.

1. 서론

1970년대 중반이후 콘크리트의 정확한 인장 및 전단거동에 대한 요구가 증가하면서, 콘크리트에 대한 파괴역학의 적용에 관심을 갖게 되었다. 특히 컴퓨터 기술의 급속한 발전으로 복잡한 재료특성의 적용이 가능하게 되었다.

이러한 배경으로 본 연구에서는 선형탄성파괴이론, 특이-파괴진행대이론, 비특이-파괴진행대이론 또는 가상균열이론과 같은 불연속 단일균열(discrete crack)이론을 사용하는 세 파괴이론의 파괴특성을 계산하는 수치해석법을 제시하였다. 실험결과를 만족하는 유한요소법의 결과와 에너지평형을 사용하여 각 하중단계별 균열성장에 필요한 에너지와 연속균열성장을 하는 콘크리트의 파괴특성을 계산하였다. 이 수치해석법으로 콘크리트의 삼점휨실험 결과를 분석하여 각 파괴이론의 가정을 만족하는

파괴특성을 구하였다.

2. 콘크리트의 파괴이론

콘크리트의 균열을 불연속 단일균열로 가정하는 선형탄성파괴이론, 특이- 와 비특이-파괴진행대이론의 응력분포 및 균열면변위(crack opening displacement, COD)의 차이는 그림 1과 같다.

선형탄성파괴이론(LEFM model): 선형탄성파괴(linear elastic fracture mechanics)이론은 콘크리트가 선형탄성 재료이며, 에너지방출률(strain energy release rate, G) 또는 응력확대계수(stress intensity factor, K)가 한계 값인 G_c 또는 K_{Ic} 에 이르게 되면 균열이 성장하는 것으로 가정한다. 또한 고전적인 선형탄성파괴이론은 G_c 또는 K_{Ic} 가 재료특성이므로 특정한 재료에 대해 일정한 값으로 가정하나, 본 연구에서는 콘크리트의 실험결과가 보여주는 안정균열성장(stable crack propagation)을 만족하기 위해 G_c 또는 K_{Ic} 를 균열길이에 따라 변화하는 값으로 가

인하대학교 토목공학과 조교수

정하였다. 선형탄성파괴이론의 파괴특성은 G_c 또는 K_{Ic} 이며, 그림 1(a)는 선형탄성파괴이론의 균열단에서 특이성(singularity)과 포물선 모양의 균열면변위를 보여주고 있다.

특이-파괴진행대이론(S-FPZ model): 특이-파괴진행대(singular-fracture process zone) 이론은² 콘크리트의 동적파괴거동을 설명하기 위해 제안된 이론으로, 선형탄성파괴이론과 같이 미소균열단에 특이성이 존재하며, 또한 미소균열단 뒤쪽에 파괴진행대(Fracture Process Zone, FPZ)가 존재하는 것으로 가정한다. 불연속 단일균열로 가정된 파괴진행대에서는 부착균열면과 하중에 의해서 발생된 미소균열면의 마찰력 및 이들 미소균열면 사이의 비균열 부분에 의해서 인장응력이 균열면을 통해 전달될 수 있다. 파괴진행대의 균열면을 통해서 전달되는 균열면응력(Crack Closure Stress, CCS)은 위에서 가정된 불연속 단일균열의 균열면변위(Crack Opening Displacement, COD)에 의해서 결정되는 것으로 가정한다. 특이-파괴진행대이론의 파괴특성은 균열면응력-변위(CCS-COD)관계와 일정한 값인 G_c 또는 K_{Ic} 이고, 균열단에서의 응력분포와 균열면변위의 모양은 그림 1(b)와 같다.

비특이-파괴진행대이론(NS-FPZ model): 비특이-파괴진행대(nonsingular-FPZ)이론은 Hillerborg와 그의 동료들에 의해 제한된 가상균열이론(Fictitious Crack Model, FCM)³이다. 이 이론은 그림 1(c)와 같이 균열단 앞과 뒤의 응력이 연속적으로 분포하며, 특이-파괴진행대와 같이 균열단의 뒤쪽에 파괴진행대가 존재하는 것으로 가정한다. 균열단의 연속 응력분포로부터 최대 균열면응력이 파괴기준이 되고, 최대 균열면응력은 콘크리트의 인장강도로 가정한다. 비특이-파괴진행대이론의 유일한 파괴특성은 파괴진행대의 CCS-COD관계이며, 균열면변위는 그림 1(c)와 같은 조각칼(chisel) 모양이다.

3. 파괴특성의 수치계산

하중점변위 및 균열길이와 균열면응력-변위관계를 유한요소법의 입력자료로 하여 하중을 계산하고, 이 하중과 하중점변위로부터 에너지평형(energy balance)을 적용하여 각 파괴이론의 파괴특성을 계산하였다.

3.1. 균열길이 및 균열면응력-변위관계

선형탄성파괴이론의 주어진 균열길이 a 에서 하중-변위관계는 다음과 같은 선형관계를 만족해야 되므로,

$$P = K(a)\delta \quad (1)$$

그림 2와 같이 식 (1)과 측정된 하중-변위관계의 교점이 균열길이 a 에 대한 유일한 하중과 하중점변위가 된다.

특이- 및 비특이-파괴진행대이론의 CCS-COD관계는 근사적으로 가정된 균열길이에 대해 측정된 하중-변위관계를 만족하는 값을 사용한다. 해석결과에 의하면 하중-변위관계는 CCS-COD관계에 매우 예민하게 작용하나 균열길이에 대해서는 상대적으로 영향이 적다. 측정된 하중-변위관계를 만족하는 CCS-COD관계가 반복법에 의해서 결정되면 일정한 값인 파괴기준을 만족하는 각 파괴이론의 정확한 균열길이를 결정하게 된다. 최대하중 이전의 균열 또는 파괴진행대의 상대적으로 짧은 길이 때문에 최대하중 이전의 하중-변위관계는 CCS-COD 관계보다는 파괴기준에 의해서 결정되며, 파괴기준은 측정된 최대하중과 이 때의 하중점변위를 만족하는 값을 택하였다.

3.2. 외부일과 에너지

측정된 하중-변위관계를 만족하는 가정된 균열길이와 CCS-COD관계를 사용하여 계산된 유한요소법의 하중과 하중점변위로부터 파괴특성의 계산에 필요한 외부일과 에너지를 계산한다. 외부일 W 는 하중-변위관계의 적분 값이므로, 균열길이가 a_n 일 때 사다리꼴법칙을 적용하여 다음과 같이 구

할 수 있으며,

$$\begin{aligned} W_n &= \int_0^{\delta_n} P(\delta) d\delta \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (P_i + P_{i-1})(\delta_i - \delta_{i-1}) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 P_i 와 δ_i 는 각각 하중과 하중점변위이며, 아래첨자 i 는 균열길이 a_i 에 대한 결과임을 나타낸다. 또한 식 (2)는 그림 2의 하중-변위곡선과 $\delta = \delta_n$ 으로 둘러싸인 부분의 면적이다.

변형에너지 E_s 는 영구변형이 없는 것으로 가정하여 균열길이 a_n 일 때 다음과 같이 계산한다.

$$E_s = \frac{1}{2} P_n \delta_n \quad (3)$$

이식은 그림 2에서 식 (1)과 $\delta = \delta_n$ 으로 둘러싸인 부분의 면적이다. 영구변형을 고려할 경우 그림 2의 점선으로 나타낸 부분의 면적만큼 오류가 발생하게 된다. 그러나 본 연구에서는 다음과 같은 이유로 영구변형에 의한 소모에너지를 고려하지 않았다.

첫째, 콘크리트의 하중감소(unloading)에 대한 강성의 감소효과와 CCS-COD관계에 대한 영향이 잘 알려지지 않았고,

둘째, 본 연구에서 고려한 파괴이론은 소성거동을 허용하지 않는 대신 균열의 성장 또는 경계조건의 변화에 의해서 에너지를 소모하며,

셋째, 콘크리트의 영구변형이 금속재료와 같이 소성변형에 의한 것이 아니라 파괴진행대에서 입자의 분리와 하중이 감소할 때 이들 분리된 입자의 운동과 마찰에 의해 영구변형이 남는 것으로 가정하면, 파괴진행대에는 압축잔류응력이 균열단 주변에는 인장잔류응력이 남게되므로 잔류응력에 의한 변형에너지가 영구변형에너지와 같은 것으로 가정하였다.

초기 균열길이가 a_0 일 때 $a_n - a_0$ 의 균열 성장에 대한 총파괴에너지(total fracture energy) E_{Fn} 는 에너지평형에 의해 다음과 같이,

$$E_{Fn} = W_n - E_{Sn} \quad (4)$$

그림 2의 하중-변위곡선과 식 (1)로 둘러싸인 부분의 면적이 된다.

파괴진행대에서의 파괴에너지 E_{FPZ} 는 그림 3(a)와 같이 균열길이가 a_n 일 때 유한요소법의 계산 결과인 균열면변위 ω 로부터 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} E_{FPZ} &= t_0 \int_0^{a_n - a_0} \left[\int_0^{\omega_x} f_{cs}(\omega) d\omega \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} f_{cs}(\omega_x) \omega_x \right] dx \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 t_0 는 시험편의 두께, ω_x 는 그림 3(a)의 균열단에서 x 되는 곳의 균열면변위이며, $f_{cs}(\omega)$ 는 이점의 균열면응력이다. 식 (5)의

$\int_0^{\omega_x} f_{cs}(\omega) d\omega$ 는 그림 3(b)에서 $f_{cs}(\omega)$ 곡선과 직선 AB로 둘러싸인 부분의 면적으로 균열면변위가 ω_x 인 단위면적의 파괴진행대를 형성하는데 필요한 에너지이다. $\frac{1}{2} f_{cs}(\omega_x)$ 는 영구변형이 없는 것으로 가정하여 단위면적의 파괴에너지에서 복원될 수 있는 탄성에너지이며 OAB로 둘러싸인 부분의 면적이다.

3.3. 에너지해방률과 파괴에너지율

선형탄성파괴이론의 에너지해방률 G 는 단위면적의 특이균열 성장에 필요한 에너지로 정의된다. 이 이론의 총파괴에너지는 특이균열단을 형성하는데만 쓰여지게 되며, $\Delta a_n = a_n - a_{n-1}$ 의 균열성장 동안 증가된 총파괴에너지 ΔE_{Fn} 을 다음과 같이 성장된 균열단 면적으로 나눈 값을 총파괴에너지를 G_{Fn} 라 하며, 다음과 같다.

$$G_{Fn} = \frac{\Delta E_{Fn}}{t_0 \Delta a_n} = \frac{E_{Fn} - E_{Fn-1}}{t_0 (a_n - a_{n-1})} \quad (6)$$

여기서 ΔE_{Fn} 은 그림 2의 두 직선 $P=K(a_{n-1})\delta$, $P=K(a_n)\delta$ 와 하중-변위곡선으로 둘러싸인 부분의 면적이다. 선형탄성파괴이론에서는 특이균열단에서만 에너지가 소모되므로 에너지해방률 G 는 총파괴에너지와 같아야

하므로 $G=G_F$ 이다. G_n 이 결정되면 평면변형의 경우 균열성장에 필요한 응력확대계수 K 를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$K_n = \sqrt{\frac{E_c}{1-\nu^2} G_n} \quad (7)$$

여기서 E_c 와 ν 는 각각 콘크리트의 탄성계수와 포아송비이다.

파괴진행대의 파괴에너지율(Fracture Energy Density) G_{FPZ} 는 단위면적의 파괴진행대를 형성하기 위해 필요한 에너지로 정의되고, Δa_n 의 파괴진행대의 형성에 필요한 G_{FPZ} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_{FPZ} &= \frac{\Delta E_{FPZ}}{t_0 \Delta a_n} \\ &= \frac{E_{FPZn} - E_{FPZn-1}}{t_0 (a_n - a_{n-1})} \end{aligned} \quad (8)$$

특이-파괴진행대이론의 경우에는 특이균열단과 파괴진행대에서 에너지가 소모된다. 단위면적의 특이균열단을 형성하기 위한 에너지는 총파괴에너지에서 파괴진행대의 형성에 필요한 에너지를 감해야 하므로, 에너지해방률은 다음과 같이 된다.

$$G_n = G_{Fn} - G_{FPZn} \quad (9)$$

응력확대계수 K 는 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} K_n &= \sqrt{\frac{E_c}{1-\nu^2} G_n} \\ &= \sqrt{\frac{E_c}{1-\nu^2} (G_{Fn} - G_{FPZn})} \end{aligned} \quad (10)$$

비특이-파괴진행대이론의 경우는 파괴진행대에서만 에너지가 소모되므로 총파괴에너지 ΔE_n 와 파괴진행대에서의 파괴에너지 ΔE_{FPZ} 가 같아야 한다.

4. 수치해석 결과

본 연구에서 제안된 수치해석을 사용하여 그림 4의 콘크리트 삼점휨실험 결과를 만족하는 파괴특성을 계산하였다. 유한요소법에 사용된 요소망설계(mesh design)와 경

계조건은 그림 5와 같으며, 요소의 최소치수는 지간중심의 단면에서 1.59mm이다. 파괴진행대는 음의 강성(negative stiffness)을 갖는 비선형 스프링요소를 사용하였고, 이 스프링요소는 파괴기준에 도달하기 전에는 수평변위가 구속되었으나, 균열단에서 파괴기준에 이르게 되면 이 구속은 제거되고 파괴진행대의 강성을 나타내게 된다.

그림 6에 하중점변위를 유한요소법의 입력자료로 하여 계산된 하중과 균열면개구변위(Crack Mouth Opening Displacement, CMOD)를 실험에 의해서 측정된 값과 비교하였다. CMOD-변위관계는 각 파괴이론이 하중-변위관계를 만족할 때 계산결과를 검증하기 위해서 사용된 자료로, 하중-변위관계를 만족하는 경우 세 파괴이론 모두 측정된 CMOD-변위관계를 만족함을 보여준다.

그림 7과 8은 그림 6의 해석에 사용된 CCS-COD관계와 균열성장길이이다. CCS-COD관계는 균열면변위가 작은 경우 특이-와 비특이-파괴진행대이론 사이에 큰 차이가 있으나, 균열면변위가 증가하면 유사한 값을 나타냈다. 각 파괴이론의 균열성장길이는 하중-변위관계의 유사성에도 불구하고 큰 차이가 있었다.

그림 9~11은 그림 6의 결과로부터 식 (2)~(5)에 의해서 계산된 각 파괴이론의 외부일, 변형에너지, 총파괴에너지, 파괴진행대에서의 파괴에너지를 보여준다. 그림 12는 그림 9~11의 에너지분할로부터 계산된 각 파괴이론의 저항곡선으로 선형탄성파괴이론과 특이-파괴진행대이론은 식 (6)으로, 비특이-파괴진행대이론은 식(8)에 의해서 계산된 값이다. 콘크리트의 안정균열성장균열의 성장이 연속적으로 증가하는 콘크리트의 저항성에 의한 것임을 보여주며, 선형탄성파괴이론이 비교적 큰 저항성을 그리고 특이-파괴진행대이론과 비특이-파괴진행대이론은 비슷한 저항성을 보이고 있다.

그림 6의 측정된 하중-변위관계 특히 최대하중과 최대하중의 하중점변위를 만족하는 파괴특성을 표 1에 나타내었다. 유한요소법에 사용된 콘크리트의 탄성계수는 26.2GPa이며, 균열성장 이전의 하중-변위관계를 만족하는 값이다. 비특이-파괴진행대 이론에서 파괴진행대의 파괴에너지율 G_{FPZ} 는 특이-파괴진행대이론보다 다소 큰 값을 보여주나, 특이-파괴진행대이론의 특이균열 단 형성에 필요한 에너지해방률 G_{Ic} 를 포함한 총파괴에너지율은 두 이론 모두 같은 값이었다.

표 1. 각 파괴이론의 파괴특성

파괴이론	F_t MPa	K_{Ic} KPa \sqrt{m}	G_{Ic} N/m	G_{FPZ} N/m	G_f N/m
LEFM	-	516~ 2,290	9.96~ 195	-	82.9
S-FPZ	-	485	8.74	93.5	102.3
NS-FPZ	3.45	-	-	103.5	103.5

선형탄성파괴이론과 특이-파괴진행대이론의 파괴기준인 응력확대계수는 그림 13에 나타냈다. 선형탄성파괴이론의 응력확대계수는 $516\text{KPa}\sqrt{m}$ 에서 $2,290\text{KPa}\sqrt{m}$ 까지 연속적으로 증가하는 값이었다. 이는 초기 균열이 있는 시험편의 건조수축 등에 의한 잔류응력과 균열의 성장에 따른 이 잔류응력의 이완에 의해서 발생할 가능성이 있다. 본 연구에서 사용한 수치해석방법을 검증하기 위해서 Gross의 공식⁴에 의해 계산된 응력확대계수와 비교하였다. 그림 13의 점선으로 나타낸 곡선은 지간-높이비가 4인 경우에 적용하는 Gross의 공식에 의한 계산 결과로 본 연구에서 제안된 방법과 균열길이 보의 높이의 95%일 때 최대 5%의 차이가 있으나, 이는 본 연구에서 사용된 하중이 부분분포하중인 반면에 Gross의 공식이 집중하중에 의해 유도된 때문으로 판단된다. 특이-파괴진행대이론의 응력확대계수

는 $485\text{KPa}\sqrt{m}$ 의 일정한 값을 사용하였다.

5. 결론

본 연구에서는 유한요소법의 결과로부터 에너지평형을 만족하는 콘크리트의 파괴특성을 결정하는 방법을 제안하였다. 또한 이 수치해석법을 사용하여 선형탄성파괴이론, 특이-파괴진행대이론, 비특이-파괴진행대이론의 세 파괴이론에 대한 콘크리트 삼점휨실험결과를 해석하였으며, 세 파괴이론 모두 측정된 하중- 및 CMOD-변위관계를 만족할 수 있었다.

선형탄성파괴이론의 해석결과는 Gross에 의해 제안된 공식과 거의 일치함을 보여주며, 선형탄성파괴이론을 콘크리트에 적용하기 위해서는 균열성장길이가 증가할수록 응력확대계수가 증가하였다. 특이-파괴진행대이론의 파괴기준인 에너지해방률과 파괴진행대의 파괴에너지율은 각각 8.74N/m 와 93.5N/m 이었다. 특이-파괴진행대이론의 계산결과는 균열성장 초기에는 선형탄성파괴이론의 결과와 유사하였으나 균열이 성장함에 따라 비특이-파괴진행대이론의 결과와 유사하게 되었다. 비특이-파괴진행대이론의 파괴에너지율은 103.5N/m 로 특이-파괴진행대이론의 총파괴에너지율과 같은 값이었다. 본 연구에서 영구변형에 의한 영향을 고려하지 않았으나 본 연구에서 제안한 수치해석 결과는 비교적 합리적인 값을 보여준다.

감사의 글

본 연구는 1994년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비와 1994년도 인하대학교 연구비 지원에 의해서 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. Griffith, A. A., "The Phenomena of Rupture and Flow in Solid," *Phil. Trans. Roy. Soc. of London*, Vol. 5, pp. 163~197, 1921.
2. Yon, J.-H., Hawkins, N. M., and Kobayashi, A. S., "Numerical Simulation of Mode I Dynamic Fracture of Concrete," *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 117, No. 7, pp. 1595~1610, 1991.
3. Hillerborg, A., Modeer, M., and Petersson, P.-E., "Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements," *Cement and Concrete Research*, Vol. 6, No. 6, pp. 773~782, 1976.
4. Gross, B. and Srawley, J.E., *Stress-Intensity Factors for Three-Point Bend Specimens by Boundary Collocation*, NASA, TND-3092, 1965.

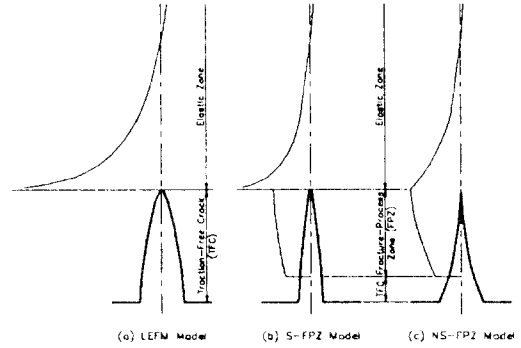


그림 1. 각 파괴이론의 응력분포 및 균열면변위 형태

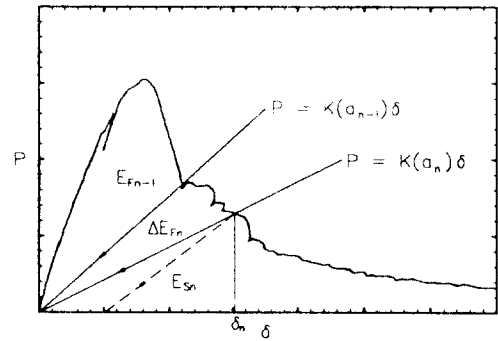


그림 2. 균열길이 a_n 에서 총파괴에너지 및 변형에너지

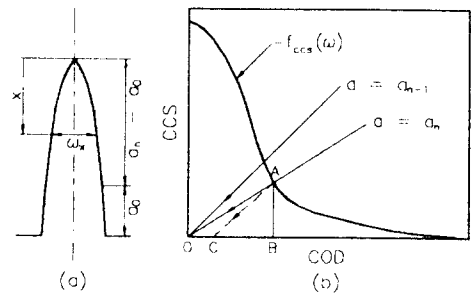


그림 3. 파괴진행대 및 CCS-COD관계

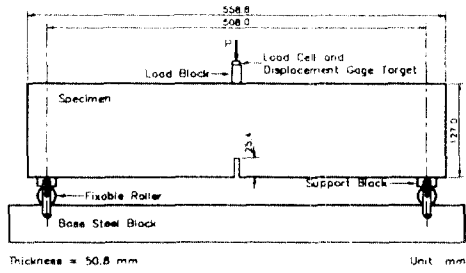


그림 4. 삼점휨실험편의 치수 및 하중장치

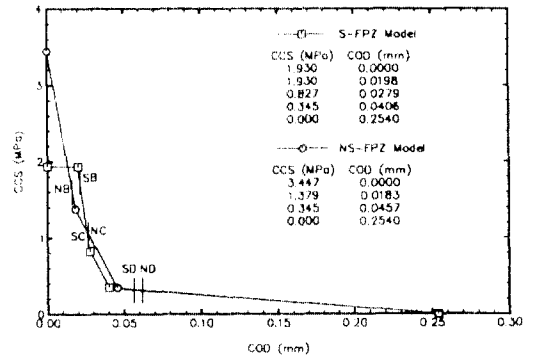


그림 7. 수치해석에 사용된 CCS-COD관계

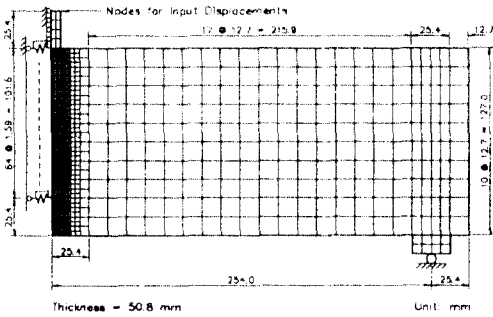


그림 5. 요소망설계 및 경계조건

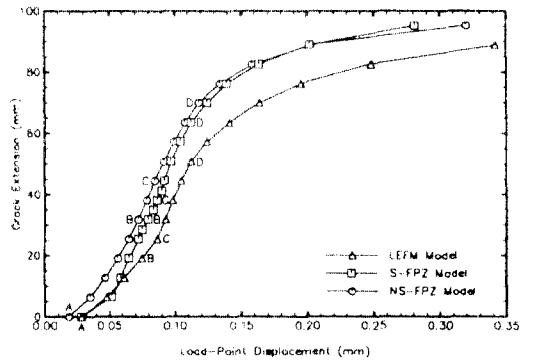


그림 8. 수치해석에 사용된 균열성장길이

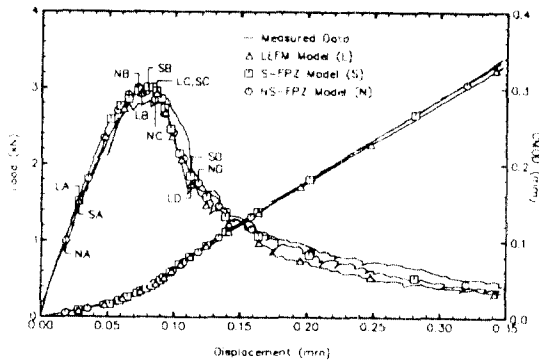


그림 6. 하중-변위관계의 측정값과 계산값

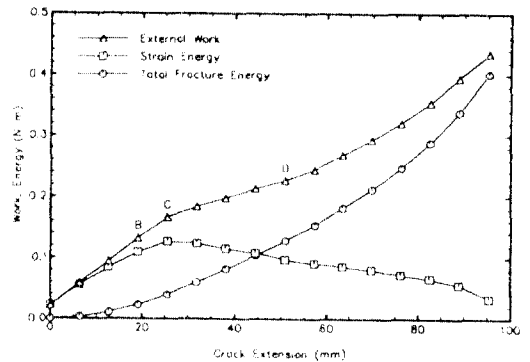


그림 9. LFM이론에 의한 에너지분할

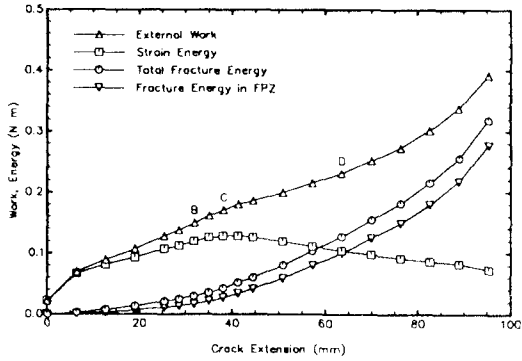


그림 10. S-FPZ이론에 의한 에너지분할

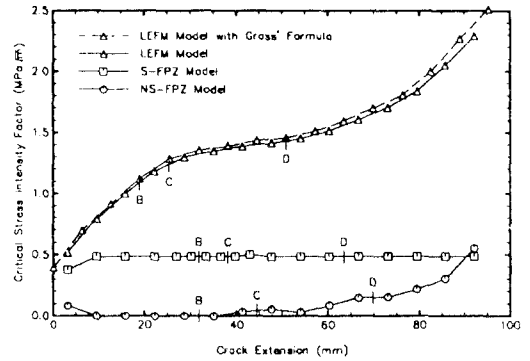


그림 13. 각 파괴이론의 응력확대계수

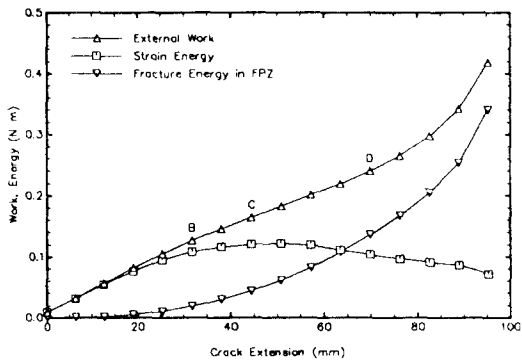


그림 11. NS-FPZ이론에 의한 에너지분할

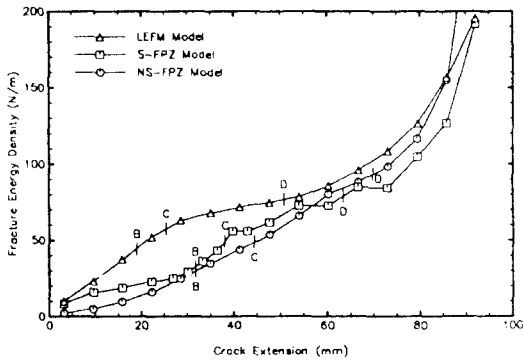


그림 12. 각 파괴이론의 저항곡선