KGS Fall '95 National Conference
28, October, 1995/Seoul/Korea

각종 모래에 대하여 보완 Power Model(비선형 탄성모형)의 적용
Extended Power Model and Its Application to Diffirent Sands

최 윤 철*1, Choi Yoon-Chul 남 선 우*2, Nam Sun-Woo 정 성 교*3, Chung Sung-Gyo

*1 동아대학교 토목공학과 석사과정, Graduate student, Dept. of Civil Engineering, Dong-A University
*2 동아대학교 토목공학과 박사과정, Graduate student, Dept. of Civil Engineering, Dong-A University
*3 동아대학교 토목공학과 교수, Professor, Dept. of Civil Engineering, Dong-A University

SYNOPSIS : Recent work has shown the importance of modelling the small strain stiffness of soil when predicting ground movements adjacent to excavation. Existing models are dissatisfied to represent sufficiently the behavior of the small strain stiffness for different kinds of soils. Of the models, Gunn's power model is a simple constitutive relation for the undrained behavior of overconsolidated clay. This paper describes the extension of power model to cohesionless soil. And the extended power model apply to the date of triaxial and plane strain compression tests with measuring local strains on specimens. Comparisons show good fittings.

1. 서 론

최근의 토목공사는 대도시를 중심으로 지하철, 지중선 및 통신구, 대심도 굴착, 도시순환도로(교량) 등의 대규모 건설이 활발하게 진행되고 있다. 대도시에서는 밀집된 건축물 및 중요 토목구조물에 인접하여 이루어 지는 건설공사로 인하여 유발되는 지반변형 때문에 인근 구조물은 때때로 치명적인 피해를 입게된다. 이때는 지반의 전단파괴 보다는 지반변형이 주된 역할을 담당하게 된다. 특히 중요구조물에 인접하여 굴착을 수행할 때는 이로 유발되는 지반변형을 정확히 예측할 필요성이 증대되고 있다.

지반거동의 해석 시에 실무자들은 간편하다는 이유로 선형탄성모형을 보편적으로 이용하고 있다. 그러나, 지하굴착 시에 선형탄성모형을 사용하였지만 실제거동의 예측에 실패하였던 사례를 Burland & Hancock[1], John[11], O'Riordan & Croft[10] 등의 연구결과에서 찾아 볼 수 있다. 이들은 역해석에 의하여 일반 삼축압축시험에서 얻은 탄성계수보다 훨씬 큰 값을 사용하여야 한다는 것을 알았다.

학문의 발달과 함께 Jardin et al[8], Clayton & Khatrush[2], Tatsuoka & Shibuya[12] 등은 실내삼축시험에서 0.002% 보다 작은 국부 축변형률을 정확하게 측정하였다. 이 시험결과로 부터 축변형의 대수값과 탄성계수(접선탄성계수)를 함께 도시한 결과 그림 1과 같이 S 모양의 곡선으로 주어졌다.[3] 즉, 초기 탄성계수는 일반삼축압축시험에 의한 값보다 훨씬 큰 값으로 몰리탐사법[3,12]에 의한 것과 비슷하였으며, 전단변형의 증가와 함께 탄성계수값은 점차 감소하는 경향을 보여 주었다. 따라서 지반의 실제 거동을 예측하기 위해서는 상기와 같은 흙의 비선형 거동을 나타낼 수 있는 모형은 Duncan & Chang[4] 이 1970년에 개발한 쌍곡선 모형, Jardin et al 모형[7], Gunn[5]의 Power 모형 등이 있다. 이 중에서 쌍곡선 모형은 응력-변형률의 비선형, 응력의존성 및 흙의 비선형성을 간단히 고려하였으며, 점성토 및 비점성토에 모두 적용할 수 있기 때문에 일반적으로 널리 이용되고 있는 실정이지만, 국부변형률에서 얻은 삼축시험결과에 비하여 훨씬 과소평가되고 있다.[13] 그리고 그 외의 모형들은 점성토에 국한하여 사용되고 있어서 다양하게 적용될 수 있는 합리적인 새로운 비선형탄성모형의 개발이 절실하다.

본 연구에서는 점성토에만 적용가능하지만 아주 간단한 특징을 지닌 Power 모형을 모래질 흙에 확대 적용 할 수 있도록 보완하여 정립하였다. 그리고 이 비선형탄성모형을 각종모래에 대하여 국부변형률 시험한 결과와 비교하여 우수성을 찾고자 하였다.

2. Gunn의 Power모형[5,11]

Gunn에 의한 '비배수 비선형탄성모형'은 Jardin et al[8] 에 의한 시험결과와 일치하는 것으로 식(1)과 같이 제안되었다.

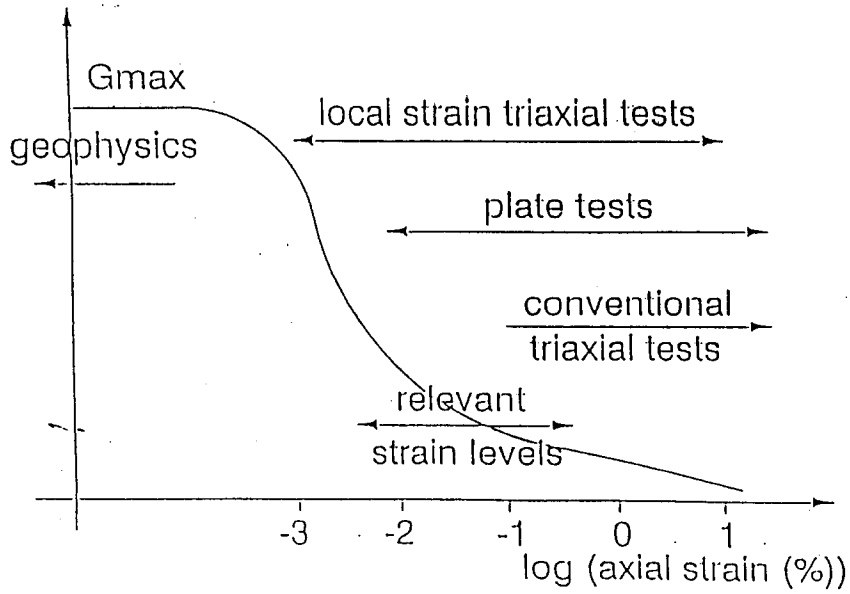


그림 1. 축변형률에 따른 전단탄성계수의 변화 (Clayton, 1993)

$$q = a\varepsilon^{\lambda} \tag{1}$$

여기서 q 및 ε은 각각 축차 응력 및 변형률로서 다음과 같다.

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right]^{1/2}$$

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{3}\left[(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2+(\varepsilon_2-\varepsilon_3)^2+(\varepsilon_3-\varepsilon_1)^2\right]^{1/2}$$

그리고 a 및 λ는 삼축압축시험에 의하여 아래와 같이 쉽게 얻어질 수 있는 토질상수 이다. 이 Power 모형에 의하여 간단히 할선(secant) 및 접선(tangent) 탄성계수, 즉 E_s 및 E_t가 얻어진다.

$$E_s = a\varepsilon^{\lambda-1} \tag{2}$$

$$E_t = \lambda a\varepsilon^{\lambda-1} \tag{3}$$

만약 두 변형률인 ε_1 및 ε_2에서 그들에 해당하는 할선탄성계수 E_{S1}과 E_{S2}를 얻는다면, 토질상수 a 와 λ는 다음의 식들과 같이 구할 수 있다.

$$\lambda = 1 + \log(E_{s1}/E_{s2})/\log(\varepsilon_1/\varepsilon_2) \tag{4}$$

$$a = E_{s1}\cdot\varepsilon_1^{1-\lambda} \tag{5}$$

이 모형은 흙이 Tresca 항복기준을 따르는 탄성-완전소성체라고 가정하였다. 점성토에서 비배수 전단강도 c_u는 깊이에 따라 변화하고, 토질상수 a는 c_u에 비례한다. 그리고 그림 2와 같이 흙의 강성도가 일정하게 되는 상한계(ε_o에서의 탄성계수:이하 임계상태라고 정의함)를 정의하는 것이 필요하다. 따라서 이 모형은 비배수 삼축압축시험으로 얻는 토질상수를 사용한 비배수 변형해석에 적용할 수 있으며, 하중의 재하 또는 제

하 시에 한 경우에만 적용할 수 있다.

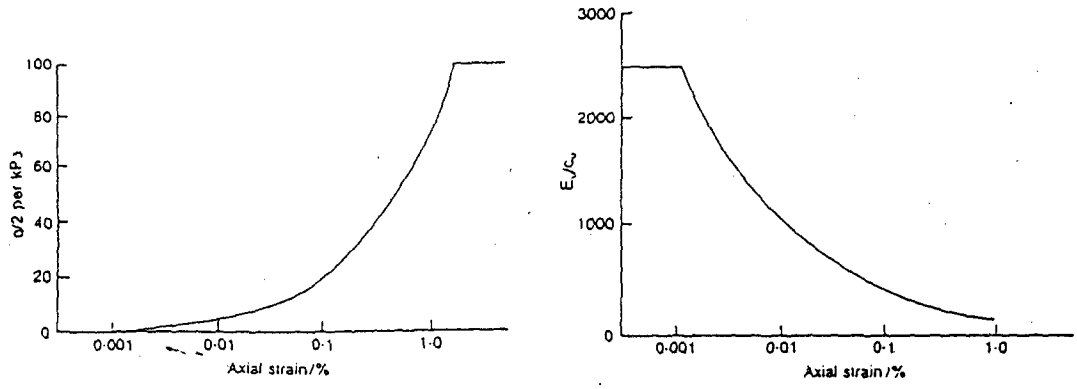


그림 2. $q=a\varepsilon^{\lambda}$ 로 도시된 Jardine et al(1984)의 시험결과 (Gunn, 1992)

3. 보완 Power 모형

점토와 모래에 대한 삼축압축시험결과로 부터 비선형 응력-변형률 관계를 식 (6)과 같이 Power법칙에 따르도록 근사화 한다.

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = a\varepsilon^{\lambda} \tag{6}$$

여기서 σ_1 및 σ_3는 각각 최대 및 최소주응력이며, ε는 축변형률이고, a 및 λ는 토질상수이다. 식(6)은 그림 3과 같이 나타낼 수 있으며, 토질상수 a 및 λ가 얻어질 수 있다.

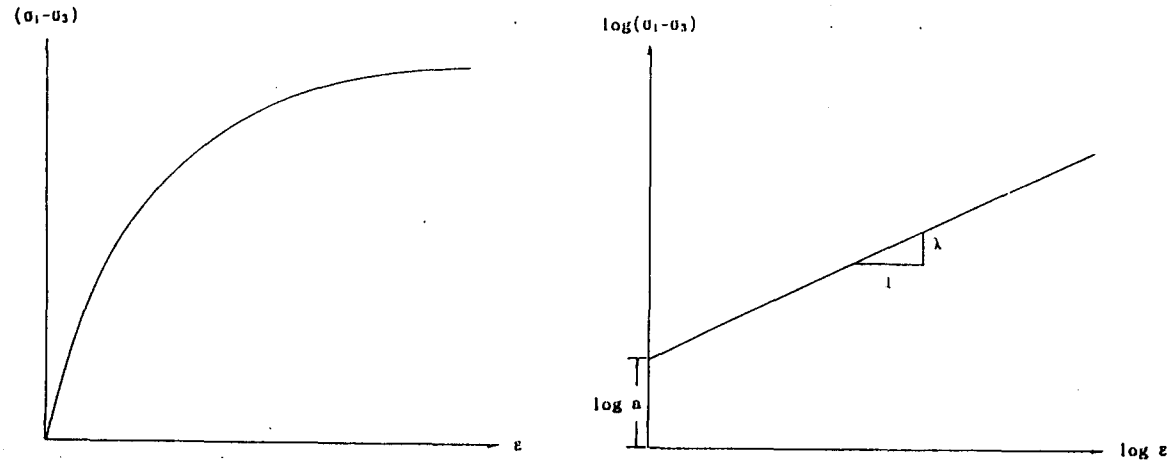
이 모형에서 접선탄성계수 E_t는 다음과 같다.

$$E_t = \frac{\partial(\sigma_1 - \sigma_3)}{\partial\varepsilon} = \lambda a\varepsilon^{\lambda-1} \tag{7}$$

식 (7)을 응력항으로 표현하기 위하여 식(6)을 식 (7)에 대입하면 식 (8)과 같이 된다.

$$E_t = \lambda a\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{a}\right)^{1-\frac{1}{\lambda}} \tag{8}$$

이 접선탄성계수가 일정하게 되는 상한계의 정의가 필요하다. 이 상한계를 얻기 위하여 식 (6)을 $(\sigma_1-\sigma_3)=\varepsilon/(D+a\varepsilon^{\lambda})$로 변형한다면, $\left(\frac{d(\sigma_1-\sigma_3)}{d\varepsilon}\right)_{\varepsilon=0} = \frac{1}{D}$이므로 초기접선탄성계수 $E_i = 1/D$ 로 된다. 따라서 접선탄성계수를 축변형률 또는 축차응력과 함께 표현하면 그림 4와 같이 된다. 이 그림에서 ε_o는 탄성계수의 상한계인 E_i에 해당하는 축변형률이며, ε_f는 파괴시의 축변형률로 정의하였다. 여기서 ε_o에 해당하는 축차응력 $(\sigma_1-\sigma_3)_o$는 식 (8)로부터 얻어질 수 있다.



(a) $(\sigma_1-\sigma_3)$:ε 곡선

(b) $\log(\sigma_1-\sigma_3)$:log ε 곡선

그림 3. Power 모형에 의한 응력-변형률 곡선

$$(\sigma_1-\sigma_3)_o = a\left(\frac{E_i}{\lambda a}\right)^{\frac{\lambda}{\lambda-1}} \tag{9}$$

Janbu[6]는 포화토에 대한 비배수시험을 제외하면, 탄성계수와 압축강도가 구속압에 따라 변화하므로 실험식을 식 (10)과 같이 제안하였다.

$$E_i = Kp_a\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \tag{10}$$

여기서 p_a는 대기압(E_i 및 σ_3와 동일한 단위)이며, K 와 n은 양변을 모두 대수화하여 쉽게 얻을 수 있는 변형계수 및 지수이다.

파괴시의 축변형률 ε_f에 해당하는 축차응력 $(\sigma_1-\sigma_3)_f$는 Mohr-Coulomb 파괴기준이 성립한다고 가정하면 다음과 같다.

$$(\sigma_1-\sigma_3)_f = \frac{2c\cos\phi + 2\sigma_3\sin\phi}{(1-\sin\phi)} \tag{11}$$

따라서 임의 응력에 대한 접선탄성계수는 그림 5와 같이 식 (8)의 양변을 대수화 하여 구할 수 있으며 식(9), (10) 및 (11)를 대입하여 정리하면 식(12)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} E_t &= E_i^M E_f^{1-M} \\ &= \left[\, Kp_a\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n\right]^M \cdot \left[\, \lambda a\left(\frac{2c\cos\phi + 2\sigma_3\sin\phi}{(1-\sin\phi)}\right)^{1-\frac{1}{\lambda}}\right]^{1-M} \end{aligned} \tag{12}$$

여기서

$$M = \frac{\log\dfrac{(\sigma_1-\sigma_3)_f}{(\sigma_1-\sigma_3)}}{\log\dfrac{(\sigma_1-\sigma_3)_f}{(\sigma_1-\sigma_3)_o}}$$

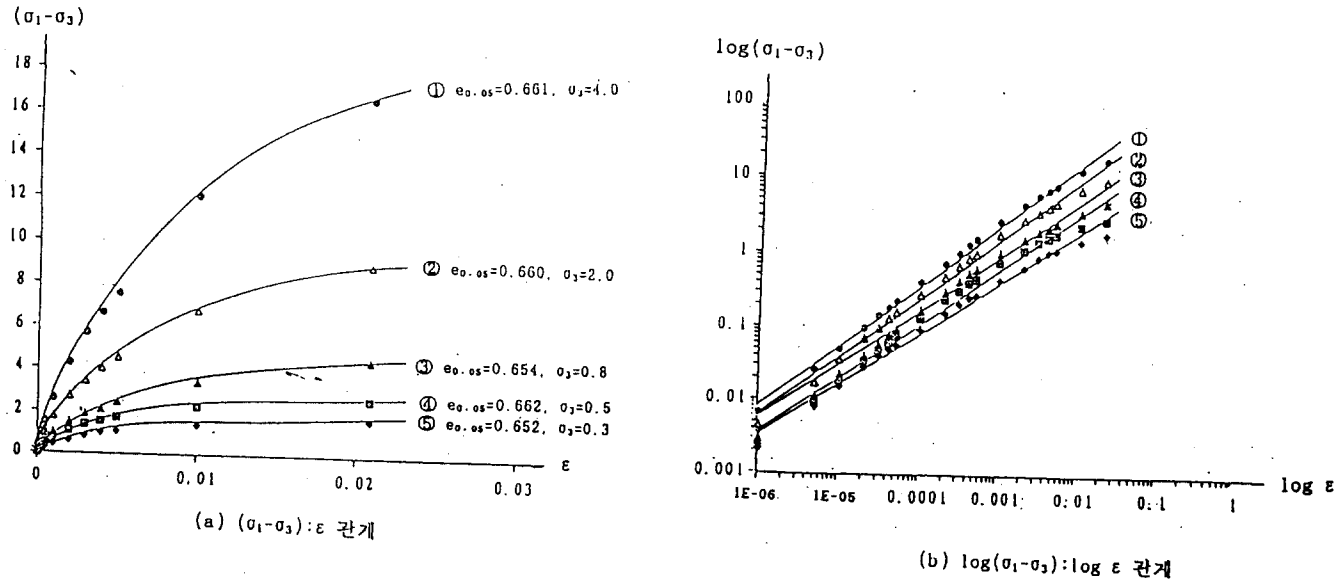


그림 6. $q=a\varepsilon^{\lambda}$와 함께 Toyoura 모래의 평면변형률 압축시험결과의 비교

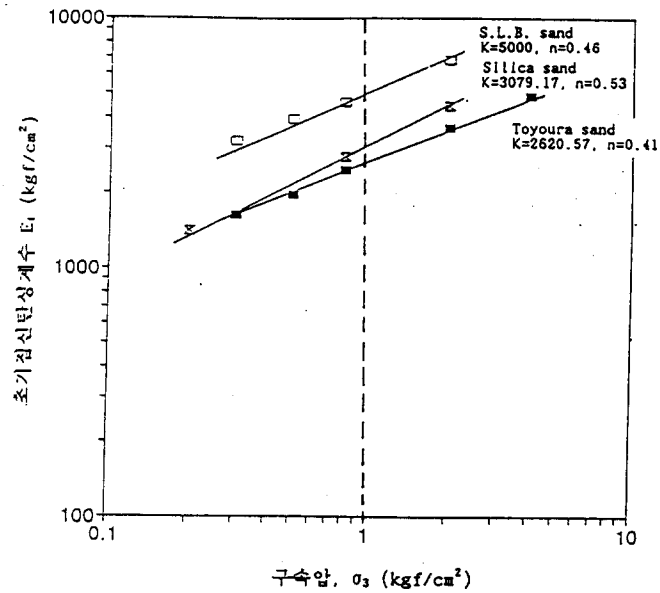


그림 7. 구속압에 따른 초기접선탄성계수의 변화

$$= \frac{\log\left[\dfrac{2c\cos\phi + 2\sigma_3\sin\phi}{(\sigma_1-\sigma_3)(1-\sin\phi)}\right]}{\log\left\{\dfrac{2c\cos\phi + 2\sigma_3\sin\phi}{a(1-\sin\phi)}\left[\dfrac{KP_a}{\lambda a}\left(\dfrac{\sigma_3}{p_a}\right)^n\right]^{\frac{\lambda}{\lambda-1}}\right\}} \qquad (13)$$

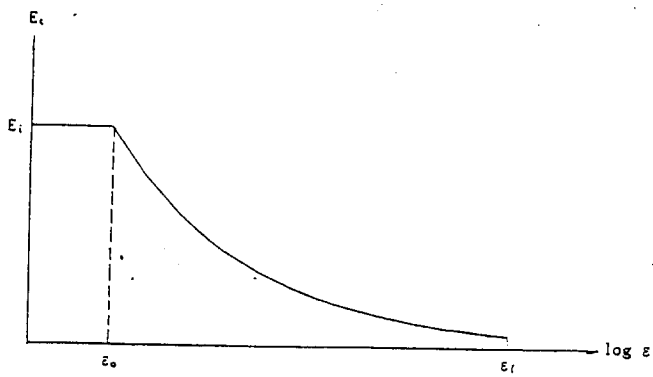


그림 4. E_t:log ε 곡선

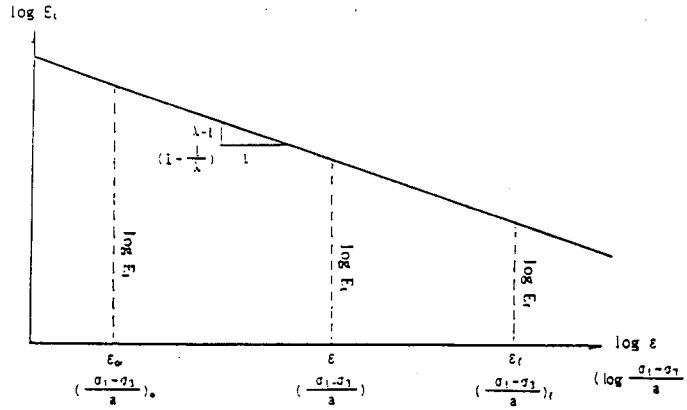


그림 5. log E_t :log ε 또는 log E_t : $\log(\frac{\sigma}{a})$ 곡선

4. 실험결과와의 비교

4.1 실험결과

보완 Power 모형과의 비교를 위하여 각종 모래에 대하여 미소변형률의 측정과 함께 삼축압축시험 및 평면변형률 압축시험을 수행한 박춘식[13]의 연구결과를 선택하였다.

표 1은 각종 모래에 대하여 수행된 시험종류, 방법, 조건 및 시험결과를 나타내고 있다. 여기서 $e_{0.05}$는 σ_3가 0.05 kgf/cm^{2}일 때의 간극비를 나내고 있다. 불행하게도 이 실험결과는 모래의 다짐도가 비교적 큰 경우에 국한되어 있다.

4.2 Power 모형에 적용되는 각종값의 산출

실험결과에서 $(\sigma_1-\sigma_3)$와 ε의 관계가 Power법칙을 따르는지를 관찰하기 위하여 대표적으로 Toyoura 모래에 대해 평면변형률 압축시험 결과를 그림 6과 같이 도시하였다. 이 그림은 표 1에서 P-S-1으로부터 P-S-5까지의 결과를 도시한 것으로 그림 6(a)에서 보면 모래질 흙에 대해서도 점토의 경우[8]와 마찬가지로 5종류의 구속압에 대한 $(\sigma_1-\sigma_3)$:ε 관계는 Power모형과 함께 아주 좋은 일치를 나타내고 있다. 그리고 그림 6(b)는 식(6)의 각변을 대수화하여 토질정수 a 및 λ를 구하기 위한 과정이다. 대체로 $\log(\sigma_1-\sigma_3)$:log ε 관계는 직선적으로 나타나지만, 파괴응력(또는 파괴시의 변형률)에 가까이 이르러서는 직선에서 조금 벗어나는 경향을 나타낸다. 그림 6(b)와 같은 과정으로 각종모래 및 시험법에서 얻어진 토질상수 a 및 λ는 표 2에 수록하였다.

4.3 구속압에 따른 초기접선탄성계수

구속압에 따라 변화하는 초기접선탄성계수를 입정하기 위하여 동일한 시료에 대하여 3종류 이상의 구속압으로 시험된 결과(표 1)를 이용하여 그림 7과 같이 나타내었다. 이 표에서 보면 10^{-6}의 변형률에서 얻은 접선탄성계수로 Duncan & chang[4]이 얻었던 결과와 마찬가지로 구속압에 따라 logE_i:logε관계는 직선적으로 나타난다. 식(10)에서 정의한 계수 K 및 n은 각각의 모래종류에 따라 그림과 같이 얻어졌다. 즉 S.L.B모래, 규산모래 및 Toyoura 모래의 순서로 탄성계수값이 크게 나타나고 있다.

표 1. 실내토질실험결과

번 호	시험종류	시료종류	σ_3 (kgf/cm^2)	OCR	$e_{0.05}$	ϕ (°)	$(\sigma_1-\sigma_3)_f$ (kgf/cm^2)	strain rate(%)	E_i (Kgf/cm^2)
T-S-1	Triaxial comp. test	S.L.B Sand	0.15	1.0	0.555	42.2	0.606918	6.533	1933.31
T-S-2		Toyoura Sand	0.81	1.0	0.668	43.2	3.42802	4.775	2088.99
T-S-3		Ticino Sand	0.8	1.0	0.664	44.0	2.26540	7.50	1666.67
P-S-1	Plane-strain comp. test	Toyoura Sand	0.3	1.0	0.652	48.3	1.74295	2.09	1625.65
P-S-2		Toyoura Sand	0.5	1.0	0.662	46.9	2.67964	2.17	1923.12
P-S-3		Toyoura Sand	0.8	1.0	0.654	41.9	3.18074	3.465	2461.50
P-S-4		Toyoura Sand	2.0	1.0	0.660	45.9	10.24210	2.69	3625.12
P-S-5		Toyoura Sand	4.0	1.0	0.661	45.0	19.5036	3.69	4850.23
P-S-6		S.L.B Sand	0.3	1.0	0.551	44.5	1.4051	2.85	3215.63
P-S-7		S.L.B Sand	0.5	1.0	0.554	44.2	2.27312	2.69	3950.12
P-S-8		S.L.B Sand	0.8	1.0	0.555	39.6	2.47869	4.50	4590.16
P-S-9		S.L.B Sand	2.0	1.0	0.548	43.4	8.80065	3.62	6770.00
P-S-10		Silica Sand	0.2	1.0	0.679	41.3	0.7472	4.52	1398.26
P-S-11		Silica Sand	0.8	1.0	0.649	40.2	2.92603	4.013	2777.78
P-S-12		Silica Sand	2.0	1.0	0.653	42.5	9.2563	3.85	4456.32
P-S-13		Karlsruhe Sand	0.8	1.0	0.614	40.6	2.98482	4.275	4480.00
P-S-14		Monterey Sand	0.8	1.0	0.602	43.3	3.50382	3.00	3650.44
P-S-15		Ticino Sand	0.8	1.0	0.662	42.1	3.25108	3.321	2740.74
P-S-16		Hostun Sand	0.8	1.0	0.613	42.0	3.24819	3.656	2702.70

표 2. 보완 Power모형을 위한 각종 계수

번 호	E_i (Kgf/cm^2)	ε_o	$(\sigma_1-\sigma_3)_o$ (kgf/cm^2)	a	λ
T-S-1	1933.33	7.28×10^{-6}	0.013735	2.947433287	0.36797575
T-S-2	2088.99	1.61×10^{-5}	0.031881	25.77148210	0.54716995
T-S-3	1666.67	6.63×10^{-6}	0.001061	66.73084539	0.700260659
P-S-3	2461.50	1.02×10^{-5}	0.022883	40.83574775	0.59855096
P-S-8	4590.16	8.31×10^{-6}	0.036447	24.71193289	0.492941831
P-S-11	2777.78	5.22×10^{-6}	0.014133	46.7848015	0.625722067
P-S-13	4480.00	5.0×10^{-6}	0.022222	27.88176343	0.538269037
P-S-14	3650.44	1.4×10^{-5}	0.069744	8.042791931	0.361824
P-S-15	2740.74	1.04×10^{-5}	0.050193	33.59062817	0.566996681
P-S-16	2702.70	9.43×10^{-6}	0.025272	51.35666102	0.615586033

4.4 접선탄성계수의 계산치와 측정치의 비교

그림 8 ~ 그림 17까지는 표 1에 나타낸 각종 모래 및 시험법으로 얻은 E_t:logε 관계와 식(7)에 의한 계산치를 비교한 것이다. 두 결과는 비교적 좋은 일치를 보여주고 있다. 초기접선탄성계수는 초기상태로부터 임계 변형률 ε_o(또는 임계 축차응력)에 이를 때까지 일정한 값을 나타내지만, 변형률이 증가할 수록 큰 폭으로 접선탄성계수가 감소하여, 이 변형률이 파괴값에 접근할 수록 거의 일정한 접선탄성계수로 된다. 그리고, 이들 그림에서 알 수 있듯이 Power 법칙에 의한 E_t:logε 관계가 시험곡선과는 달리 임계 변형률을 지나는 순간에 곡선이 부드럽지 못한 단점이 있다.

5. 결 론

점성토에 국한하여 사용되고 있는 Power 모형을 사질토까지 확대하여 적용할 수 있는 보완 Power 모형을 개발하여 기존의 시험결과와 비교한 결과에서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 보완 Power 모형에 의한 탄성계수-변형률(또는 축차응력) 관계는 각종 모래와 시험법에 의한 시험결과와 비교적 좋은 일치를 보였다.

(2) 10^{-6} 까지 측정된 국부 축변형률 시험으로 얻은 log E_t(초기접선탄성계수):log σ_3(구속압) 관계는 일반 삼축압축시험에서와 같이 직선적인 관계를 나타내었다.

본 비선형탄성모형은 단일하중상태(monotonic loading)에만 적용할 수 있는 것이므로 앞으로 폭넓게 사용될 수 있는 모형의 발전을 위하여 더 깊은 연구가 요구된다.

참고 문헌

1. Burland, J.B. and Hancock, R.J.R. (1977). Underground car park at the House of Commons, London : Geotechnical aspects. Structural Engineer, 55, 87-100.
2. Clayton, CRI and Khatrush, S.A. (1986). A new device for measuring local axial strains on triaxial specimens. Geotechnique, 36, 593 - 597.
3. Clayton, CRI.(1993). 건설분야에서 물리탐사의 활용. 초청강연집, 동아대학교 지반공학연구실.
4. Duncan, J.M. and Chang, C.Y. (1970). Non-linear analysis of stress and strain in soil. ASCE, J. Soil Mech.Fdn.Eng.Div, Vol.96, SM5, 1629 - 1653
5. Gunn, M.J. (1992). The prediction of surface settlement profiles due to tunnelling. Proc. Worth Memorial Symposium(Predictive soil mechanics), Thomas Telford, London. 304 - 316.
6. Janbu, N. (1963). Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests. ECSMFE, Wiesbaden, Vol.1, 19-25
7. Jardine, R.J., Potts, D.M., Fourie, A.B. and Burland, J.B.(1986). Studies of the influence of non-linear stress-strain characteristics in soil-structure interaction. Geotechnique, 36, 377 - 396.
8. Jardine, R.J., Symes, M.J. and Burland, J. B. (1984). The measurment of soil stiffness in the triaxial apparatus. Geotechnique, 34, 323 - 340.
9. Simpson, B. et al. (1979). A Computer model for the analysis of ground movement in London Clay. Geotechnique, 29, 149 - 175.
10. St John, H.D. (1975). Field and theortical studies of the behaviour of ground around deep excavations in London Clay. PhD thesis, Universityof Cambridge.
11. Wood, R.I. & M.J.Gunn. (1992). The influence of nonlinearity on the interpretation of stiffness parameters from field plate load tests. Numerical Model in geotchnics, Balkema, 999-1008.
12. Tatsuoka, F. and S. Shibuya.(1991). Deformation characteristics of soil and rock from field and laboratory tests. 9th Asian Regional Conference, Vol.2, 53-114.
13. 朴 春 植 (1993). 平面ひずみ壓縮試驗による各種の砂の變形·强度特性. 東京大學校 工學系研究科 博士學位論文. 1014p.

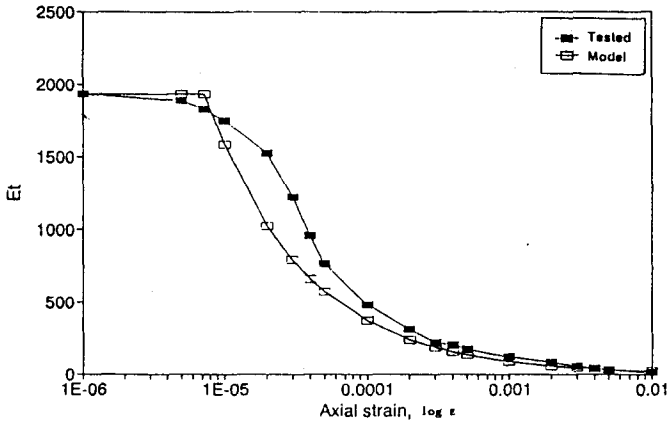


그림 8. E_t-log ε 관계 (T-S-1)

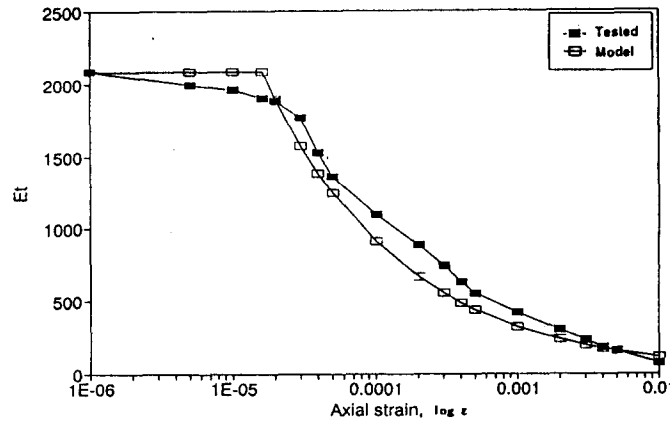


그림 9. E_t-log ε 관계 (T-S-2)

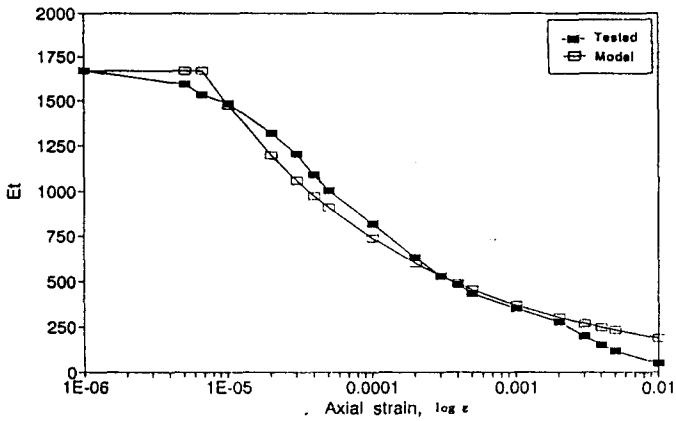


그림 10. E_t-log ε 관계 (T-S-3)

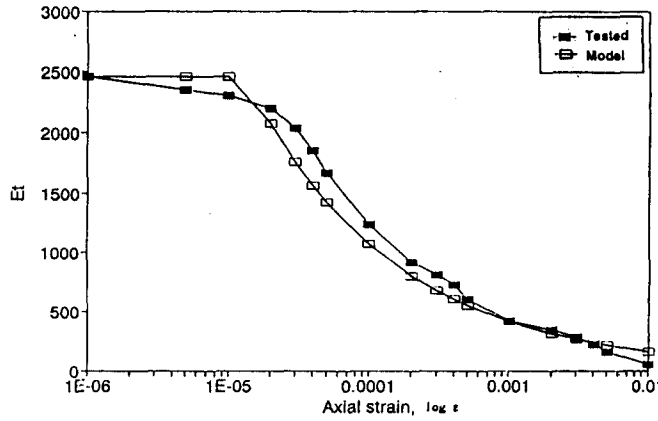


그림 11. E_t-log ε 관계 (P-S-3)

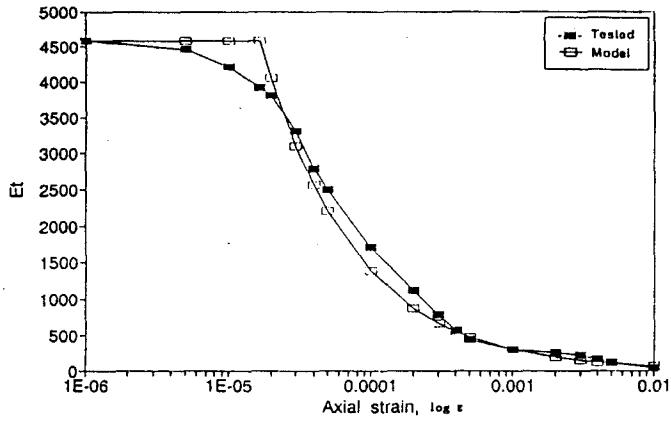


그림 12. E_t-log ε 관계 (P-S-8)

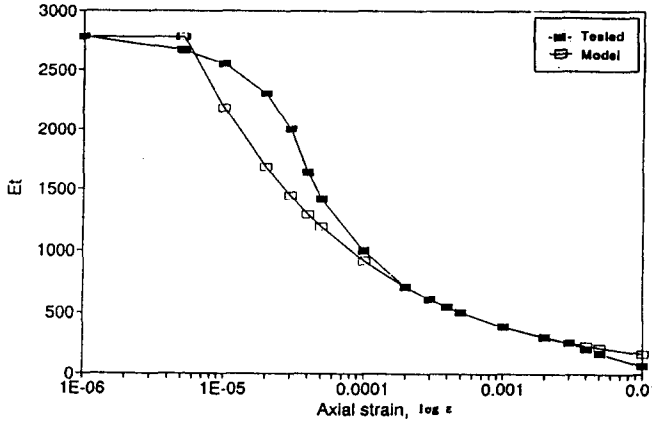


그림 13. E_t-log ε 관계 (P-S-11)

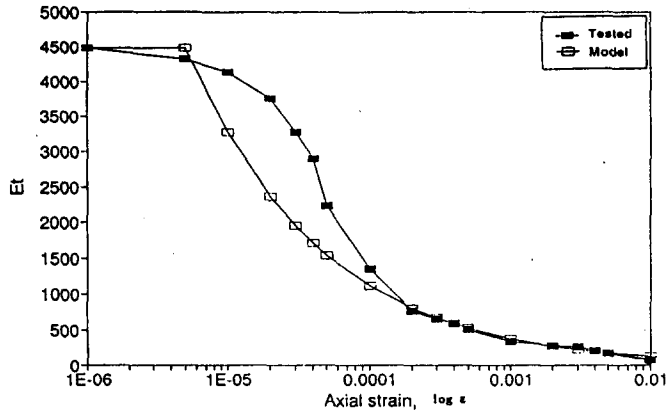


그림 14. E_t-log ε 관계 (P-S-13)

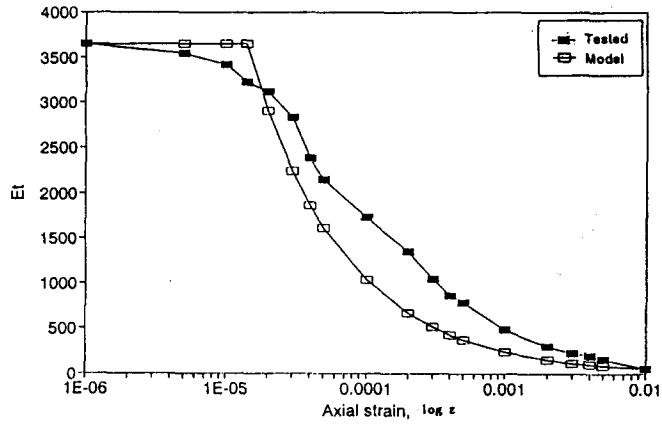


그림 15. E_t-log ε 관계 (P-S-14)

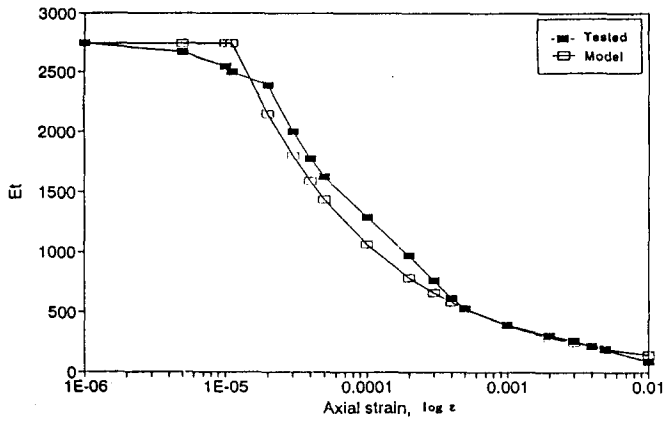


그림 16. E_t-log ε 관계 (P-S-15)

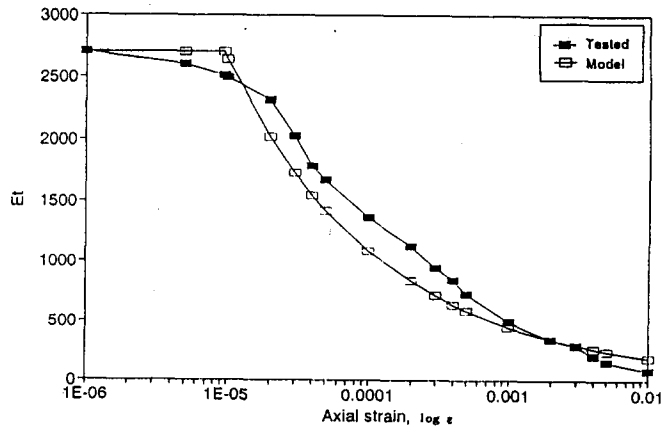


그림 17. E_t-log ε 관계 (P-S-16)