

모멘트 생성 함수 기법을 이용한 물류 운반 시스템 이용에 따른 유연 생산 시스템의 성능 해석

Performance Analysis of the Flexible Manufacturing System According to the Strategy of Material Handling System Using Moment Generating Function Based Approach

양희구(서울대 대학원), 김종원(서울대 기계설계학과)

Hee-Gu Yang(Graduate School, Seoul National Univ.), Jongwon Kim(Seoul National Univ.)

ABSTRACT

This paper is focused on the formulation of explicit closed-form functions describing the performance measures of the general flexible manufacturing system (FMS) according to the strategy of material handling system (MHS). The performance measures such as the production rate, the production lead-time and the utilization rate of the general FMS are expressed, respectively, as the explicit closed-form functions of the part processing time, the service rate of the material handling system (MHS) and the number of machine tools in the FMS. For this, the general FMS is presented as a generalized stochastic Petri net model, then, the moment generating function (MGF) based approach is applied to obtain the steady-state probability formulation. Based on the steady-state formulation, the explicit closed-form functions for performance measures of the general FMS can be obtained. Finally, the analytical results are compared with the Petri net simulation results to verify the validity of the suggested method. The paper is of significance in the sense that it provides a comprehensive formula for performance measures of the FMS even to the industry engineers and academic researchers who have no background on Markov chain analysis method or Petri-net modeling.

Key Words : FMS(유연 생산 시스템), moment generating function(모멘트 생성 함수), Petri net(페트리 넷), material handling system(물류 운반 시스템)

1. 서 론

유연 생산 시스템은 주로 버퍼, 다수의 기계그룹, 셋업 스테이션, 물류 운반 시스템으로 구성된다. 그 중 물류 운반 시스템은 그 이용 방법에 따라 전체 유연 생산 시스템의 성능에 큰 영향을 미치기 때문에 이용 방법에 따른 모델링 및 성능 해석은 매우 중요한 의미를 갖는다⁽¹⁾.

그러나 기존의 연구에서는 이를 해석하기 위해 시스템 변수의 변화에 따라 반복적으로 성능 지수를 다시 구해야 하는 시뮬레이션을 주로 사용하였다⁽²⁾.

본 논문에서는 Fig. 1의 구성을 갖는 유연 생산 시스템(FMS)에 대한 성능 평가를 위해 모멘트 생성 함수 기법⁽³⁾을 이용하여 물류 운반 시스템의 이용 방법에 따른 각각의 성능 지수들을 각 기계의 부품 가공률(processing rate), 물류 운반 시스템의 서비스율(service rate), 기계 대수 등을 변수로 하는 해석식으

로 제시하고 이를 비교하겠다.

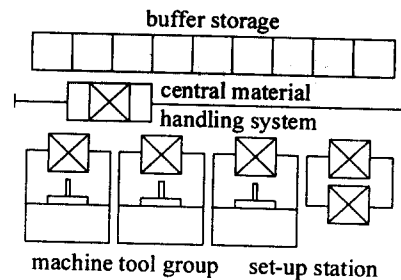


Fig.1. Schematic diagram of the general FMS

2. 일반적인 유연 생산 시스템에의 적용

이 논문에서는 일반적인 유연 생산 시스템에서 몇 가지 가정을 하였다.

(1) 부품 가공 시간은 가공률 μ [부품 수/단위 시간]의 지수 함수적 분포를 갖는다고 가정한다.

(2) 서비스 시간은 서비스율 λ [서비스 횟수/단위 시간]의 지수 함수적 분포를 갖는다고 가정한다.

(3) 유연 생산 시스템 내에 있는 기계 대수는 C 이다.

이 가정을 바탕으로 물류 운반 시스템의 이용 방법에 따른 모델링 및 시스템 성능을 비교 분석해 보겠다.

Strategy 1 : 기계의 작업이 완료했을 경우 물류 운반 시스템은 완성된 부품이 있는 기계로 이동, 완성된 부품의 이적재를 동시에 행하고, 완성된 부품을 자동창고로 운반한다.

Strategy 2 : 기계의 작업이 완료했을 경우 기계의 완성된 부품을 자동창고로 이동시키고 다른 기계에서 물류 운반 시스템을 호출하지 않을 경우 가공이 되지 않은 부품을 공급한다. 그러나 만약 물류 운반 시스템의 작업이 진행되고 있는 동안 또 다른 기계에서 작업의 완료를 알려올 경우 확률적(이 경우 1/2)으로 작업의 우선 순위가 결정된다.

2.1 Case I : Strategy 1 에 의한 FMS 운용

Fig. 2는 Strategy 1에 의해 운용되는 FMS를 일반 확률 페트리 넷을 이용하여 나타난 것이다. 여기서의 플레이스(p)와 트랜지션(t)의 의미는 다음과 같다.

$p(MHS)$: 물류 운반 시스템이 이용 가능

$p(work)$: 버퍼에 하나 이상의 재료 이용 가능

$p(ready_k)$: k 기계가 가공 준비 중, $\max k = C$.

$p(done_b)$: b 기계가 작업을 완료하고 물류 운반 시스템의 운반 대기중, $b = C - k$.

$t(MHS)$: 물류 운반 시스템에 의한 운반 (서비스율 λ , [서비스 횟수 / 단위 시간])

$t(process)$: k 기계가 재료 가공 (가공률 $k\mu$ [부품수 / 단위 시간])

다음 단계로 간략화된 일반 확률 페트리 넷 모델($C=3$ 일 때)의 도달 가능 그래프로부터 Fig. 3의 등가의 신호 흐름 선도를 얻을 수 있다⁽³⁾. 여기서 마킹 M_j 는 식 (1)과 같이 정의한다.

$$M_j = \begin{bmatrix} M_j \{p(MHS)\} \\ M_j \{p(work)\} \\ M_j \{p(ready_k)\} \\ M_j \{p(done_b)\} \end{bmatrix}^T \quad (j=1, 2, \dots, C) \quad (1)$$

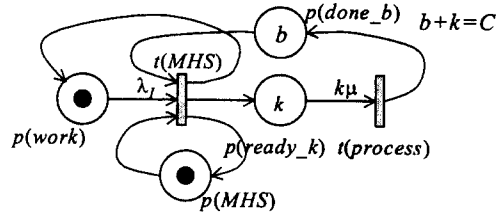


Fig.2 GSPN model of the general FMS[Case I]

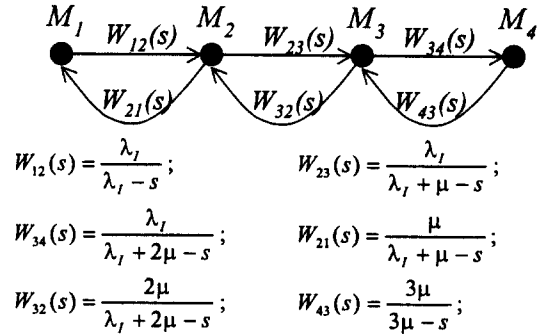


Fig.3 Equivalent signal flow graph in Case I ($C=3$)

Fig. 3의 등가의 신호 흐름 선도로부터 M_1 에서 M_j^* 까지의 등가 전달 함수 $W_E^{j1}(s)$ 를 Mason의 법칙을 이용하여 구할 수 있다.

마찬가지로 기계가 임의의 n 대일 경우($C=n$) 상태기 페트리 넷의 플레이스인 마킹들은 다음의 식 (2)와 같이 정의된다.

$$M_n = [1, 1, (j-1), (n+1-j)] \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

그러면 n 일 경우의 일반적인 평균 순환 시간(T_{11})은 다음의 식 (3)과 같이 유도된다.

$$T_{11} = \left. \frac{\partial W_E^{11}(s)}{\partial s} \right|_{s=0} = \frac{1}{\lambda_l} \left(\sum_{i=0}^n \left[\frac{n!}{(n-i)!} (\beta)^i \right] \right)$$

단, $\beta = \frac{\mu}{\lambda_l}$ (3)

마찬가지로 평균 체제 시간은 다음의 식 (4)와 같이 얻어진다.

$$T_j = \frac{1}{\lambda_l} \left(\frac{1}{(j-1)! (\beta)^{j-1}} \right) \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

그러면 상태기 페트리 넷의 플레이스 M_j 의 정상 상태 확률(π_j)은 식 (5)와 같다.

$$\pi_j = \frac{T_j}{T_{11}} \quad (j=1, 2, 3, \dots, n) \quad (5)$$

2.2 Case II : Strategy 2 에 의한 FMS 운용

Fig. 4는 Strategy 2에 의해 운용되는 FMS를 일반 확률 페트리 넷을 이용하여 나타난 것이다. 여기서 플레이스(p)와 트랜지션(t)의 의미는 다음과 같으며 생략된 정의는 Case I과 같다.

$p(idle_a)$: a 기계가 다음 재료 공급을 위해 대기중,
 $t(MHS)$: 물류 운반 시스템에 의한 운반 (서비스율 λ_{II} [서비스 횟수 / 단위 시간])

다음 단계로 간략화된 일반 확률 페트리 넷 모델 ($C = 3$ 일 때)의 신호 흐름 선도를 Fig. 5와 같이 얻을 수 있으며 여기서 마킹 M_j 는 식 (6)과 같이 정의한다.

$$M_j = \begin{bmatrix} M_j\{p(MHS)\} \\ M_j\{p(work)\} \\ M_j\{p(ready_k)\} \\ M_j\{p(done_b)\} \\ M_j\{p(idle_a)\} \end{bmatrix}^T \quad (j=1,2,\dots,C) \quad (6)$$

또한 Case I의 경우와 마찬가지로 기계가 임의의 n 대일 경우($C = n$)의 평균 순환 시간, 평균 체재 시간 및 정상 상태 확률을 식 (7)(8)(9)와 같이 얻을 수 있다.

$$T_{11} = \left. \frac{\partial W_E^{11}(s)}{\partial s} \right|_{s=0} = \frac{1}{\lambda_{II}} \left(\frac{\sum_{i=0}^n \left[(i+1) \frac{n!}{(n-i)!} (\beta)^i \right]}{n! (\beta)^n} \right)$$

$$\text{단, } \beta = \frac{\mu}{\lambda_{II}} \quad (7)$$

$$T_{ij} = \frac{1}{\lambda_{II}} \left(\frac{1}{i! (\beta)^i} \right) \quad (i, j=0,1,2,\dots,n) \quad (8)$$

$$\pi_{ij} = \frac{T_{ij}}{T_{11}} \quad (i, j=0,1,2,3,\dots,n) \quad (9)$$

3. 해석적 성능 평가

성능 평가는 상태기 페트리 넷의 플레이스에서의 정상 상태 확률로부터 얻어진다. 이런 확률을 이용하여 각 플레이스의 기대되는 토큰의 개수, 임의의 개수의 토큰을 가질 확률, 그리고 트랜지션의 점화 확률도 계산할 수 있다. 이들로부터 일반적인 유연 생산 시스템의 평균 생산률, 평균 재공, 평균 생산 시간, 평균 효율 등의 성능 지수를 얻을 수 있다.

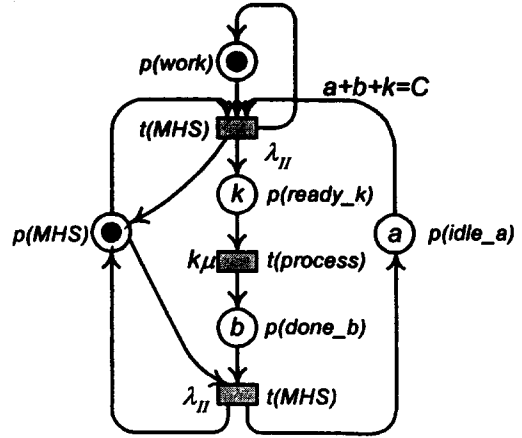
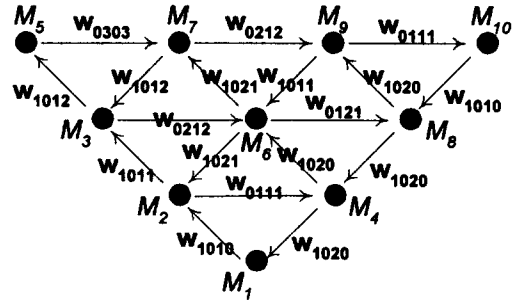


Fig.4 GSPN model of the general FMS [Case II]



$$W_{abcd}(s) = \frac{a\lambda_{II} + b\mu}{c\lambda_{II} + d\mu - s};$$

Fig.5 Equivalent signal flow graph in Case II [$C = 3$]

3.1 Case I : Strategy 1 에 의한 FMS 운용

부품이 완성되는 데 거쳐야 하는 공정의 수를 R 이라 할 때, 이 유연 생산 시스템의 평균 생산률은 다음과 같이 표현된다.

$$P = (\lambda_I) \left(\frac{U_{MHS}}{R} \right) \quad (10)$$

이 경우 유연 생산 시스템의 재공 WIP 는 기계 대수와 동일한 C 가 된다. 그러므로 완성되는데 걸리는 평균 생산 시간 MLT 는 Little의 법칙⁽⁴⁾에 의해 다음과 같이 구해진다

$$MLT = \frac{WIP}{P} = \left(\frac{1}{\lambda_I} \right) \left(\frac{R \cdot C}{U_{MHS}} \right) \quad (11)$$

기계 대수를 임의의 n 이라 할 경우($C = n$), 물류 운반 시스템의 효율은 식 (5)의 정상 상태 확률을 이용하여 구할 수 있다.

$$U_{MHS} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=0}^n \left[\frac{n!}{(n-i)!} (\beta)^i \right]} \quad (12)$$

물류 운반 시스템의 효율에 대한 식을 이용하면 일반적인 기계 대수의 경우 ($C = n$)에 대한 평균 생산률과 평균 생산 시간을 얻을 수 있다. 여기서 보인 성능 지수는 기계 대수 n 과 기계의 가공률 μ 물류 운반 시스템의 서비스율 λ 로 표현되는 해석식임을 알 수 있다

3.2 Case II : Strategy 2 에 의한 FMS 운용

부품이 완성되는 데 거쳐야 하는 공정의 수를 R 이라 할 때 이 유연 생산 시스템의 평균 생산률은 다음과 같이 표현된다.

기계 대수를 임의의 n 이라 할 경우 ($C = n$), 물류 운반 시스템 및 기계의 평균 효율은 식 (9)에서 구한 정상 상태 확률을 이용하여 구할 수 있다.

$$U_{MHS} = 1 - \frac{1}{\sum_{i=0}^n \left[(i+1) \frac{n!}{(n-i)!} (\beta)^i \right]} \quad (13)$$

$$U_{M/T} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} \left[(i+1) \frac{(n-1)!}{(n-i-1)!} (\beta)^i \right]}{\sum_{i=0}^n \left[(i+1) \frac{n!}{(n-i)!} (\beta)^i \right]} \quad (14)$$

또한 평균 생산률 P , 재공 WIP 및 평균 생산 시간 MLT 도 구할 수 있다.

$$P = \frac{n\lambda_{II}}{R} \left(\frac{\sum_{i=0}^{n-1} \left[(i+1) \frac{(n-1)!}{(n-i-1)!} (\beta)^{i+1} \right]}{\sum_{i=0}^n \left[(i+1) \frac{n!}{(n-i)!} (\beta)^i \right]} \right) \quad (15)$$

$$WIP = n \left(\sum_{i=0}^n \left[(i+1) \frac{n!}{(n-i)!} (\beta)^i \right] - \beta \right) \quad (n = 1)$$

$$WIP = n \left[\sum_{i=0}^n \left[(i+1) \frac{n!}{(n-i)!} (\beta)^i \right] - \beta - \sum_{i=2}^n \left[(n-i+1) \frac{(i+1)!}{2} (\beta)^i \right] \right] \quad (n \geq 2) \quad (16)$$

$$MLT = \frac{WIP}{P} \quad (17)$$

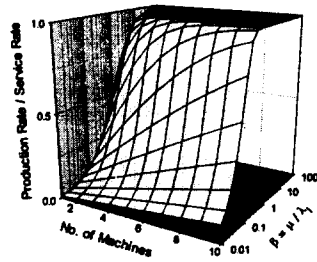
여기서 보인 성능 지수는 기계 대수 n 과 기계의 가공률 μ , 물류 운반 시스템의 서비스율 λ 로 표현되

는 해석식임을 알 수 있다

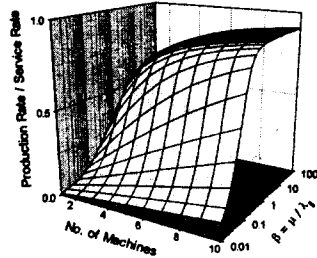
3.3 Case I 과 Case II 의 성능 해석

Case I 과 Case II 의 기계 대수와 무차원 변수 β 에 대한 평균 생산률은 아래의 Fig. 6 과 같다. Case I 은 Case II 에 비해 상대적으로 높은 생산률을 가지며 또한 기계의 평균 효율도 높다(Fig. 7). 물류 운반 시스템의 효율은 상대적으로 Case I 보다 Case II 의 경우가 높다(Fig. 8).

여기서 Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8 은 Case I 과 Case II 의 경우에서 물류 운반 시스템의 서비스율을 같다고 가정했을 경우로 Case I 과 Case II 의 물류 운반 시스템의 서비스율이 서로 다를 경우에는 식 (10)-(17)의 식을 이용하면 실제적인 성능 비교를 할 수 있다.

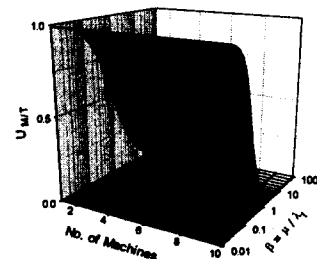


(a) Production Rate of Case I ($R = 1$)

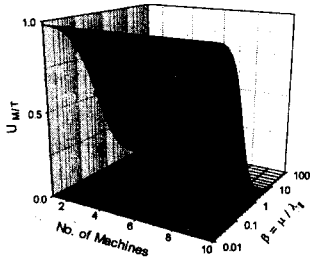


(b) Production Rate of Case II ($R = 1$)

Fig.6 Comparison of Production Rate

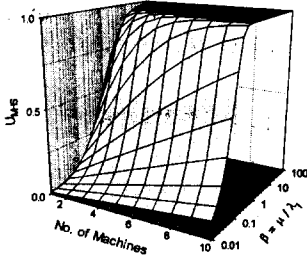


(a) Utilization of Machine Tool [Case I]

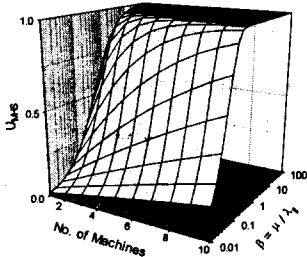


(b) Utilization of Machine Tool [Case II]

Fig.7 Comparison of Utilization of Machine Tool



(a) Utilization of MHS [Case I]



(b) Utilization of MHS [Case II]

Fig.8 Comparison of Utilization of MHS

가령 기계의 가공률 $\mu = 2$ [부품수 / 단위 시간]라 하고 물류 운반 시스템의 서비스율 $\lambda = 4$ [서비스 횟수 / 단위 시간]라 하면 각각의 성능 지수는 Fig. 9와 같다. Fig. 9와 같이 시스템의 해석식을 이용하여 시스템 변수가 정해진 경우에 Case I과 Case II의 성능을 비교 확인 하는데 매우 유용함을 알 수 있다. 마찬가지로 기계의 가공률과 Case I의 물류 운반 시스템의 서비스율 λ 와 Case II의 물류 운반 시스템의 서비스율 λ_{II} 가 결정되면 이에 따른 성능을 식 (10)-(17)을 이용하여 Fig. 10과 같이 나타낼 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 모멘트 생성 함수 기법을 이용하여 유연 생산 시스템의 성능 지수를 물류 운반 시스템의 이용 방법에 따라 물류 운반 시스템의 서비스율,

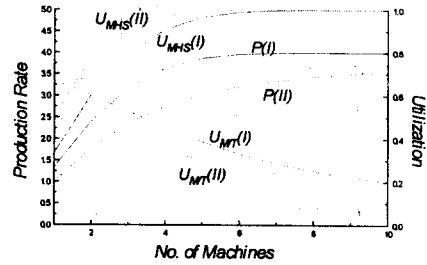


Fig.9 Performance comparison between Case I and Case II ($\mu = 2, \lambda = 4$)

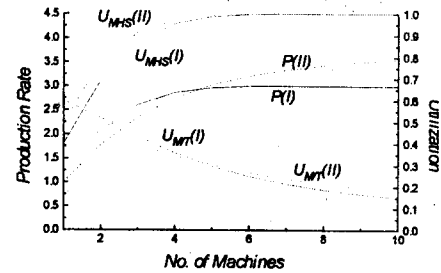


Fig.10 Performance comparison between Case I and Case II ($\mu = 2, \lambda_I = 3, \lambda_{II} = 3$)

기계의 가공률, 기계 대수 등에 대한 해석식으로 표현하였다. 위의 해석식을 이용하면 대상이 되는 유연 생산 시스템이 원하는 성능을 갖도록 하기 위한 최적의 기계 가공률, 물류 운반 시스템의 서비스율에 대한 정보를 제공할 뿐만 아니라, 최적의 물류 운반 시스템의 활용 방법에 대한 참고 자료로 사용될 수 있다.

참고 문헌

- [1] N. Viswanadham, and Y. Narahari, *Performance modeling of automated manufacturing systems* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall), 1992.
- [2] R. Y. Al-Jaar and A. A. Desrochers, "Performance evaluation of automated manufacturing systems using generalized stochastic Petri nets," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 6, no. 6, pp.621-639, 1990.
- [3] 박용수, 박홍성, 김종원, "일반 확률 페트리네트와 모멘트 생성함수기법을 이용한 이송라인의 성능해석", 대한기계학회논문집(A) 제 21 권 제 4 호, pp. 679-687, 1997
- [4] J. D. C. Little, "A proof of the queuing formula : $L = \lambda W$," *Operations Research*, vol. 9, pp. 383-387, 1961.