

로봇팔의 동역학을 고려한 장애물 속에서의 최적 기하학적 경로에 대한 전역 탐색

Global Search for Optimal Geometric Path amid Obstacles Considering Manipulator Dynamics

박 종 근 (경남대 기계공학부)
Jong-keun Park (Kyungnam Univ.)

ABSTRACT

This paper presents a numerical method of the global search for an optimal geometric path for a manipulator arm amid obstacles. Finite term quintic B-splines are used to describe an arbitrary point-to-point manipulator motion with fixed moving time. The coefficients of the splines span a linear vector space, a point in which uniquely represents the manipulator motion. All feasible geometric paths are searched by adjusting the seed points of the obstacle models in the penetration growth distances. In the numerical implementation using nonlinear programming, the globally optimal geometric path is obtained for a spatial 3-link(3-revolute joints) manipulator amid several hexahedral obstacles without simplifying any dynamic or geometric models.

Key Words : Optimal Geometric Path(최적 기하학적 경로), Nonlinear Programming(비선형 계획법), Quintic B-spline(5차 B 스플라인), Penetration Growth Distance(침투 성장 거리)

1. 서론

본 연구는 장애물 회피 제약 조건 속에서 여러 가지 동적 성능 지수(관절 구동력, 관절 속도 및 관절 저어크)를 최소화하는 기하학적 경로를 구하는 것이다. 이 분야는 지금까지 여러 연구자들에 의하여 많은 연구가 수행되어 왔다. 그 한가지 방법은 최적 제어 이론을 응용하는 것이다.^(1,2) 이 방법은 궁극적으로 경계치 문제(boundary value problem)의 해를 구하는 것으로 요약되는데 로봇팔의 동역학이 매우 복잡하고 관절끼리의 연성(coupling)이 커서 해를 구하기가 어렵다. 더구나 동역학의 해를 구하는 과정은 시간 영역에서의 수치 적분을 포함하게 되는데 이 과정에서 무시하기 어려운 계산 오차가 누적되어 해의 신뢰성이 감소된다.

다른 한가지 유용한 방법은 비선형 계획법(nonlinear programming)을 이용하는 것인데⁽³⁻⁷⁾ 지금까지의 다른 대부분의 연구는 해를 구하는 방법에서 본질적으로 다른 두 가지 과정을 반복적으로 사용하고 있다. 즉, 이 두 가지 과정이란 1) 제어점^(4, 5) 등을 이용하여 기하학적 경로를 구하는 것 그리고 2) 이 경로 상에서 최적 속도 분포를 구하는 것이다. 이런 방법은 최적화라는 관점에서 완전한 방법은 아니다. 본 저자는 이전의 연구⁽⁷⁾에서 위의 두 가지 과정을 하나로 통합하여 유한 차원 벡터 공간에서 시간 최소화 운동을 찾아낸 바 있다. 그러나, 최적점 근처에서 수렴이 다소 불안정하였다.

본 연구에서는 최적 기하학적 경로가 유한 차원 벡터 공간에서 안정적으로 수렴하도록 하였다. 특히 장애물을 회피하는 경로를 찾기 위하여 침투 성장 거리(penetration growth distance)⁽⁸⁾를 이용하였고 이 때 종자점(seed point)의 위치를 변경시킴으로써 모든 가능한 경로를 탐색하여 이 중 가장 나은 경로를 선택하였다.

2. 연속 계로서의 공식화

로봇팔의 운동 방정식의 일반적인 형태는:

$$\tau = M(\theta)A + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (1)$$

여기서, τ 는 일반화 관절 구동력($n \times 1$), $M(\theta)$ 은 대칭 관성 행렬($n \times n$), θ , $\dot{\theta}$ 및 A 는 일반화 관절 변위, 일반화 관절 속도 및 일반화 관절 가속도($n \times 1$), $V(\theta, \dot{\theta})$ 는 원심력과 코리올리력($n \times 1$) 그리고 $G(\theta)$ 는 중력($n \times 1$)이다. 시간 구간 $[0, T]$ 에서 최소화하고자 하는 동적 성능 지수(performance index)는 다음과 같이 두었다.

$$J_d = \int_0^T \sum_{i=1}^n \left[\left\{ \frac{\tau_i(t)}{\tau_i^c} \right\}^2 + \left\{ \frac{\omega_i(t)}{\omega_i^c} \right\}^2 + \left\{ \frac{\zeta_i(t)}{\zeta_i^c} \right\}^2 \right] dt \quad (2)$$

여기서, ζ 는 일반화 관절 저어크(일반화 관절 변위의 3차 도함수)이고 윗첨자 c 는 관절 액추에이터의 성능을 고려한 최대 허용 값이다. 이와 같이 최대 허용 값을 이용하여 동적인 성능 지수를 무차원화시킨 이유는 각각의 관절에 대하여 같은 가중치로 성능 지수를 최소화시킬 수 있기

때문이다. 대부분의 실제적인 경우에 최대 관절 구동력은 관절 속도와 어떤 관계가 있다. 따라서 관절 구동력과 함께 관절 속도를 최소화하는 경로를 최적 경로라고 간주한다. 운동 중에서의 불필요한 진동이나 궤도 추적에서의 어려움을 피하기 위하여 관절 저어크를 포함시켰다. 관절 변위 혹은 관절 가속도 등은 식 (2)와 같은 형태 속에 추가로 포함될 수 있다. 위의 동적인 성능 지수에서 제곱 항은 합수를 볼록형(convex form)으로 만들어서 비선형 계획법에 의한 수렴을 쉽게 한다.

작업 공간 내에 m 개의 정적 장애물($O_1, \dots, O_m \subset E^3$)이 존재하고 이 장애물과 모든 링크($R_1(t), \dots, R_n(t) \subset E^3$)가 볼록(convex)하다고 가정한다. 그러나 이것들이 $R_i \cap R_j = \emptyset$ 혹은 $O_i \cap O_j = \emptyset$ 일 필요는 없다. 장애물 회피 제약 조건을 유도하기 위하여 성장 거리 개념⁽⁸⁾을 여기서 간략히 소개하고자 한다. E^3 공간 내에 볼록하고 속이 찬(compact) 물체 A 가 존재할 때 성장 모델(growth model) $A(\sigma)$ 는 Fig. 1과 같이 정의된다. 즉:

$$A(\sigma) = \{x^2 \mid x^2 - p = \sigma(x^1 - p), x^1 \in A, \sigma \in R^+\}$$

여기서, R^+ 는 1차원 양의 실수의 집합이고 p 는 A 의 내부에 고정된 점, 즉 종자점(seed point)⁽⁸⁾이다. 로봇 링크 R_i 와 장애물 O_j 사이의 성장 함수(growth function) σ^* 는 다음과 같이 정의된다. 즉:

$$\sigma^*(R_i, O_j) = \min\{\sigma \mid R_i(\sigma) \cap O_j(\sigma) \neq \emptyset\}$$

이 성장 함수는 두 물체가 볼록한 다면체(convex polyhedra)일 때 선형 계획법(linear programming)으로 구할 수 있다. 이와 같은 정의에 의하여 침투 성장 거리(penetration growth distance)는 다음과 같다.

$$D^P(R_i, O_j) = (d_i + d_j)\{1 - \sigma^*(R_i, O_j)\}_+$$

여기서, d_i 와 d_j 는 각각 R_i 와 O_j 의 기하학적 크기를 표현하기 위해 적당한 양의 실수이고 양의 연산자(\cdot)₊는 다음과 같이 정의된다.

$$(\cdot)_+ \equiv \begin{cases} (\cdot), & \text{if } (\cdot) \geq 0, \\ 0, & \text{if } (\cdot) < 0 \end{cases}$$

이와 같은 개념을 이용하면 장애물 회피 제약 조건은 다음과 같이 된다.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \{D^P(R_i(t), O_j)\}^2 = 0, \quad \forall t \in [0, T] \quad (3)$$

여기서, 침투 성장 거리를 제곱한 이유는 이 제약 조건을 로봇팔의 형상 공간(configuration space)에서 완전 볼

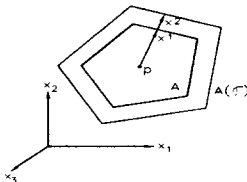


Fig. 1 The growth model $A(\sigma)$.

록형(strictly convex form)으로 하여 비선형 계획법에서 수렴을 쉽게 하기 때문이다.

운동의 시작과 끝 위치에서 관절 변위, 관절 속도 및 관절 가속도를 다음과 같이 규정한다.

$$\begin{aligned} \theta_i(0) &= \theta_i^0, \quad \theta_i(T) = \theta_i^T, \quad \omega_i(0) = \omega_i^0, \\ \omega_i(T) &= \omega_i^T, \quad \alpha_i(0) = \alpha_i^0, \quad \alpha_i(T) = \alpha_i^T \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, 관절 가속도의 제한은 부드러운 운동을 위해서 필요하다.

이제, 최적 기하학적 경로를 구하는 문제는 제약 조건인 식 (1) 및 식 (3), (4)를 만족시키면서 식 (2)를 최소화하는 $\theta_i(t)$ 를 구하는 문제로 요약된다.

3. 유한 차원에서의 공식화

미지의 시간 함수 $\theta_i(t)$ 를 구하는 문제는 무한 차원 벡터 공간에서의 문제로서 수치적인 방법으로는 불가능하다. 따라서, 유한 개수의 5차 B-스플라인을 이용하여 관절 변위를 아래와 같이 경로 매개 변수(s)의 함수로 표현한다⁽⁷⁾.

$$\begin{aligned} \theta_i^B(t) &= \sum_{j=2}^{k+2} C_{ij} B_j(s), \quad s = \beta t, \\ t \in [0, T], \quad s \in [0, k], \quad i \in I_n \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, 덧셈자 B 는 B-스플라인에 의한 표현이라는 것을 의미한다. β 는 시간 척도(time scale factor)로서 상수 k 와 더불어 전체 운동 시간을 정의한다. 집합 I_n 은 $\{1, 2, \dots, n\}$ 이다.

스플라인들이 선형 독립이므로 k 와 β 를 상수로 두면 $\{C_{ij}\}$ 는 $R^{n(k+5)}$ 차원 선형 벡터 공간을 형성하고 이 공간은 운동 시간이 고정된 근사 로봇팔 운동의 집합이다. 로봇팔의 운동이 식 (5)와 같이 표현되면 운동의 시작과 끝 위치에서의 조건인 식 (4)를 이용하여 위의 벡터 공간의 차수를 $6n$ 만큼 감소시킬 수 있다. 따라서, 식 (4)와 식 (5)를 결합하여 관절 변위는 다음과 같이 표현된다⁽⁷⁾.

$$\theta_i^B(t) = F_i^1(s) + \sum_{j=1}^{k-1} C_{ij} B_j^*(s) + F_i^2(s) \quad (6)$$

여기서, 운동의 시작과 끝 위치에서의 운동을 표현하는 제약 스플라인 $F_i^1(s)$, $F_i^2(s)$ 와 수정된 스플라인 $B_j^*(s)$ 는 참고 문헌 (7)에 있다.

$s = \beta t$ 를 고려하여 식 (6)을 시간에 대하여 미분하면:

$$\omega_i^B(t) = \beta(F_{i,s}^1 + \sum_{j=1}^{k-1} C_{ij} B_{j,s}^* + F_{i,s}^2) \quad (7)$$

$$\alpha_i^B(t) = \beta^2(F_{i,ss}^1 + \sum_{j=1}^{k-1} C_{ij} B_{j,ss}^* + F_{i,ss}^2) \quad (8)$$

$$\zeta_i^B(t) = \beta^3(F_{i,sss}^1 + \sum_{j=1}^{k-1} C_{ij} B_{j,sss}^* + F_{i,sss}^2) \quad (9)$$

여기서, $_{,s}$, $_{,ss}$ 및 $_{,sss}$ 는 각각 1계, 2계 및 3계 미분이다. 이제, $\{C_{ij}\}$ 는 $R^{n(k-1)}$ 차원 선형 벡터 공간을 형성하고 이 공간은 운동 시간이 고정된 근사 점 대 점 로봇팔 운동(point-to-point manipulator motion)의 집합이다.

장애물 제약 조건은 충분히 큰 가중 계수와 함께 통합된

Table 1 Specifications of model.

		link 1	link 2	link 3
length in each link coordinates	x	0.1	0.5	0.5
	y	0.1	0.1	0.1
	z	0.5	0.1	0.1
actuator property	τ_i^c	1000	1000	200
	ω_i^c	12	12	12
	ζ_i^c	1000	1000	1000
mass		50	30	20

성능 지수에 포함될 수 있다. 즉:

$$J = J_d + w_o J_o \tag{10}$$

여기서:

$$J_d = \left[\sum_{t=0}^T [F_d^B(t)]_{t=0}^T + \frac{1}{2} \{F_d^B(0) + F_d^B(T)\} \right] \frac{T}{T}$$

$$F_d^B(t) = \sum_{i=1}^3 \left(\left(\frac{\tau_i^B(t)}{\tau_i^c} \right)^2 + \left(\frac{\omega_i^B(t)}{\omega_i^c} \right)^2 + \left(\frac{\zeta_i^B(t)}{\zeta_i^c} \right)^2 \right)$$

$$J_o = \sum_{k=0}^K \left[\sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 (D^p(R_i^B(t), O_j))^2 \right]_{t=0}^T$$

전체 경로를 l 개의 등 구간으로 나눈다.

이제, 최적 기하학적 경로를 찾아내는 문제는 제약 조건인 식 (1), (6)-(9)를 만족시키면서 식 (10)을 최소화하는 $R^{(k)}$ 공간내의 점 $\{C_{ij}\}$ 를 찾아내는 것으로 요약된다.

4. 비선형 계획법에 의한 최적화

$R^{(k)}$ 공간내의 점 $\{C_{ij}\}$ 에 임의의 초기 값이 주어져서 로봇팔의 운동이 정해지면 모든 동역학적 특성과 침투 성장 거리는 식 (6)-(9), (1)과 선형 계획법을 이용하여 계산할 수 있으므로 통합된 성능 지수(식 (10))가 계산된다. 따라서 제약 조건 없는 다차원 최소화 기법을 사용할 수 있다. 본 연구에서는 BFGS법⁽¹⁰⁾을 사용하였다. 더구나 식 (1)이 폐형식(closed form)으로 존재하지 않다 하더라도

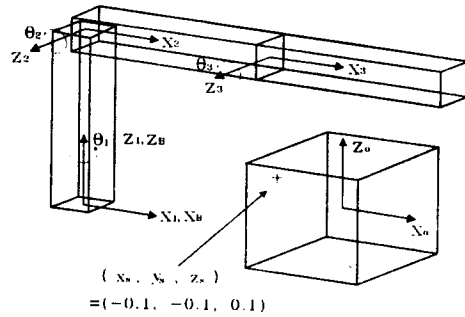


Fig. 2 3-link manipulator and an obstacle.

의향 및 내향 반복법(outward and inward iteration method)⁽¹¹⁾을 사용하여 일반화 관절 구동력을 정확하게 계산할 수 있다. BFGS법에서 탐색 방향을 구하기 위해서는 식 (10)의 $\{C_{ij}\}$ 에 관한 구배가 계산되어야 한다. 식 (10)을 $\{C_{ij}\}$ 의 항으로 직접 표현하는 것은 불가능하지만 구배는 수치적으로 계산할 수 있다. 즉 양과 음의 증분($\pm \delta$)을 해당 계수에 가하고 나머지 계수를 고정시킨 채 식 (10)을 두 번 계산하면 된다(유한 차분법). J_o 는 기하학적 경로에만 의존하므로 로봇팔의 동역학과는 무관하다. 더구나 C_{ij} 는 구간 $j-3 < s < j+3$ 에만 영향을 미친다. 이런 영향들을 주의 깊게 고려하면 구배를 계산하는 시간을 크게 절약할 수 있다. 실제 계산에서 증분값(δ)으로 $\{C_{ij}\}$ 의 E_2 노음의 10^{-10} 을 사용하였고 수치 정밀도는 배정도(double precision)를 사용하였다. BFGS법에 의하여 탐색 방향이 결정되면 1차원 최소화(직선 탐색)를 수행해야하고 황금분할 탐색법(golden section search method)을 이용하였다.

한 최적화(BFGS법) 과정에서 다음의 수렴 조건이 부과된다.

Table 2 Specifications of obstacles.

		obstacle (1)	obstacle (2)
centers in base coordinates	x_c	0.4722	0.4722
	y_c	-0.4308	0.4308
	z_c	0.09835	0.9017
length in each obstacle coordinates	l_x	0.3	0.3
	l_y	0.3	0.3
	l_z	0.3	0.3

Table 3 Locations of seed points in each obstacle coordinates (x_s, y_s, z_s) .

obstacle (1)	obstacle (2)	converged to
(-0.1, -0.1, 0.1)	(0.1, -0.1, 0.1)	global
(0.1, 0.1, -0.1)	(-0.1, 0.1, -0.1)	local (1)
(-0.1, -0.1, 0.1)	(-0.1, 0.1, -0.1)	local (2)
(0.1, 0.1, -0.1)	(0.1, -0.1, 0.1)	local (3)

Table 4 Convergence properties and J_d^* , J_o^* along optimal path.

geometric path	total BFGSs	total line searches in 1st / 2nd BFGS	dynamic term (J_d^*)	obstacle term (J_o^*)
global optimum	2	86 / 68	0.214	1.46E-9
local optimum (1)	2	85 / 68	0.261	3.94E-9
local optimum (2)	2	84 / 74	0.302	3.81E-8
local optimum (3)	2	70 / 71	0.497	4.87E-8

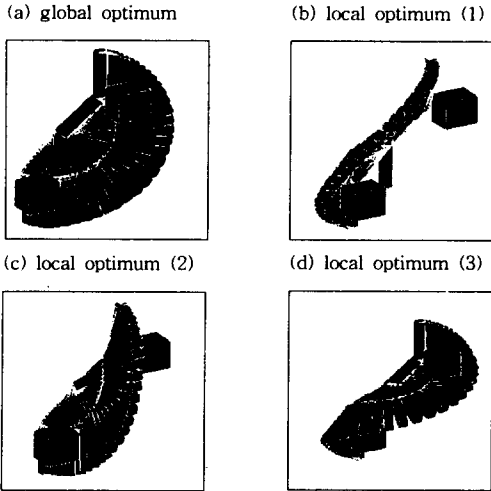


Fig. 3 Optimal geometric paths.

$$(J^{i-1} - J^i) / J^{i-1} \leq 10^{-12} \quad (11)$$

여기서, J_i 는 i 번째 직선 탐색의 최소 점에서의 식 (10)의 값이다. 식 (11)을 만족시켜서 한 최적화 과정이 끝나면 다음 조건의 만족 여부를 검사한다.

$$J_o \leq 10^{-5} (m^2) \quad (12)$$

실제 응용에서 장애물을 실제보다 약간 크게 가정하면 이 조건은 실제의 장애물을 회피할 수 있다.

식 (12)가 만족되면 계산을 끝내고 그렇지 않으면 w_o 에 100을 곱하여 최적화(BFGS법) 과정을 다시 시작한다. 물론 앞 단계에서의 최적 운동을 초기 운동으로 사용한다. 최초의 w_o 값은 초기 추정 운동(initial guess)에서 식 (10)의 J_d 와 J_o 를 계산하여 식 (10)의 둘째 항이 첫째 항의 100배가 되도록 넣는다. 이 초기 w_o 값은 식 (10)의 둘째 항이 첫째 항에 비하여 적당히 크기만 하면 수렴에는 영향을 미치지 않고 단지 최적화 과정의 전체 횟수에만 영향을 미친다. 본 기법에서 초기 추정 운동은 참고 문헌 (7)과 같다.

정수 k 와 l 에는 20과 100을 각각 배당하였다. 침투 성장 거리는 선형 계획법으로 계산된다. 선형 계획법 중에서 active set method⁽¹²⁾가 이 문제를 계산하기에 적당하다⁽⁸⁾. 모든 프로그램은 FORTRAN으로 작성하였고 어떤 상업적 프로그램도 사용하지 않았다.

5. 예제 및 고찰

5.1 예제

예제 모델은 공간 3절 로봇팔(Fig. 2)이고 관절은 모두 회전 대우이다. Fig. 2는 각각의 관절 범위가 영(zero)일 때의 형상이다. 모든 링크는 균질의 직육면체(Table 1)이므로 관성모멘트는 자체로 계산된다. 중력은 Fig. 2의 Z_B 방향으로 작용한다. 모든 마찰은 무시되었다. 모든

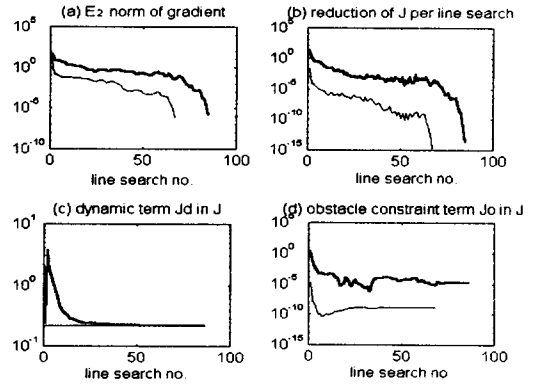


Fig. 4 Convergence properties of globally optimal path, thick/thin lines represent 1st/2nd BFGS procedures.

단위는 SI계이다.

장애물은 모두 정적(static)이고 역시 직육면체로 단순화되었다(Fig. 2 및 Table 2). 장애물 중심에 고정된 좌표계(X_o, Y_o, Z_o)는 그 자세(orientation)가 기저 좌표계(X_B, Y_B, Z_B)와 일치하도록 하였다. 모든 링크 모델의 종자점은 기하학적 중심으로 두었지만 장애물 모델의 종자점(x_s, y_s, z_s)은 이와 다르게 두었다. 이 장애물 모델의 종자점의 위치에 따라 결과로 계산되는 기하학적 경로가 다르고 이 중에서 동적 성능 지수를 최소화하는 경로를 선택할 수 있으므로 전역 탐색(global search)이 가능하다. 자세한 것은 계산 결과에서 언급한다. 침투 성장 거리에서 d_i, d_j 는 대각선의 절반으로 두었다.

로봇팔은 관절 공간에서 $(-4\pi/9, -\pi/4, -\pi/4)$ 에서 $(4\pi/9, \pi/4, \pi/4)$ 까지 1초 동안 움직이고 운동의 시작점과 끝점에서 관절 속도와 관절 가속도는 모두 영으로 두었다.

5.2 최적 기하학적 경로

장애물 모델의 종자점의 위치(Table 3)에 따라 최적 기하학적 경로는 4가지로 나온다(Fig. 3). 이 4가지 최적 경로가 구해지는 계산 과정을 Table 4에 정리하였다. 각각의 경우에 두 번의 최적화 계산(BFGS 법)이 소요되었고 이에 필요한 직선 탐색의 횟수도 비슷하다. 즉 수렴이 매우 안정되어 있다. 이 4가지 최적 경로 중 동적 성능 지수 값(Table 4의 J_d^*)이 가장 작은 것이 전역 최적 경로(Fig. 3(a))이고 나머지는 모두 국소 최적 경로(local optimal path)이다.

비선형 계획법에서 수렴의 안정성은 해의 신뢰성을 보장한다. 본 기법에서 수렴의 안정성은 매우 우수하다. 이를 그림으로 보이기 위하여 위의 4가지 경로 중에서 전역 최적 경로가 구해지는 과정도 이와 유사하다. 나머지 국소 최적 경로가 구해지는 과정도 이와 유사하다. Fig. 4(a)는 연속되는 직선 탐색에서 계산되는 성능 지수(식 (10))의 계수에 관한 구배의 절대치를 표시하고 Fig. 4(b)는 한 직선 탐색에서 감소되는 성능 지수(식 (10))의 양을 표시한다. 이 두 그림에서 공통적으로 최적화 초기에는 큰

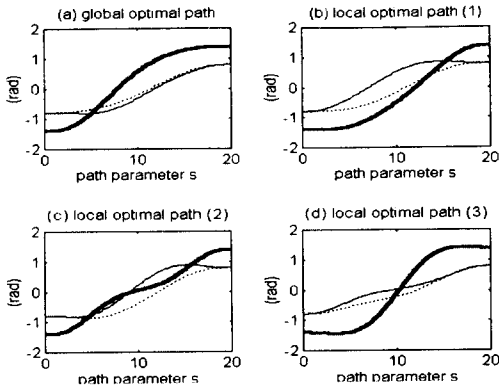


Fig. 5 Joint displacements of optimal paths, thick/thin/dot lines represent 1st/2nd/3rd joints.

값이고 끝에서는 거의 영에 가깝다. 컴퓨터에서 허용되는 수치 정밀도 한도 내에서 수렴은 극히 안정되어 있음을 보여준다. 수치적으로 계산되는 구배의 정밀도는 컴퓨터 수치 연산의 정밀도의 절반 값이다. Fig. 4(c)와 Fig. 4(d)는 성능 지수(식 (10))에 포함되어 있는 동적 성능 지수와 장애물 항을 보여준다. 최적화 계산의 초기에 동적 성능 지수가 크게 증가하고 이때 로봇팔은 장애물을 거의 회피한다.

Fig. 5는 Fig. 3의 각각의 경로에서 관절 변위를 경로 매개 변수의 항으로 표시한 것이며 Fig. 6은 전역 최적 경로를 1 초 동안 움직일 때의 동적인 값들의 변화를 나타낸다. 여기서 시간 척도(time scaling factor)는 상수이다. 앞에서 보여준 기하학적 경로가 최적일 뿐이고 이 동적인 값들이 최적이라는 의미는 아니다. 여기서 구해진 기하학적 경로를 이용하고 상수로 둔 시간 척도를 변수로 하여 이 변수 값을 경로 매개 변수의 함수로 최적으로 구해낸다면 시간 최소화 운동을 찾아낼 수 있을 것이고 이것이 장애물 회피 시간 최소화 운동이 될 수 있을 것이다. 이것은 다음의 연구 과제로 남겨둔다.

6. 결론

5차 B-스플라인을 이용하여 운동 시간이 고정된 점 대 점 로봇팔 운동(point-to-point manipulator motion)을 선형 벡터 공간상의 한 점으로 표현하였다. 장애물 회피와 액추에이터의 성능을 고려하여 성능 지수를 규정하고 비선형 계획법을 이용하여 장애물 회피 최적 기하학적 경로를 구하였다. 특히 침투 성장 거리에서 종자점의 위치를 변경함으로써 기하학적 경로에 대한 전역 탐색이 가능하였다. 본 연구에서 제안한 방법은 수렴 성능이 매우 우수하였다.

기하학적 경로가 고정되어 있을 때의 시간 최소화 운동에 관해서는 여러 가지 기법이 연구되어 있으므로 여기서 구해진 기하학적 경로는 시간 최소화 운동을 구하는데 이

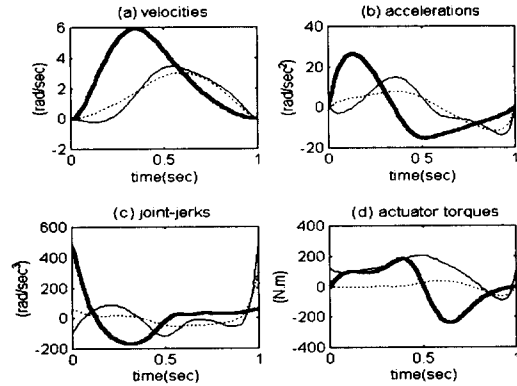


Fig. 6 Dynamic properties of globally optimal path, thick/thin/dot lines represent 1st/2nd/3rd joints.

용될 수 있을 것이다.

역동역학의 해를 이용하는 비선형 계획법이 동역학의 해를 이용하는 최적 제어 이론보다 최적 궤도 계획 문제에 더 좋은 해를 구할 수 있다. 왜냐하면 역동역학의 해는 자유도가 높은 계에서도 정확하게 구해질 수 있기 때문이다.

참고 문헌

- (1) S. Sundar and Z. Shiller, *Proc. IEEE Int'l Conference on Robotics and Automation*, Vol. 3, pp. 3075-3080, 1995.
- (2) G. Bessonnet and J. B. Lallemand, *Trans. ASME, J. Dyn. Sys. Meas. Cont.*, Vol. 116, No. 4, pp. 819-826, 1994.
- (3) J. E. Bobrow, *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol. 4, No. 4, pp. 443-450, 1988.
- (4) M. Yamamoto, Y. Isshiki and A. Mohri, *Proc. IROS Int'l Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 3, pp. 2184-2191, 1994.
- (5) E. Jamhour and P. J. Andre, *Proc. IFAC Conference on Integrated Systems Engineering*, Post-print Vol., pp. 299-304, 1994.
- (6) Y. Zhang, *Proc. American Control Conference*, Vol. 2, pp. 1732-1736, 1994.
- (7) 박종근, "로봇팔의 장애물 중에서의 시간 최소화 궤도 계획," 한국정밀학회지 게재 예정, 1997.
- (8) E. G. Gilbert and C. G. Ong, *Proc. IEEE Int'l Conference on Robotics and Automation*, pp. 579-586, 1994.
- (9) P. M. Prenter, *"Splines and Variational Methods,"* John Wiley & Sons, 1975.
- (10) R. Fletcher, *"Practical Method of Optimization,"* 2nd ed., John Wiley & Sons, 1987.
- (11) J. J. Craig, *"Introduction to Robotics, Mechanics and Control,"* Addison-Wesley, 1986.
- (12) M. J. Best and K. Ritter, *"Linear Programming, Active Set Analysis and Computer Programs,"* Prentice-Hall, 1985.