

축-베어링계의 킴플라이언스 특성에 미치는 조립공차의 영향 Effect on the Compliance of Spindle-Bearing System by the Assembling Tolerance

이 강제*, 서 장렬, 김 선민(광주과학기술원 원), 이 선규 (광주과학기술원)
Kang-Jae Lee, Jang-Ryoul Seo, Sun-Min Kim, Sun-Kyu Lee (K-JIST)

ABSTRACT

In spindle -bearing system, the displacement characteristics of the bearing by the load applied on the spindle are affected greatly by the assembling tolerance between the spindle and housing assembled to support the bearing. Also in spindle system of rotational operation, the compliance characteristic of the bearing is expected to be varied frequently by the thermal deformation of the spindle and the housing. To predict the thermal deformation of the spindle including heat generation of the bearing, we need to examine the effect on the compliance of spindle-bearing system by the assembling tolerance. In this paper, we proposed the load-displacement relation expression considering the effect which the variation of contact pressure due to the radial directional assembling tolerance between the bearing and the housing influences on the axial and radial directional displacement characteristics of the bearing. Furthermore, for several assembling systems of bearings and housings having all different assembling tolerances, we proposed a method to predict exactly the variation of the bearing preload which is sensitive to the thermal deformation by showing the propriety with experimental results

Keywords : spindle system(주축계), spindle-bearing system(축-베어링 시스템), rolling bearing(구름 베어링), bearing housing(하우징), assembling tolerance(조립공차), bearing displacement(베어링 변위) contact pressure(접촉압력)

1. 서론

축-베어링 시스템에 있어서 주축에 가해지는 하중에 대한 베어링의 변위 특성은 베어링을 지지하기 위해 조립되는 하우징과 주축의 조립공차에 크게 영향을 받는다. 또한 회전운동 중에 있는 주축계에서는 이러한 지지 부품들의 열변형에 의하여 간극이 변화하기 때문에 베어링 킴플라이언스가 시간적으로 자주 변화할 것이 예상된다[1, 2]. 이러한 현상은 최근의 공작기계에 수요가 급증하고 있는 고속, 고정도 주축계에 있어서 현저히 나타나고 있으며 베어링의 비선형적인 발열 변화, 주축의 정, 동강성 변화 및 열변위 변화와 같은 주축계의 열특성[2]을 보다 정확히 예측하기 위해서는 베어링-하우징 간의 조립공차가 베어링 킴플라이언스에 미치는 영향을 철저히 규명할 필요가 있다.

기존의 베어링의 해석에 있어서는 헤르츠의 하중-변형 관계식이 주로 사용되어 왔다. 그러나 베어링은 하우징과 주축에 조립된 상태에서 사용되며, 그 조립공차에 따라 주축계의 킴플라이언스 특성도 크게 달라지기 때문에 베어링-하우징 간의 간극 변화에 따른 접촉 압력 변화를 고려한 베어링 하중-변위 관계식의 검토가 이루어져야 한다.

본 연구에서는 앵글러콘택트 베어링이 하우징에 조립된 경우, 조립공차를 고려한 베어링 변위 관계를 제안하고 이를 실험을 통하여 검증한다.

2. 하우징과의 조립공차를 고려한 베어링 변형

2.1 하우징에 간극이 존재하는 경우

기존의 베어링 해석에서는 일반적으로 헤르츠의 접촉이론이 사용되어 왔으며[3, 4], 이를 베어링의 하중 평형식에 대입하여 수치해석적인 방법으로 베어링에 가해지는 하중과 변형을 계산함으로써 볼베어링의 경우 식(1)과 같은 관계를 얻을 수 있다[3].

$$Q = K\delta^{1.5} \quad (1)$$

이때, Q : 접촉면에 수직인 하중

K : 강성 계수

δ : 접촉면에 수직인 방향의 탄성 변형량

2차 곡선으로 나타내어지는 두 접촉 물체에서, δ 와 w 사이에는 식(2)과 같은 관계가 존재하게 되며, 이때 w 는 Boussinesq가 제시한 반무한체(semi-finite solid)의 경계조건[4]을 가지는 접촉 물체의 탄성변형으로 다음 (3)이 사용되어져 왔다.

$$W_1 + W_2 = \delta - A_0 x^2 - B_0 y^2 \quad (2)$$

이때, w : 하중에 대한 각 물체의 탄성 변형량

δ : 두 물체의 상대적 최종 탄성 근접량

A_0, B_0 : 접촉면을 나타내는 2차 곡선의 계수

$$w = \frac{1-\nu^2}{\pi E} \iint_{\Omega} \frac{\rho(\zeta, \eta) d\zeta d\eta}{\sqrt{(x-\zeta)^2 + (y-\eta)^2}} \quad (3)$$

이때, $\rho(\zeta, \eta)$ 는 반타원체의 압력 분포라는 가정에서 다음과 같이 나타내어질 수 있다.

$$P(x, y) = P_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad (4)$$

이때, a, b : 반타원체의 장반경, 단반경
 P_0 : 접촉타원중심에서의 압력

식(2), (3)은 한 쪽의 물체가 반무한체라는 가정하에서 구해진 것으로 식 중의 w 는 단순히 접촉점 부위의 탄성 변형량만을 나타낸다. 그러나, 실제의 베어링의 경우 베어링의 외륜과 내륜은 유한한 두께를 가지며 접촉부의 하중 $P(\zeta, \eta)$ 에 의해 베어링의 접촉부 이외의 반경 방향의 변형이 존재하게 되며, 따라서 반무한체라는 가정하에서 사용된 식(3)에 이러한 영향을 고려한 변형관계식이 필요로 하게 된다.

이때, 식(3)의 w 에 추가하여 고려되어야 하는 반경 방향의 변형은 다음과 같다[5, 6].

$$\Delta r = r_0 \left[\frac{1}{E} \frac{r_0}{t} \sum_{n=0}^{Z/2} P \sin\left(\frac{2\pi}{Z} n\right) - 1 \right] \quad (5)$$

베어링 내,외륜의 반경 방향 변형에서, 각 베어링 구름 요소에 걸리는 하중, Q 는 식(6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q = \iint_{\Omega} \rho(x, y) d\Omega \quad (6)$$

여기서 베어링 외륜과 회전요소의 접촉면이 타원의 형상이라 가정할 때[3, 4], 식(5)의 Δr 은 다시 식(7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta r = r_0 \left[\frac{1}{E} \frac{r_0}{t} \sum_{n=0}^{Z/2} \frac{Q}{\pi ab} \cos \alpha_0 \sin\left(\frac{2\pi}{Z} n\right) - 1 \right] \quad (7)$$

이때, $n : 0, 1, 2, \dots, Z-1$

Z : 베어링 구름 요소의 수

t : 베어링 외륜 또는 내륜의 두께

r_0 : 중심에서 외륜 또는 내륜 중심선까지 반지름

α_0 : 하중이 부가되지 않은 때의 초기 접촉각

E : 베어링 내,외륜의 탄성계수

따라서 초기 접촉방향에 대한 변형 관계는 다음과 같다.

$$w^* = r_0 \left[\frac{1}{E} \frac{r_0}{t} \sum_{n=0}^{Z/2} \frac{Q}{\pi ab} \cos \alpha_0 \sin\left(\frac{2\pi}{Z} n\right) - 1 \right] \cos \alpha_0 \quad (8)$$

베어링에서의 베어링 외륜의 반경방향의 변형을 고려한 경우의 식(2)의 w 를 계산함에 있어서 기존의 헤르츠 접촉이론을 통해 구하여진 식(9)의 w 에 식(8)의 w^* 가 고려된 새로운 w' 는 식(10)과 같다.

$$w = \frac{1-\nu^2}{E} b\rho_0 \left[K(e) - D(e) \frac{x^2}{a^2} - B(e) \frac{y^2}{b^2} \right] \quad (9)$$

이때, $K(e)$: 제 1종 타원 적분

$L(e)$: 제 2종 타원 적분

$$D(e) = \frac{1}{e^2} [k(e) - L(e)]$$

$$B(e) = K(e) - D(e)$$

$$w' = w + w^*$$

$$w' = \frac{1-\nu^2}{E} b\rho_0 \left[k(e) - D(e) \frac{x^2}{a^2} - B(e) \frac{y^2}{b^2} \right] + r_0 \left[\frac{1}{E} \frac{r_0}{t} \sum_{n=0}^{Z/2} \frac{Q}{\pi ab} \cos \alpha_0 \sin\left(\frac{2\pi}{Z} n\right) - 1 \right] \cos \alpha_0 \quad (10)$$

이와 같은, 베어링 단체의 축방향 하중에 대한 반경 방향의 변형은 다음과 같은 '하중-반경방향 변형' 결과를 가지게 됨을 실험을 통하여 확인하였다.

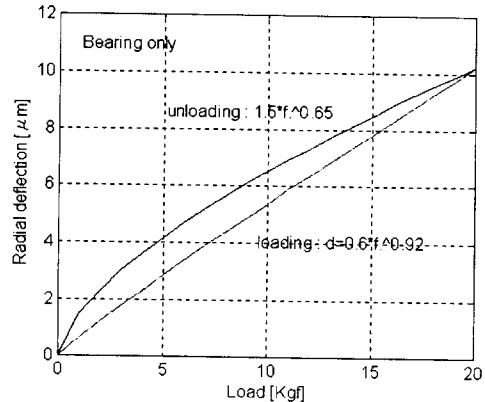


Fig. 1 Axial load and radial deflection relation

2.2 하우징에 부간극이 존재할 경우

베어링의 열변형 등으로 베어링외륜과 하우징 간에 부간극(Negative Clearance) δ_C 가 존재할 경우에는 하중에 의한 반경방향의 변형이 하우징에 의해 제한된다.

베어링의 외륜과 하우징의 결합을 고려할 때, 간극(Positive clearance)이 존재하는 경우($\delta_C < 0$) 베어링의 반경방향의 변위 u_b 가 이 간극보다 작을 경우에 있어서는 베어링이 단독일 때와 같은 거동을 한다. 그러나, 축방향 하중 또는 베어링의 열변형에 의하여 베어링 외륜과 하우징 사이에 접촉이 발생하고 부간극이 형성될 때 이에 따른 접촉 압력에 기인한 외륜 내경의

수축량 만큼 반경방향의 변형이 감소하게 된다. 이는 주축 운전기간 동안 각 부품의 열변형으로 복잡한 변화를 가져 오게 된다[1, 9, 10, 11, 12, 13, 14]. 이러한 베어링과 하우징사이의 접촉부의 기하학적인 관계를 이용하여 탄성변형의 식으로부터 다음과 같은 접촉부의 접촉압력 P_{mo} 와 부간극량 δ_C 사이의 관계를 구할 수 있다[6].

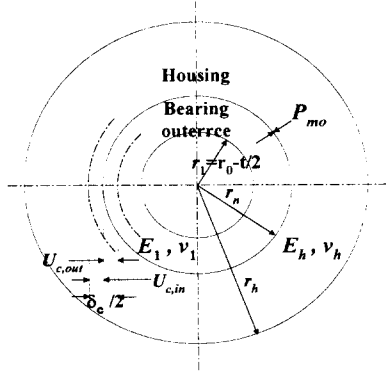


Fig. 2 Contact model of bearing outer race and housing

$$P_{mo} = \frac{\delta_C}{2r_n} \frac{10^{-6}}{\left[\frac{1}{E_1} \left[\frac{r_n^2 + \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2}{r_n^2 - \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2} - \nu_1 \right] + \left[\frac{r_n^2 + r_n^2}{r_n^2 - r_n^2} - \nu_h \right] \right]} \quad \text{for } \delta_C > 0$$

$$= 0 \quad \text{for } \delta_C \leq 0 \quad (\text{positive clearance})$$

(11)

이때, δ_C : negative clearance [μm]
 E_1, ν_1 : 베어링 외륜의 물성치
 E_h, ν_h : 하우징의 물성치

Fig.2 와 같은 접촉부에서는 식(11)과 같은 접촉압력 P_{mo} 가 나타나며, 베어링의 자유팽창변위 U_b 에 대해, 접촉이 존재함에 따라 베어링 실제 변위량은 $(U_b - U_c)$ 가 된다. 이때, U_b 는 w^* 이 되며, 따라서 베어링이 하우징에 조립된 것을 고려할 때는 식(8)이 식(12)으로 대체된다.

$$W^{**} = U_b - U_c = W^* - U_c \cos \alpha_0 \quad (12)$$

이때, U_c 는 다음 식(13)과 같이 정의 되어진다

$$U_c = \frac{1 - \nu_1}{E_1} \frac{r_n^2 P_{mo}}{r_n^2 - \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2} r_n + \frac{1 + \nu_1}{E_1} \frac{r_n^2 \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2}{r_n^2 - \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2} P_{mo} \frac{1}{r_n} \quad (13)$$

따라서, 식(11),(13)을 이용하여 식(12)을 정리하면 w^{**} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W^{**} = W^* - U_c$$

$$= r_o \left[\frac{1}{E} \frac{r_o}{t} \sum_{n=0}^{Z/2} \frac{Q}{\pi ab} \cos \alpha_0 \sin \left(\frac{2\pi}{Z} n \right) - 1 \right] \cos \alpha_0$$

$$- \left[\frac{1 - \nu_1}{E_1} \frac{r_n^2}{r_n^2 - \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2} r_n + \frac{1 + \nu_1}{E_1} \frac{r_n^2 \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2}{r_n^2 - \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2} \frac{1}{r_n} \right]$$

$$\times \frac{\delta_C}{2r_n} \frac{10^{-6}}{\left[\frac{1}{E_1} \left[\frac{r_n^2 + \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2}{r_n^2 - \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2} - \nu_1 \right] + \frac{1}{E_h} \left[\frac{r_n^2 + r_n^2}{r_h^2 - r_n^2} - \nu_h \right] \right]} \cos \alpha_0 \quad (14)$$

따라서, 식(14)을 식(8)에 대치하여 사용하면 식(10)의 W' 은 다음과 같은 W''' 으로 나타낼 수 있다.

$$w'' = \frac{1 - \nu_2}{E} b p_o \left[k(e) - D(e) \frac{X^2}{a^2} - B(e) \frac{Y^2}{b^2} \right]$$

$$+ r_o \left[\frac{1}{E} \frac{r_o}{t} \sum_{n=0}^{Z/2} \frac{Q}{\pi ab} \cos \alpha_0 \sin \left(\frac{2\pi}{Z} n \right) - 1 \right] \cos \alpha_0$$

$$- \left[\frac{1 - \nu_1}{E_1} \frac{r_n^2}{r_n^2 - \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2} r_n + \frac{1 + \nu_1}{E_1} \frac{r_n^2 \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2}{r_n^2 - \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2} \frac{1}{r_n} \right]$$

$$\times \frac{\delta_C}{2r_n} \frac{10^{-6}}{\left[\frac{1}{E_1} \left[\frac{r_n^2 + \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2}{r_n^2 - \left(r_o - \frac{t}{2}\right)^2} - \nu_1 \right] + \frac{1}{E_h} \left[\frac{r_n^2 + r_n^2}{r_h^2 - r_n^2} - \nu_h \right] \right]} \cos \alpha_0 \quad (15)$$

이는 베어링의 하중-변형의 관계의 전개에 있어서, 실제 베어링의 하우징과의 조립을 고려하는 경우에 있어서는 식(15)의 W''' 을 사용할 필요가 있음을 나타낸다. 이 결과에 의하면 식(2)의 w 를 대신하여 베어링 외륜의 변형과 하우징과의 조립공차를 고려할 때의 수정된 W''' 에 의해서 베어링 요소간의 상대변형량, δ 가 결정되며, 식(2)의 δ 는 식 (15)에 의해서 조립공차의 부간극 δ_C 가 큰 경우에 있어서는 δ 가 작아지며, δ_C 가 작은 경우에 있어서는 δ 가 증가하게 된다는 것을 알 수 있다. 이는 베어링과 하우징에 있어서 부간극량 δ_C 가 큰 경우에 있어서는 변형량 δ 가 작고 강성이 커지나, δ_C 가 점차 증가함에 따라 반무한체 하우징에 대한 변형식에 근사하게 된다.

한편 운전중의 주축에서 하우징과 베어링요소의 열변형은 이러한 초기 간극량을 변화시키며 운전 중의 베어링의 강성을 변화시키게 된다. 이때 베어링 외륜과 하우징의 반경방향 열변위는 다음과 같이 결정되

며 각각의 변형량의 차이에 따라 간극의 변화에 영향을 미치게 된다[4].

$$u_r = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{\alpha}{r} \int_a^r \tau r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (16)$$

따라서 열변형관계식을 추가함으로써 외부 열유입에 따른 부간극량의 변화를 고려한 새로운 δ_c 를 구할 수 있게 된다.

3. 실험

본 실험에 사용된 실험장치 구성도는 다음과 같다.

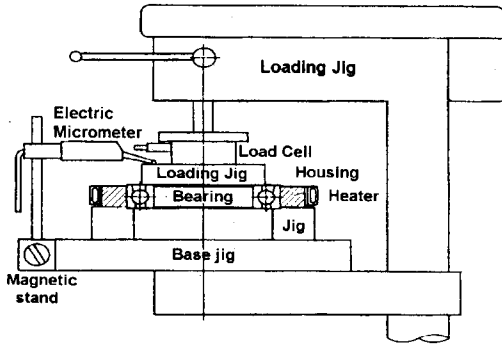


Fig. 3 Experimental Setup

베어링의 내륜에 Fig. 3와 같이 하중을 가할 수 있도록 베어링을 위치시키고 외륜을 지지하는 지그를 아래쪽에 설치한다. 내륜 위에는 하중을 측정할 로드셀을 고정할 지그를 설치하며, 100 kgf까지 하중을 가하며 베어링 내륜의 변형량을 전기 마이크로 미터로써 측정한다.

실험은 베어링 단체, 하우징이 조립된 상태에 대하여 하우징 가열 및 비가열시로 나누어서 행하였다. 이때, 본 실험에 사용된 앵글라콘택트베어링 및 하우징의 사양과 하우징과의 끼워맞춤조립공차는 Table 1, 2에 나타낸다.

Table. 1 Specification of bearing and housing

Bearing	NTN 7016CDBT +15D/GNP4
Housing	GC30

Table. 2 Assembling tolerance between bearing and housing

Symbol	Meaning
L22-L27	Clearance 22~27 μ m
L10-L14	Clearance 10~14 μ m
T1-T4	Negative clearance 1~4 μ m

4. 결과

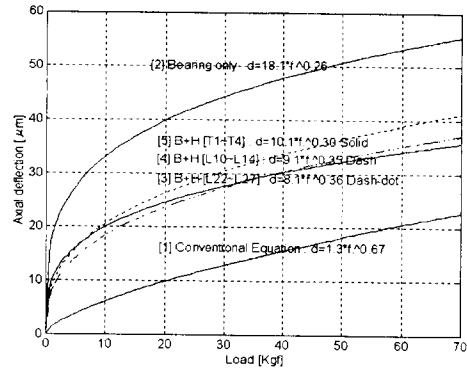


Fig. 4 The Relation of load -axial deflection

베어링이 하우징과 Table.2와 같은 조립공차를 가지도록 조립된 경우에 대하여 Fig.3.와 같이 축방향 하중을 부가하였을 때의 축방향 변형관계에 대한 실험 결과는 Fig.4에 나타낸 바와 같다. 곡선[1]은 베어링의 외륜이 무한강성을 가지는 경우의 베어링의 접촉 이론을 이용한 계산식으로부터의 변형량을 나타낸다. 이에 대하여, 곡선 [2]는 베어링만의 외륜의 변형이 포함된 경우에 있어서 변형량을 나타내며, 곡선[3], [4], [5]는 베어링이 하우징에 서로 다른 조립공차를 가지고 조립된 경우의 하중-축방향 변형량의 관계를 나타낸다.

Fig.4에서 알 수 있듯이 곡선[1]은 식(2)에 식(14)의 w 만을 고려한 결과이며, 따라서 하우징에 조립되지 않은 베어링의 외륜의 변형을 고려한 곡선[2]는 식(15)의 결과에 따라 곡선[1]보다 큰 변형량을 가지게 된다는 것을 알 수 있다. 또한 서로 다른 조립공차를 가지고 베어링이 하우징에 조립된 곡선 [3], [4], [5]의 경우 베어링이 하우징에 조립된 경우의 부간극이 커질수록 큰 강성을 나타낸다는 것을 보이며 이는 식(15)의 결과와 일치하는 것을 알 수 있다. 따라서, 이 실험 결과는 하우징과 조립되어 사용되는 베어링의 하중-변형의 계산에 있어서 하우징과의 조립공차를 고려해야 한다는 것을 나타내며, 이는 앞서 기술한 δ_c 를 포함한 수학적 모델을 실제 베어링 해석과정에서 사용함으로써 보다 정확한 베어링 거동의 예측이 가능하다는 것을 보여 주고 있다.

Fig. 5, 6, 7에서는 하우징 외주를 가열하여 베어링과 하우징의 간극에 변화를 주었을 때의 하중-축변형 관계에 대한 실험결과를 보여 주고 있다.

가열은 15W의 열량으로 가해졌고 베어링의 내륜의 온도가 초기 온도 약 25°C에서 온도 상승이 갑자기 둔화되는 43°C까지 18K 증가하였을 때 하중을 가하였다[8].

다음 그림은 동일한 조립공차를 가진 하우징에 있어서도 열변형에 의하여 베어링의 하중-변위특성이 최고 2 배 이상 크게 변화하는 것을 나타내며 그 변화는 초기 조립공차의 간극이 가장 큰 Fig. 5의 경우에 있어서 가장 크게 나타남을 알 수 있으며, 그 변화는 역지끼워맞춤의 상태에서 변화율이 더 작음을 알 수 있다.

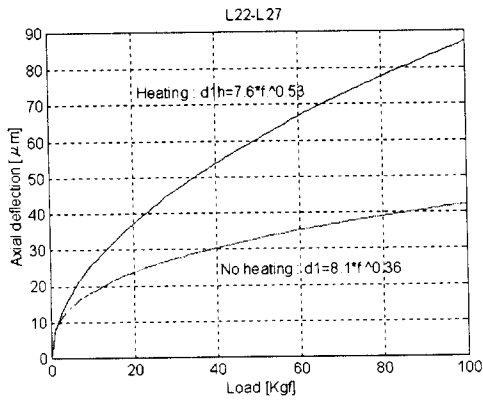


Fig. 5 Change of the axial load and axial deflection relation by thermal deformation [L22-L27]

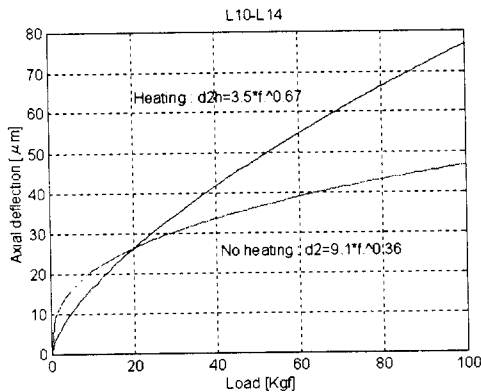


Fig. 6 Change of the axial load and axial deflection relation by thermal deformation [L10-14]

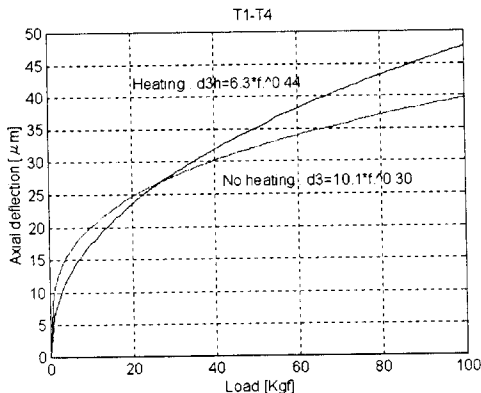


Fig. 7 Change of the axial load and axial deflection relation by thermal deformation [T1-4]

5. 결론

본 논문에서는 공작기계 주축계의 열특성을 정확히 예측하기 위한 기초적 연구로서, 베어링과 하우징의 조립공차와 간극변화에 따른 베어링의 변형특성에 대한 연구를 수행 하였다. 그 결과, 하우징과의 간극 변

화에 따른 접촉부 구속의 정도를 베어링 변형식에 반영한 식을 제시하였으며, 수종의 간극을 갖는 하우징을 제작 실험한 결과 주축계의 열특성 설계에 매우 유효한 실험식을 얻었다. 그 결과 하우징과의 조립공차가 클수록 기존의 베어링 하중-변형식과 100% 이상 차이가 있음을 확인하였고 아울러서 동일한 하우징에 열을 가했을 때 베어링 변형 특성은 조립공차가 클수록 변화가 크다는 점을 확인하였다.

참고 문헌

1. M.Weck, P.A.Mekeown, R Bonse, U.Herbst &al, "Reduction and Compensation of Thermal Errors in Machine Tools", Annals of CIRP, 44/1, 1995, pp. 589-598
2. J Bryan, "International Status of Thermal Error Research (1990)", Annals of CIRP, 39/2, 1990, pp. 645-656
3. Tedric A. Harris, "Rolling Bearing Analysis", John Wiley & Sons, INC.pp.149-173, pp. 194-227, pp. 248-260, pp. 327-341
4. Wan Changsen, "Analysis of Rolling Bearings", Mechanical Engineering Publications LTD, pp. 50-57, pp.296-309
5. James M Gear, Stephen P. Timosenko, "Mechanics of Materials", Champman & Hall, pp. 282-288
6. 本間實臣, "現代材料力學", 朝倉書店, pp. 151-171
7. 竹内洋一郎, "熱應力", 日新出版, pp. 76-78
8. M.Weck, A.Koch, "Spindle Bearing Systems for High Speed Applications in Machine Tools", Annals of CIRP, 42/1, 1993, pp. 445-448
9. 김선민, 박기환, 이선규, "원통결합부의 열특성 해석(제 1 보)", 한국정밀공학회, 96년도 춘계학술대회논문집, pp. 629-634
10. S.K.Lee, S.Itoh, H.Shinno, Y.Ito, "Thermal Behavior of Main Spindle Driving System with Electromagnetic Disk Clutch of Dry Single Plate type in Machine Tool", Trans. of the JSME, Vol.56, No. 521, 1990, pp. 180-188
11. S.K.Lee, M.Kyryu, H.Shinno, Y. Ito, "Thermal Behavior of Machine Tool Spindle System Based on the Thermal Closed-Loop Concept(Remedies for Thermal Deformation by Using the High-Speed Spindle Adapter)", Trans. of JSME, Vol.57, No.538,1991, pp.295-301
12. S.K Lee, H.Shinno, Y. Ito, "The Thermal behavior of Bearing Surroundings in Machine Tool Spindle System", Trans. of JSME, VOL.57, No.543, 1991, pp. 206-211
13. S.H.Min, H.Shinno, S.K.Lee, "Prediction of Thermal and Mechanical Behavior Based on the System Dynamics in the Press-Fitted Cylindrical Structure.", International Conference on MIPE, pp. 202-208
14. S.M.Kim, S.K Lee, "Thermal and Mechanical behavior of Press-Fitted Cylinder by Heat Conduction", International Conference on MM21, pp. 19-24